**John-Tagore Tevet**

# PÕGUSAT TEAVET STRUKTUURISEMIOOTIKAST

Teavik annab põgusa ülevaate MTÜ Struktuurisemiootika Edendamise ja Rakenduse Rühma (edaspidi SERR) viie aasta tegevusest. Struktuurisemiootikat ennast tutvustatakse siin kokkuvõtlike tõdemuste, improviseeritud diskussiooni ja Ulami hüpoteesi kaudu.

SISUKORD



**S.E.R.R. Tallinn**
**2004**

## Struktuurisemiootika juured

“Struktuurisemiootilise” tegevuse juured ulatuvad möödunud sajandi kaheksakümnendatel moes olnud niinimetatud *süsteemsesse lähenemisse* kus sel alal ilmus küllaldaselt nii asjalikke kui ka lobakirjutisi. Tollal huvitas selle lähenemise tunnetuslik aspekt, kus väideti, et süsteemi kvalitatiivse spetsiifika kajastajaks on selle *struktuur,* mis on käsitletav struktuuri kujutava *graafi* abil. Tavapäraselt defineeritakse struktuuri kui “süsteemi elementide *organiseerituse (pro: sidususe) seesmist vormi,* mis avaldub süsteemi elementide püsivate vastastikuste seoste näol”. Süsteemiteoreetikutelt on pärit ka väide, et *struktuur on objekti (süsteemi) abstraktsioon* kus selle elemendid on abstraheeritud oma empiirilistest omadustest kuid säilitavad oma kvalitatiivse spetsiifika erinevate positsioonide näol struktuuris. Sellest koorusid aja jooksul välja tõdemused, et: a) süsteemiteoreetikute *positsioon* vastab graafiteoreetikute *orbiidile*; b) graafi tippude *struktuurne sidusus* on iseloomustatav neid tippe ühendava lühimate lihtahelate ühendit kujutava *alamgraafi* näol. Nii tärkaski graafide struktuurse käsitluse mõte.

See ajendas kätte võtma Frank Harary tollal vastilmunud monograafia graafiteooriast, kus pakkusid erilist huvi kõikide 6-tipuliste graafide diagrammid. Torkas silma nende süstematiseerimatu esitus. Teatud valentsusjaotusvektori rakendamisega õnnestus diagrammid korrastada. Graafide identifitseerimiseks sai konstrueeritud veel teisigi atribuute, mis muidugi ei pretendeerinud täielikkusele ja millest suurem osa hiljem kõrvale jätsin.

Tuli hakata otsima struktuuri spetsiifilisi *tunnuseid* ja nende alusel struktuuri *kirjeldamise* võimalusi, mis viis semiootika elementide kasutamise mõttele. Niisiis, igat koosluse tüüpi *objekti* võib käsitleda kui *süsteemi.* Reeglina on süsteem paljuaspektiline. Sõltuvalt käsitlusaspektist või -eesmärgist võib süsteemi *elementideks* pidada tema ühe või teise loomuga osiseid. Süsteem on fikseeritud siis, kui on fikseeritud ka tema elementidevahelised *seosed. Süsteemi tasemel* säilitavad tema elemendid oma empiirilised tähendused (omadused). *Struktuuri tasemel* omab tähendust vaid elementide organiseerumis- ehk sidususviis, mis on kujutatav *struktuuri graafi* näol. Teisest küljest, kõik isomorfsed graafid, ja ainult need, omavad ühte ja sedasama struktuuri – tegemist on *graafi struktuuriga.* Graafi struktuuri tuvastamiseks kasutame teatud *tunnuseid ehk märke.* Märgisüsteem ja selle ohjamine ongi semiootika. Struktuursete tunnustega manipuleerimist nimetame *struktuurisemiootikaks.* Tegemist on muidugi sünteesitud terminiga. Siin võib märkida, et mõnede autoriteetsete teatmeteoste järgi on semiootika meditsiini, teiste järgi arvutiteaduse ja informaatika termin. Tunnustesüsteemi ohjamine toimub *heuristiliste algoritmide* abil. Algoritmiliselt käsitletav (tuvastatav, ohjatav) objekt on *konstruktiivne.*

Graafi struktuuri tuvastamine rajaneb tipupaaride ja tippude identifitseerimisel (st tunnuste omistamisel) automorfismide transitiivsuspiirkondade ehk orbiitide täpsuseni, permutatsioonimehanismi kasutamata. Graafi struktuuri tuvastamine hõlmab nii *klikkide, orbiitide kui ka graafide isomorfismi tuvastamist*, kuid ei piirdu nendega. Esile kerkisid *graaf-struktuuride vaheliste seoste, graafi struktuursete elementaarmuutuste ja nende süsteemsuse* probleemid.

*

See viis juunis 1999 ***Struktuurisemiootika Edendamise ja Rakenduse Rühma (SERR)*** kui struktuursuse probleemidest huvitatud erinevate erialade spetsialiste ühendava teadus-loomingulise uurimisrühma moodustamisele, kuhu kuulub 13 liiget. SERR on Euroülikooli tiiva all tegutsev varatu ja rahatu organisatsioon. Iga SERRi liige katab oma projektiga seotud kulud ise. Projekte on erinevatel viisidel toetamud SERRi liikmed Jüri Martin, Leo Võhandu, Ilja Sundelevitsh ja Erki Tevet ning vabakodanik A.Kreitsman. Organiseerimistöö ja projektide teostamine on jäänud John Teveti ülesandeks. Projektidele toetuse saamiseks on pöördutud ka vastavate sihtasutuste poole, mis reeglina erinevatel ettekäänetel rahuldamata jäetakse.

## SERRi seminarid

Kuna struktuuri omavad (st. on graafi kujul esitatavad) kõik *koosluse tüüpi objektid*, siis on struktuur ***interdistsiplinaarne*** subjekt. Struktuurset *analüüsi* oleme rakendanud bioloogiliste, ökoloogiliste ja ka taieslike objektide uurimisel. 1999. aasta kevadeks oli "strukturoloogilist" materjali kuhjunud paras jagu. Ilmunud oli vaid üks teavik ja paar artiklit. Tekkis vajadus arutada struktuuri, kui interdistsiplinaarse subjekti probleeme laiemas ringis seminaride vormis.

SERRi seminaride raames on püütud korrastada, kirjeldada (formuleerida), formaliseerida ja lahendada struktuursusega seotud probleeme. Struktuuriprobleemide interdistsiplinaarsust iseloomustab ka SERRi seminaride initsiatiivgrupi koosseis *informaatik* Leo Võhandu, *ökoloog* Jüri Martini, *matemaatik* Ants Tautsi, *isehakanud struktuurisemiootiku* Johntagore Teveti, *kunstiekperimentaatori* Ilja Sundelevitshi ja *tekstiilikunstniku* Helen Kauksi näol. Rida seminare oligi pühendatud *kunstiteose*, kui komponeeritud koosluse struktuursele analüüsile. Oma arusaama selles küsimuses on esitanud kunstispetsialistid A. Kristerson, Tõnis Vint jt. ning nägemispsühholoog Talis Bachmann. See temaatika pakkus laiemat huvi ning SERR oli L.Võhandu initsiatiivil kutsutud 2000. aasta sügisel ühele loomingulise meedia alasele konverentsile Stockholmis sellest ette kandma. Aastatel 2001 ja 2002 toimusid Helsingi Ülikooli teadurite Einari Aaviku jt. initsiatiivil mõned seminarid *organismilise objekti* analüüsi teemadel. Seminaride keskne tähelepanu on suunatud siiski ***graafi struktuursuse*** probleemidele. Graafi struktuuriprobleemi asjus oli SERR kutsutud 2003. aastal Sao Paulosse ja Odessasse graafiteoreetilistele konverentsidele (esimesele ei saanud). Viimased seminarid olid pühendatud graafide struktuuritöötluse heuristilistele algoritmidele.

***SERRi seminaride loetelu:***

1. Struktuursus, selle tähendus ja rakendatavus. *Põhiettekandja: J.Tevet*, *19.04.1999.*
2. Struktuursuse matemaatilised probleemid. *Ettekandjad: L.Võhandu, J.T.Tevet*, *17.05.1999.*
3. Kunstiteose struktuursest analüüsist. *Ettekandjad: A.Kristerson, J.Tevet*, *31.05.1999*.
4. Struktuurse analüüsiga seotud probleeme. *Ettekandjad: L.Võhandu, J.Tevet*, *27.09.1999.*
5. Kuidas erinevaid mõtteviise vastasikku arusaadavaks teha – interstanding *Põhiettekandja: L.Võhandu*, *15.11.1999.*
6. Graafide taastatavuse probleem struktuurisemiootilisest aspektist *Ettekandjad: J.Tevet*, *A.Tauts, 24.04.2000*.
7. Struktuursus nägemistaju vaatevinklist. *Põhiettekandja: T. Bachmann*, *15.05.2000*.
8. Kunstiteos ja selle struktuurne analüüs – mõtteviiside konflikt, vastastikune mõistapüüdmine või ükskõiksus? *Ettekandjad: J.Tevet, L.Võhandu*, *M.Antson, 23.10.2000*.
9. Visioone semiootikatest. *Ettekandjad:J.Tevet, L.Võhandu, 27.11.2000.*
10. "Graafid ja semiootika" esitlus. *J.Tevet, 19.02.2001*
11. Mida tähendab sõna "struktuur"? *Põhiettekandja J.Tevet, 19.03.2001*
12. Kuidas struktuurida reaalset objekti? *Ettekandjad J.Tevet, T.Vint 16.04.2001.*
13. Kas graafide isomorfism ja taastatavus on tabuteemad? *Ettekandjad J.Tevet ja L.Võhandu, 11.06.2001.*
14. Organismilise objekti analüüsist I. *Ettekandjad J.Martin ja J.Tevet, 24.08.2001.*
15. Organismilise objekti analüüsist II. *Ettekandjad E.Aavik, J.Tevet ja J.Martin. 17.09.2001.*
16. Organismilise objekti analüüsist III. *Ettekandjad J.Martin, L.Võhandu, E.Aavik. 17.12.2001.*
17. Organismilise objekti analüüsist IV. *Ettekandjad L.Võhandu, E.Aavik, J.Tevet. 10.06.2002.*
18. Organismilise objekti analüüsist V. *Ettekandjad J.Martin, E.Aavik, J.Tevet. 30.09.2002.*
19. "Kroonika" esitlus. *Ettekandja J.Tevet. 4.02.2003.*
20. Graafi struktuuri tuvastamisest. *Ettekandja J.Tevet. 10.03.2003.*
21. Graafi struktuuri elementaarmuutused. *Ettekandja J.Tevet. 28.04.2003.*
22. Graafi struktuursetest karakteristikutest. *Ettekandja J.Tevet. 26.05.2003.*
23. Graafi struktuuritöötluse heuristilised algoritmid I. *Põhiettekandja J.Tevet. 17.11.2003.*
24. Graafi struktuuritöötluse heuristilised algoritmid II. *Põhiettekandja J.Tevet. 12.01.2004.*
25. Viis aastat SERRi seminare – kokkuvõte. *Ettekandja J.Tevet. 19.04.2004.*

***Seminaridel osalejaid:*** Euroülikoolist, Helsingi Ülikoolist, Tallinna Tehnikaülikoolist, Tallinna Pedagoogikaülikoolist, Eesti Kunstiakadeemiast, Eesti Informaatikakeskusest, Eesti Muusikaakadeemiast, Eesti Kunstnike Liidust, TÜ Õigusinstituudist, Eesti Keele Instituudist ja mujalt.

## Graafide struktuurisemiootilise käsitluse tõdemusi

### *Graafi struktuuritõdemusi*

**1.** Nagu teada, määratakse objekti ***struktuur*** selle elementide ja nendevaheliste seoste põhjal. Kuna mõiste "struktuur" on jäänud küllaltki suvaliselt kasutatavaks ja devalveerunud on põhjust anda sellele graafide põhjal konkreetne tähendus. Graafi struktuur kujutab endast seni märkamatuks jäänud kõrvalnähtust, mis rikastab meie ettekujutust graafidest ja viib meid isomorfismi, taastatavuse jt. probleemide süsteemsele käsitlusele. ***Struktuur on isomorfsete graafide täielik invariant****,* st nende niisugune omadus (organiseeritus), mis määrab graafi *isomorfismi* täpsusega.

**2.** ***Isomorfismi tuvastamiseks*** on välja pakutud sadu võtteid. Kolmkümmend aastat tagasi lokkas niisuguste võtete väljamõtlemise harrastus, mida kõrvaltvaatajad isomorfismihaiguseks tituleerisid. Reeglina töötavad väljapakutud isomorfismituvastamise algoritmid ***peaaegu kõikide graafide*** puhul, see käib ka viimasel ajal moes olevate nn. *spektritele* ja *3-kuup koodidele* rajatud meetodite kohta. Näib, et neid algoritme hinnatakse rohkem ajalise keerukuse kui tuvastushaarde aspektist. Praktiliselt iga tuvastusmeetodi puhul leidub graafe, kus see ei tööta. Tavaliselt on sellistel juhtudel tegu mingit tüüpi regulaarsete või kahealuseliste graafidega.

**3.** ***Struktuuri tuvastamine*** seisneb graafi $\boldsymbol{G}$ tipupaaride $\boldsymbol{v_i v_j}$ identifitseerimises teatud lokaalsete invariantide ehk *binaartunnuste* $\boldsymbol{w_{ij}}$ baasil ning viimaste korrastamises struktuuri esitavaks *tunnusmaatriksiks* $\boldsymbol{W}$**.** Struktuuri tunnusmaatriks $\boldsymbol{W}$ esitab kõikide isomorfsete graafide $\boldsymbol{G_1 \cong \ldots \cong G_q}$ (isomorfismiklassi) ühist strukruuri $\boldsymbol{GS}$. Struktuuri $\boldsymbol{GS}$ võib esindada isomorfismiklassi suvaline graaf $\boldsymbol{G}$**.** Seega hõlmab graafi struktuuri tuvastamine ka isomorfismiülesannet. Isomorfismi tuvastamine ei tähenda veel struktuuri tuvastamist – see on vaid struktuuride identsuse tuvastamine. Struktuuri tuvastamiseks rakendatakse erinevate piirjuhtude korral teatud süvamenetlusi nagu *taust- ja jääkgraafe, naabrusmaatriksite astendamist ja lokaalseid tunnusmaatrikseid*, mis võimaldavad tuvastada struktuuri ***kõikide graafide*** puhul.

**4.** Struktuur jaguneb ***orbiitideks***, *tipu-* $\boldsymbol{\Omega V_k}$ *ja tipupaari ehk binaarorbiitideks* $\boldsymbol{\Omega R_n}$. Tegu on nendesamade graafi automorfismirühma Aut$\boldsymbol{G}$ orbiitidega, mida tavaliselt tuvastatakse permutatsioonitehnika võtetega ning mille elemente peetakse "ühesugusteks". Aut$\boldsymbol{G}$ puhul huvitutakse peamiselt tipuorbiitidest. Suvalise graafi automorfismirühma kindlakstegemist peetakse keeruliseks ülesandeks, väidetakse koguni, et nende tuvastamise efektiivseid algoritme ei olevat olemas. Orbiitide struktuurse tuvastamisega probleeme ei ole – nad kujutavad endast binaartunnuste $\boldsymbol{w_{ij}}$ ekvivalentsusklasse. Struktuurselt on tuvastatavad nii tippude, servade kui ka "mitteservade" orbiidid. Viimaseid permutatsioonitehnikas ei tunta.

### *Graafi struktuurimuutuste tõdemusi*

**5.** Orbiitidel on oluline roll ka ***struktuurimuuuste*** tuvastamisel. Graafstruktuuri $\boldsymbol{GS}$ igale binaarorbiidile $\boldsymbol{\Omega R_n}$ vastab teatud ***naaberstruktuur*** $\boldsymbol{GS^{adj}{}_n}$ Üleminek naaberstruktuurile toimub seose (serva) eemaldamise või lisamise teel, kus**:** a) suurimat alamstruktuuri $\boldsymbol{GS \backslash e_{ij}}$ nimetame *naaberalamstruktuuriks* $\boldsymbol{GS^{low}}$; b) väikseimat ülemstruktuuri $\boldsymbol{GS \cup e_{ij}}$ nimetame *naaberülemstruktuuriks* $\boldsymbol{GS^{upp}}$. Selliseid struktuurimuutusi nimetame elementaarseteks.

6. Disjunktiivselt üle kõikide binaarorbiitide $\boldsymbol{\Omega R_1},\ldots,\boldsymbol{\Omega R_n},\ldots,\boldsymbol{\Omega R_N}$ sooritatud seosoperatsioonid ***lahutavad (dekomponeerivad)*** graafstruktuuri ***GS*** tema naaberstruktuurideks $\boldsymbol{GS^{adj}_1,....,GS^{adj}_n,...,GS^{adj}_N}$. Struktuuri taastamine tähendab naaberstruktuurilt $\boldsymbol{GS^{adj}}$ oma lähtestruktuurile ***GS*** tagasipöördumist. Kui struktuur ***GS*** on *lahutatav* oma orbiitide $\boldsymbol{\Omega R_n}$ baasil oma naaberstruktuurideks $\boldsymbol{GS^{adj}_n}$ siis on ta ka ***taastatav*** iga oma naaberstruktuuri vastava reversiivse orbiidi $\underline{\boldsymbol{\Omega R^{adj}}}$ baasil.

7. Ulami hüpoteesis peetakse taastamiseks hoopis isomorfsete märgistatud graafide numeratsiooni taastamist, isomorfismi ennast. Ulami hüpotees struktuuri eirav – ***destruktiivne.*** Paraku on Ulami hüpotees – *kui graafide* ***G*** *ja* ***H*** *kõik naaberalamstruktuurid* $\boldsymbol{GS^{low}_n}$ *ühtuvad (on paariti identsed), siis esindavad graafid* ***G*** *ja* ***H*** *ühte ja sedasama struktuuri* ***GS*** – üldjuhul mittekehtiv (vt lk 14).

8. Struktuur ***GS*** ja tema naaberstruktuur $\boldsymbol{GS^{adj}}$ on suhtelised mõisted – ***GS*** ja $\boldsymbol{GS^{adj}}$ on ***teineteise naabrid*** ja nad on ka ***vastastikku lahutatavad ja taastatavad***. Graafstruktuur ***GS*** on taastatav nii oma naaberalamstruktuuri $\boldsymbol{GS^{low}_n}$ kui ka naaberülemstruktuuri $\boldsymbol{GS^{upp}_n}$ vastavale reversiivsele binaarorbiidile rakendatud seosoperatsiooni kaudu. ***Struktuuri elementaarmuutuste (ehk konstruktiivsete rekonstruktsioonide) süsteem SGS*** on seotud *struktuurisuktsessioonide, ülemineku- ja olekutõenäosuste, Markovi ahelate ja teiste süsteemsete atribuutidega.*

## SERRi teavikud

Teavikud kajastavad SERRi uurimitööde tulemusi ja projekte, kuid ei hõlma kõiki seminaridel arutletud teemasid. Teavike udk/mesh 519.17; 001.5; 81’22 (v.a. teavik 8) ning need on kättesaadavad juurdemärgitud raamatukogudes.

**1.** **Struktuurisemiootika: struktuursuse kujutamine graafidel** (*J.Tevet, 1999*). SERRi esikväljaanne. Sialdab strukruurisemiootika põhiteese struktuurisemantika, struktuurisüntaktika ja struktuuripragmaatika lõikes. Peatükid struktuuristaatika ja struktuuridünaamika (struktuurimuutuste) eksplitseerimisest graafidel. Küllaltki mahukas peatükk rakendustest (struktuuripragmaatika) nagu: a) graafi struktuurimuutuste seaduspärasustele rajatud ontogeneesi tööhüpoteesid ja dünaamilinene mudel; b) vaatlusandmetele rajatud ökoloogilise koosluse arengut (lihhogeneesi) kajastavad tööhüpoteesid ja struktuurne mudel; c) taiese kui komponeeritud koosluse struktuurne analüüsi tööhüpoteesid ja näited. Teavik tervikuna on illustreeritud 32 näitega. Paraku sisaldab trükivigu. *RR 3-99-03946, TPÜAR XEF00/2089, TÜR B-7309.*

**2*.** **Appendix to Structural Semiotics: A System of Graphs, their Characteristics and Changes** *(J.Tevet, 1999).* Teavikus on esitatud kõik 156 6-tipulist graafstruktuuri, nende tunnusmaatriksid, struktuursed ja tõenäosuskarakteristikud, 1044 naabrussuhet, üleminekutõenäosust, graafstruktuuride süsteem tervikuna jne. *RR 3-03-02738, TPÜAR XVF00/740, TÜR XII B-429.*

**3.** **Aabits graafide struktuurist, süsteemsusest ja märgilisusest** *(J.Tevet, 2000).* Aabits on mõeldud eelkõige nendele, kes graafidest ega semiootikast veel midagi ei tea. Kõik oluline on püütud ära seletada üheteistkümne 4-tipulise graafstruktuuri baasil. Sisaldab lihtsamaid harjutusi. *RR 3-00-01498, TPÜAR XEF00/2887.*

**4.** **Graafid ja semiootika** *(J.Tevet, 2001).* Graafide struktuurses käsitluses semiootika printsiipide rakendamist põhjendav teavik. Sisaldab näiteid, harjutusi ja nende vastusi. *RR 3-01-00255, TPÜAR XEF01/2642, TTÜR EH-76924, TÜR B-9144.*

**5.** **Графы структуры и структура графов** *(Дх. Тевет, 2001).* Leedulastele ja valgevenelastele esitatud graafide struktuurse käsitluse lühiteavik. Sama teaviku modifikatsioon «Что такое структура графа» on esitatud 2003. aastal Odessas A.Zõkovi korraldatud graafiteooria alasel konverentsil.

**6.** **Semiotic Testing of the Graphs** *(J.Tevet, 2001).* Graafi tsüklite, klikkide, orbiitide, naaberstruktuuride jt atribuutide semiootilist testimist esitav teavik. Sisaldab 29 näidet, 62 harjutust ja nende vastuseid. *RR 3-01-03292, TPÜAR XVF01/15670.*

**7.** **Isomorphism and Reconstructions of the Graphs: A Constructive approach and Development** *(J.Tevet, 2002).* Eelmise teaviku [6], eessõna ja praktiliste näidetega täiendatud variant rõhuasetusega graafide isomorfismi ja struktuursete rekonstruktsioonide tuvastamisele. Sisaldab 29 näidet, 60 harjutust ja nende lahendusi. *RR 3-02-00378, TPÜAR XVF02/2373.*

**8.** **Ühe pürgimise ja ponnistuste kroonika** *(J.Tevet, 2003).* Autobiograafiline teavik elulistest ja töistest tegemistest, SERRi toimetamised kaasa arvatud. Sisaldab küllaltki ulatuslikku nimede registrit. *RR 3-03-00229, TPÜAR XEF03/1202, TÜR B-10519.*

**9*.** **Graphs of the Structure and Structure of the Graphs** *(J.Tevet, 2003).* Teavik algab improviseeritud diskussiooniga graafide struktuurisemiootilisest käsitlemisest. Struktuurse käsitluse teoreetilise aspekti nö lõplik variant, mis sisaldab 22 definitsiooni, 28 postulaati, 19 propositsiooni, 53 korallaari, 29 näidet, 60 harjutust ja nende lahendusi. *RR 3-03-00228 , TPÜAR XVF03/1201, TÜR XII B-446.*

**10*.** **Graafi struktuuritöötluse heuristilised algoritmid** *(J.Tevet, 2004).* Lühiteavikus on põgusalt kirjeldatud tosinat graafi struktuuri tuvastavat heuristilist algoritmi, mis moodustavad graafi nn struktuuritöötluse süsteemi. Teoreetilisi põhjendusi esitatakse vaid vihjamisi, viidates teavikele [1], [2], [4], [7] ja [9]. *RR 3-04-00368, TPÜAR XEF04/1044, TTÜR EH-85707, TÜR B-10427.*

**11*.** **Heuristc Algorithms for Structure Processing of the Graphs** *(J.Tevet, 2004).* Eelmise teaviku [10] korrigeeritud ja täiendatud ingliskeelne tõlge. *RR 3-04-00820, TPÜAR XVF04/2281, Latvian Academic Library, Bibliothek der Eidgenössische Technische Hochschule Zürich.*

<u>Märkus:</u> Heuristiliste algoritmide [10] või [11] põhjendamiseks piisab teavikus [9] esitatud materjalist. Samal põhjusel on soovitav on tutvuda ka teavikuga [2].

*

***SERRi rahvusvahelised esinemised ja publikatsioonid:***

1. *J.Tevet, M.Lambing*, ettekanne kunstiteose struktuursest analüüsist loomingulise meedia alasel konverentsil. – *Royal Institute of Technology, Stockholm, 24-25 August 2000*.
2. *J.Tevet, M.Lambing*. Visions about skeletons of artworks. – In: *Frontiers of Interstanding, Stockholm, 2000., pp 69-73.*
3. *Дж. Тевет.* О значении структуры графа. – *Ettekande tekst Zõkovi graafiteooria alasel seminaril, Odessa, september 2003.*

*

***SERRi koduleheküljed:*** SERRi üldteavet sisaldav kodulehekülg <u>http://my.tele2.ee/graphs</u> avati 2002. aasta mais. SERRi käsilolevaid projekte estav ingliskeelne kodulehekülg <u>www.hot.ee/tewet</u> avati 2002. aasta oktoobris. Selle väliskülastajate arv on rahuldav. Paraku ei ole AS Elion viimasel ajal suuteline oma hot.ee[d] korralikult haldama, mille tõttu on see kodulehekülg suurema osa ajast välismaailmale kättesaamatu.

## Graafide struktuurisemiootika lühisõnastik

***Algoritm –*** suvaline eeskiri arvutiprogrammi koostamiseks ● struktuurisüntaktiline eeskiri kujutab endast ***heuristilist algoritmi.***

***Automorfism*** $\alpha$ **–** isomorfism iseendaga ehk struktuuri säilitav tippude või tipupaaride substitutsioon.

***Binaargraaf*** $g_{ij}$ – graafi ***G*** tippe $v_i$ ja $v_j$ siduvaisse lühimaisse lihtahelaisse kuuluvate tippude poolt moodustatud, kaugust ***d*** kujutav alamgraaf.

***Binaartunnus*** $w_{ij}$ – binaargraafi $g_{ij}$ iseloomustavate invariantide korteezh ±***dnq*** ehk märk, kus +***d*** on tavakaugus, –***d*** kollateraalne kaugus, ***n*** – tippude arv, ***q*** – servade arv binaargraafis.

***Graaf G*** – struktuuri graafiline kujutis, "pilt", kus struktuuri elemendid vastavad graafi tippudele ja struktuursed seosed servadele ● struktuuri esitus naabertippude nimekirja või naabrusmaatriksi tasemel.

***Hargnevus FRA*** – hargnevustunnuste alusel mõõdetav suurus.

***Informatsiooniline entroopia HE*** – struktuurielementide valentsuste alusel mõõdetav suurus, sama mis N.Rashevsky topoloogiline entroopia.

***Informatsioonimaht Hr, Hv*** **–** struktuuri orbiitide mitmekesisuse alusel mõõdetav suurus.

***Invariant*** – struktuuri teatud muutuste korral selle muutumatuks jääv atribuut ● atribuuti, mis on iga struktuuri puhul erinev nimetatakse ***täielikuks invariandiks.***

***Isomorfism*** – ühesugust struktuuri omavate graafide üksühene vastavus.

***Isomorfismiklass*** – kõikide ühesugust struktuuri omavate graafide klass ● isomorfismiklassi esitab struktuur ***GS***.

***Jääkgraaf*** $G_{ij}^m$ – graafist ***G*** ühe binaargraafi $g_{ij}$ eemaldamisel tekkiv graaf.

***Keerukus CPX*** – suurus, mis sõltub struktuuri elementide, -seoste ja nende orbiitide arvust.

***Klikk*** – graafstruktuuri ***G*** täisgraafist alamgraaf.

***Kollateraalne kaugus*** – naabertippude vahelise seose $e_{ij}$ eemaldamisel tekkiv kaugus tippude $v_i$ ja $v_j$ vahel.

***Konstruktiivne objekt*** – algoritmi abil konstrueeritav objekt.

***Konstruktiivne rekonstruktsioonide süsteem*** $GSG^{|V|}$ – kõikide |V|-elemendiliste naaberstruktuuride $GS^{adj}$ süsteem.

***Markovi maatriks M*** – maatriks, mille elementideks on üleminekutõenäosused.

***Mitmekesisus*** – struktuuri ***GS*** orbiitide ja nende võimsuste mitmekesisus.

***Morfism F*** – seosoperatsioon (-operand), mis muudab struktuuri ***GS*** tema naaberstruktuuriks $GS^{adj}_n$.

***Morfismi tõenäosus PF*** – üleminekutõenäosus struktuurilt ***GS*** tema naaberstruktuurile $GS^{adj}_n$.

***Naaberstruktuur*** $GS^{adj}_n$ – struktuuri ***GS*** binaarorbiidile $\Omega R_n$ vastav struktuur ● naaberstruktuuride arv võrdub binaarorbiitide arvuga ● seose eemaldamisel $GS\text{-}e_{ij}$ saadavat struktuuri nimetatakse ***naaberalamstruktuuriks*** $GS^{low}_n$ ● seose lisamisel $GS+e_{ij}$ saadavat struktuuri nimetatakse ***naaberülemstruktuuriks*** $GS^{upp}_n$.

***Olekutõenäosus PS*** – etteantud elementide arvu $|V|$ ja seoste arvuga $|E|$ juhusliku struktuuri ***GS*** suhteline (kaalutud) esinemissagedus, mis on tuvastatav naaberstruktuuride süsteemi baasil.

***Orbiit*** $\Omega$ – struktuuri ***GS*** elementide $v_i$ või elemendipaaride $v_iv_j$ ekvivalentsusklass, mida permutatsioonitehnikas *transitiivsuspiirkonnaks* nimetatakse ● perfektsete binaartunnuste $w_{ij}$* klass kujutab endast ***binaarorbiiti*** $\Omega R_n$ ● perfektsete positsioonitunnuste klass kujutab endast elementide ***positsiooniorbiiti*** $\Omega V_k$.

***Orbiitstruktuur*** $GS_n$ – perfektsetele binaartunnustele rajatud taustgraaf $G_p$, mille seosed vastavad struktuuri ***GS*** binaarorbiidile $\Omega R_n$

***Positsioonigraaf*** $G_i$ – graafi ***G*** tipu $v_i$ binaargraafide ühend $\cup g_{ij}$.

***Positsioonitunnus*** $u_i, v_i$ – graafi ***G*** tippu $v_i$ iseloomustav vektor, mille koordinaatideks on binaartunnused.

***Struktuur GS*** – graafi kujul esitatava objekti sidususviisi abstraktsioon – selle niisugune omadus mis määrab graafi "isomorfismi täpsusega" ● isomorfsete graafide klassi täielik invariant, on esitatav täieliku tunnusmaatriksi ***W**** kujul ● struktuuride identsus tähendab neid kujutavate graafide isomorfismi.

***Struktuurisemantika*** – struktuuri ***GS*** binaartunnuste $w_{ij}$ tähendused ● struktuurisemiootika osa.

***Struktuurisemiootika*** – binaartunnustele rajatud süsteem ja selle ohjamine (algoritmid).

***Struktuurisüntaktika –*** binaartunnuste ohjamise eeskirjad, algoritmid ● struktuurisemiootika osa.

***Substututsioon*** – struktuurielementide või -seoste ümberpaigutus või ümbertähistamine.

***Suktsessioon SF*** – naaberstruktuuride jada $\boldsymbol{GS_1 \rightarrow GS_2 \rightarrow \ldots \rightarrow GS_t}$ ● väljundsuuruste ***Y*** muutumise iseloomu järgi võib suktsessioon olla ***stabiilne, monotoonne*** või mitte ● suktsessioon on käsitletav ka kui ***struktuuridünaamika***.

***Suktsessioonide parv*** – erinevate suktsessioonide hulk lähtestruktuuri $\boldsymbol{GS_i}$ ja lõppstruktuuri $\boldsymbol{GS_j}$ vahel süsteemis $\boldsymbol{GSG}^{|V|}$.

***Sümmeetria*** – struktuuri ***GS*** orbiitide ***Ω*** ehk ekvivalentsusklasside arvust ja võimsusest sõltuv omadus ● mida vähem on orbiite ja mida võimsamad nad on seda sümmeertilisem on struktuur ***GS*** ● mitmekesisuse ehk asümmeetria vastandomadus.

***Taastatavus*** – struktuuri ***GS*** taastamine tema naaberstruktuuride $\boldsymbol{GS^{adj}_n}$ reversiivsetele binaarorbiitidele $\boldsymbol{\Omega R_n}$ rakendatud seosoperatsioonide baasil.

***Taustgraaf*** $\boldsymbol{G_p}$ – graaf, mille servad vastavad graafi ***G*** kindla(te)le binaarmärkide klassi(de)le $\boldsymbol{W_p}$.

***Tihedus DEN*** – triangulaarsustunnuste baasil mõõdetav suurus.

***Tunnus*** – märk, mis tähistab, esitab või kujutab mingit objekti.

***Tunnuse tähendus*** – tunnuse märgist väljaloetav teave ● binaartunnus võib tähendada lihtahela ja/või tsükli pikkust, triangulaarsust, hargnevust, "petersenlikkust", klikki jne.

***Tunnusmaatriks W*** – maatriks, mille elementideks on binaartunnused $\boldsymbol{w_{ij}}$ ning mis on korrastatud ja dekomponeeritud positsioonitunnuste alusel ● kui binaartunnused on perfektsed $\boldsymbol{w_{ij}*}$, siis nimetatakse seda maatriksit ***täielikuks tunnusmaatriksiks W**** ning ta kujutab endast isomorfsete graafide klassi täielikku invarianti ● graafi ***G*** struktuuri ***GS*** esitav atribuut, struktuuri avaldis, tekst.

***Üleminekutõenäosus*** – etteantud lähtestruktuurilt lõppstruktuuri ülemineku tõenäosus.

***Väljundsuurus Y*** – struktuuri ***GS*** iseloomustav mõõt.

## Diskussioon struktuurisemiootikast

Järgnev improviseeritud diskussioon rajaneb autentsel materjalil kuigi selles esinevad ka imaginaarsed kujud prof. Tipu ja hr. Serva näol, kellele on suhu pandud mõnede lähikondlaste sõnad. Seltskond istub ümmarguse kohvilaua ümber.

*Hr. Serv:* *John, ma olen sinu tegemisi graafide kallal jälginud juba pikemat aega ega pole ikkagi aru saanud, mida sa taotled.*

*F.Harary:* *Kallis John, ma ei saa üldse midagi aru, isegi sinu töö eesmärgist mitte.*

*John T.:* *Kallis Frank, eks siin mängib oma osa minu ebakorrektne inglise keel sinu briljantse sõnaseadmise kõrval. Sinu põhilised märkused olidki grammatilist laadi. Tunnen huvi graafide struktuuri vastu, see on otseselt seotud isomorfismiprobleemiga.*

*Prof. Tipp:* *Graafide isomorfismiprobleem teeb mind ettevaatlikuks. Tegu on diskreetse matemaatika ühe senilahendumata ülesandega, mis matemaatikute meeli on hoidnud pinevil juba mõnikümmend aastat, kuigi viimasel ajal on selle probleemi populaarsus värskete ideede puudumisest tingituna mõnevõrra kahanenud. R.Read, D.Corneil ja F.Gati on analüüsinud kümneid sellealaseid artikleid ja kokkuvõtteks nimetanud seda* ***isomorfismihaiguseks.*** *Pärast seda on paljud tuntud graafiteoreetikud nagu N.Christofiedes, K.Thulasiramani, M.Swami, B.Bollobas jt. seda probleemi oma monograafiates puudutagi.*

*O.Borodin:* *Graafide isomorfismi näited sobivad vaid kooliõpikutesse. Meie oma N. graafiteooria keskuses selle küsimusega juba hulk aega põhimõtteliselt ei tegele, kõik sellega tegelenud hobbistid oleme vallandanud.*

*Hr. Serv:* *John tegeleb probleemiga, mis juba 1982 aastal ära keelati.*

*John T.:* *Read, Corneil ja Gati nimetavad isomorfismiharrastajate püüdlusi küll haiguseks, kuid analüüsivad nende töid asjalikult. Selge on vaid see, et graafiteoorias ei ole ühtset seisukohta isomorfismiprobleemi lahendamise kohta.*

| | |
|---|---|
| *F.Harary:* | *Isomorfismiprobleem on lahendatav vastava täieliku invariantide süsteemi väljaselgitamise teel. Seni pole suutnud tõepoolest keegi seda teha.* |
| *A.Zõkov:* | *Leian, et isomorfismiprobleemi võib lahendada graafi "tiheduse", valentsuste tsüklite ja klikkide komplekse tuvastamise teel.* |
| *John T.:* | *Härrased, kas te teate, mida tähendab sõna "struktuur"?* |
| *Hr. Serv:* | *Struktuur on mingi asja väline vorm.* |
| *John T.:* | *Tegelikult on struktuur mingi süsteemi (objekti) abstraktsiooni, milles tema elemendid ja nendevahelised seosed on abstrahheeritud oma empiirilistest omadustest ning kujutab endast elementide kindlat seostumise- ehk organiseerumisviisi, mis ei sõltu elementide asetusest ruumis. Struktuuri elementide kvalitatiivsed erinevused avalduvad nende struktuursete positsioonide (positsiooniklasside) erinevuses.* |
| *Prof. Tipp:* | *Kuid mis on sinu struktuuril ühist graafide isomorfismiga?* |
| *John T.:* | *Struktuur on kujutatav graafina, sest graaf koosneb samuti elementidest, mida küll tippudeks nimetatakse ja elemendipaaride vahelistest seostest, mida servadeks nimetatakse. Kõik isomorfsed graafid omavad üht ja sama struktuuri –* ***struktuur on isomorfsete graafide täielik invariant.*** |
| *Hr. Serv:* | *Kuidas sina oma kõikehõlmavat, isomorfsete graafide täielikku invarianti ehk struktuuri ennast kujutad?* |
| *John T.:* | *Struktuur kujutab endast elementide ja elemendipaaride seostumisviise, kus nende erinevused avalduvad erinevate positsiooniklasside ehk orbiitide näol. Selleks tuleb elemendipaarid identifitseerida, leida nende tunnused. Tunnuste korrastatud süsteem – tunnusmaatriks* ***W*** *– ongi isomorfsete graafide täielik invariant ehk struktuuri esitav atribuut. Siin pean kohe märkima, et struktuuris, kui tervikus, on midagi kvalitatiivset, tähenduslikku, mis ainuüksi matemaatiliste operatsioonide abil ei ole tuvastatav. Tunnuste- ehk märgisüsteemiga opereerimine viibki meid semiootikasse, mida ma* ***struktuurisemiootikaks*** *nimetan.* |
| *Prof. Tipp:* | *Pea nüüd kinni. Need, kes vähegi graafidega kokkupuutunud on, teavad, et graafid on matemaatilised objektid, mida käsitletakse, näiteks, kombinatoorika atrbuutidega.* |
| *John T.:* | *Kombinatoorika annab ainult kvantitatiivseid tulemusi. Näiteks etteantud tippude ja servade arvuga graafide puhul saame mitteisomorfsete graafide ehk graaf-struktuuride a r v u jne.* |
| *C.Hoffmann:* | *Ilma rühmateooriat rakendamata te küll siin midagi ära ei tee.* |
| *John T.:* | *Seda juttu olen ma palju kuulnud. Ma olen automorfismirühmi ka rakendanud. On selgunud, et erinevad struktuurid ehk mitteisomorfsed graafid võivad omada üht ja sedasama rühma Aut* ***G****. Seega ei ole automorfismirühm struktuuri täielik invariant ja mul pole sellega midagi peale hakata.* |
| *C.Hoffmann:* | *Hm!* |
| *Hr. Serv:* | *Oma "tähenduslike graafide" ehk struktuurisemiootikaga lähed sa nüüd rappa küll, selles olen ma kindel.* |
| *John T.:* | *Raba on keskkonna loomulik ja hädavajalik komponent. Kui rabad likvideerida on keskkond tasakaalust väljas. Ka graafiteooriale on oma "raba" vaja.* |
| *Hr. Serv:* | *Mis jutt see on – "graafiteooriat tasakaalustav raba"!* |
| *John T.:* | *Ma mõtlen siin seda, et traditsiooniline graafiteooria kui mittevasurääkiv formaalne süsteem, nagu kogemused näitavad, on mittetäielik. Juba 1931. aastal tõdes Kurt Gödel, et niisugusel juhul on mõistlik lahendust otsida väljaspool seda süsteemi, antud juhul väljaspool traditsioonilist graafiteooriat, olgu see siis kasvõi "rabaks" nimetatud.* |
| *Prof. Tipp:* | *Gödeli teoreem on ju formuleeritud aritmeetika kohta.* |
| *John T.:* | *Seda küll, kuid leian, et selle iva on palju laiem.* |
| *Krishnamarti:* | *Kui te olete oma probleemi lahtimõtestanud, tuleneb lahend sellest endast, sest lahend pole eraldatud probleemist.* |
| *Hr. Serv:* | *Kas sinu nn struktuurisemiootika ongi see lahend või päästev raba, mis tuleneb probleemist endast ? Kas ilma selleta et saa?* |
| *John T.:* | *Saab ja ei saa kah. Saab küll, sest ma ei pea struktuurseid tunnuseid ehk koode tingimata märkideks ja nende süsteemi semiootikaks nimetama. Ei saa kah, sest kogemused näitavad,* |

*kui matemaatik näeb koode, kipub ta neid vektoritena liitma või korrutama hakata, jättes tähele panemata selles peituva informatsiooni ehk t ä h e n d u s e.*

*Prof. Tipp:* *Väga imelik! Ega sa ometigi ei taha öelda, et mingi märgisüsteemi abil graafe uurida õnnestub. Graafiteooriaga siin küll tegemist olla ei saa.*

*Teadusfondi esindaja:* *Tevetil puudub matemaatika seisukohalt selgepiiriline ja sisukas uurimisprogramm. Niisugust projekti meie mitte mingil juhul aktsepteerida ei saa.*

*Hr. Serv:* *Jah, kord on kord!*

*John T.:* *Härrased, tõepoolest mingit tavamatemaatilist uurimisprogrammi mul ei ole. On struktuurisemiootiline programm, mis annab uut ja täiendavat teavet graafidest, julgeksin väita, et loob uue ettekujutuse graafidest.*

*Hr. Serv:* *Sinu "uus ettekujutus" graafidest ongi sinu peamine viga. Parem kujuta graafe nii nagu teised, korralikult haritud inimesed.*

*B.Bollobas:* *Graafid on objektid, mille kogu viljakas teooria seisneb Hamiltoni tsüklite, elektrivõrkude, juhuslike graafide ja teiste vajalike probleemide kombinatoorses käsitlemises.*

*A.Zõkov:* *Siiski, graafe võiks uurida nende sisemisest loogikast ja arengust lähtudes nii kombinatoorsest, algebralisest, matemaatilise loogika, lingvistika ja süsteemiteooria aspektist.*

*L.Euler:* *Härrased, mis "graafidest" te siin räägite. Kui ma kunagi Königsbergi, mida te millegipärast nüüd Kaliningradiks nimetate, sildadel kurseerimist uurisin teadsin kindlalt, et see on geomeetria ülesanne. Ka teie kaasaegne V.Aleksejev on sellega päri.*

*O.Akimov:* *Mina pean kõige õigemaks käsitleda graafe konstruktiivsuse seisukohalt.*

*J.Gross, J.Yellen:* *Härrased, teil on iganenud arusaamad, graafiteooria on arvutiteaduse haru.*

*John T.:* *Näete, igal graafiteoreetikul on oma teooria!*

*.Thomassen:* *Kõik, mis annab uut teavet graafidest kuulub graafiteooriasse. Soovin teile kordaminekut projekti teostamisel.*

*A.Dharwadker:* *Ütleksin, et Teveti lähenemine graafidele on tähelepanuvääriv. Korraldasin asja nii, et viiteid tema koduleheküljele oleks piisavalt.*

*Prof. Tipp:* *Palun selgita mulle siiski, milleks graafide puhul mingisugune tunnuste "tähendus" vajalik on.*

*John T.:* *Need tunnused annavad piisavalt struktuuri iseloomustavat teavet. Näiteks, ka naabrusmaatriksite korrutiste (astmete) elemendid iseloomustavad tipupaare, nendevahelisi maksimaalseid kaugusi. Naabrusmaatriksite astendamise teel saadud "arvtunnuste" baasil on võimalik efektiivselt tuvastada väga paljude graafide struktuuri, kuid need ei ole piisavad tugevalt regulaarsete ja teiste graafide struktuuri tuvastamiseks. Struktuursed tunnused ehk märgid sisaldavad aga vajalikku infot nii tipupaaride vaheliste kauguste kui ka neid kandvate alamgraafide kohta.*

*Hr. Serv:* *Kas tahad öelda, et astendamine viib rappa?*

*John T.:* *Ei, vastupidi, jätab kuivale.*

*Hr. Serv:* *Aga ikkagi, miks mõned ei saa sinu tööst üldse aru, ka selle eesmärgist mitte. Paljud ei viitsi sinu bullasid eriti lugedagi. Mida sa veel punnitad?*

*John T.:* *On ju nii, et arusaamad kipuvad "kastidesse" (klikkidesse, tsunftidesse, parteidesse, konfessioonidesse või koolkondadesse) jaotuma, millede vahel võib esineda ka arusaamatusi. On ka asja tuuma tabajaid nagu A.Dharwadker, R.Pinch ja mõned teised. Huvi selle vastu on, minu kodulehekülg on küllaltki külastatav, kuigi see on paneelides välja kuulutatud kui graafide "semiootilisi invariante" käsitlev.*

*J.W.Goethe:* *Igaüks kuuleb vaid seda, millest ta aru saab.*

*John T.:* *Nagu teate, lähtun struktuuri mõiste interpreteerimisest graafidel, mis õpeteteva graafiteooria seisukohalt võib tõepoolest arusaamatust tekitada. Oma eesmärgi saavutamiseks püüan ma graafi struktuuri konstruktiivselt esitada, mis tähendab, et vastava algoritmi abil fikseeritakse igat tipupaari iseloomustavad tunnused (invariandid, märgid), mis korrastatakse struktuuri esitavaks maatriksiks. Graafide isomorfismi $\boldsymbol{G}_{\mathbf{A}} \cong \boldsymbol{G}_{\mathbf{B}}$ tuvastamine taandub tunnusmaatriksite ekvivalentsusest $\boldsymbol{W}_{\mathbf{A}} \approx \boldsymbol{W}_{\mathbf{B}}$ väljaloetavale struktuurikirjete* *identsuse* $SK_A \equiv SK_B$ *lihtsale tuvastamisele. Isomorfism tähendab vaid struktuuride identsust* $GS_A \equiv GS_B$

*S.Locke:* *Tegelikult on kõige õigem graafide isomorfismituvastamise viis 3-kuup koodide kaudu. Kui graafide* $G_A$ *ja* $G_B$ *3-kuup koodid* $C_A$ *ja* $C_B$ *langevad kokku, siis on graafid isomorfsed* $G_A \cong G_B$*. Kogu lugu!*

*John T.:* *See on muidugi tore, kuid 3-kuup koodid on pikad ja kohmakad ning neist ei saa välja lugeda mitte mingisugust teavet graafi struktuuri ja orbiitide kohta. Mulle nad ei sobi. Graafi struktuurikirjesse* ***SK*** *on koondatud kogu teave strukruurist ning nende võrdlemine isomorfismi tuvastamiseks on imelihtne.*

*Prof. Tipp:* *Millega on garanteeritud, et sinu tunnusmaatriks tõepoolest täielik invariant on?*

*John T.:* *Täieliku tunnusmaatriksi ehk -invariandi moodustamine on mitmesammuline koonduv protsess, kus igal sammul toimub lokaalsete tunnuste, st. –invariantide, täiustamine, mis kestab seni, kuni täiendavaid klassijaotusi enam ei teki. Täieliku tunnusmaatriksi elemendid, lokaalsed invariandid, ei tarvitse ise olla täielikud.*

*Hr. Serv:* *Ei või olla!*

*John T.:* *Seni, kuni sa pole asjasse süvenenud on sul täielik õigus kahelda. Saadud tunnusmaatriksi alusel tuvastatakse ka graaf-struktuuri klikke, lihtahelaid, nende parameetreid ja muudki. Tunnusmaatriksis on esitatud nii tippude kui ka tipupaaride orbiidid ehk positsiooniklassid, millede baasil fikseeritakse nn naaberstruktuurid. Naaberstruktuuride süsteem on otseselt seotud nii graafide rekonstruktsioonide kui ka graafide struktuurimuutuste süsteemi moodustamisega. Viimane viib aga ka graaf-struktuuride olekutõenäosuste fikseerimisele.*

*Hr. Serv:* *Kas sa lihtsamalt ei saa ja vähemaga ei lepi?*

*John T.:* *Nagu näed, on siin tegemist omavahel seotud probleemide kobaraga. Miks peaksin ma seda tükeldama? Vabane kammitsaist, siis ehk hakkab koitma.*

*Prof. Tipp:* *Arva mida tahad, aga sinu ponnistused on liiga ambitsioonikad – isomorfism, rekonstruktsioonid, klikid ja muud, ja see kõik ühekorraga. Teiseks, oma struktuurisemiootikaga oled sa end eemaldanud paljudest õigesti õpetatud inimestest.*

*John T.:* *Ambitsioonikust mul pole, nagu ma juba ütlesin, struktuurne käsitlus lihtalt viis mind nendele probleemidele. Tõepooöest, eelistan mõttevabadust lojaalsusele lojaalsuse pärast. Ja mis suur tähtsus sellel isomorfismikesel siis ikkagi on.*

*Hr. Serv:* *Kas sa ei ole liiga optimistlik, et loodad need "pisikesed" probleemikesed ära lahendada?*

*John T.:* *Olen selles suunas liikunud küll. Nii mõnigi asi on juba täiesti klaar. Ma ei kahtle struktuurse lähenemise õigsuses, mis viis tunnusmaatriksi loomisele. Ma ei kahtle ka orbiitide ja olekutõenäosuste korrektsuses, omavahel seotud klikkide tuvastamisviisi effektiivsuses ega selles, et naaberstruktuuride süsteem toob selgust kurikuulsasse rekonstruktsiooniprobleemi. Muidugi on tööd veel palju. Praegu olen takerdunud ülesannete programmeerimise taha, millega ma üksi toime ei tule.*

*S.Pemmaraju, S.Skiena: Teil polegi vaja eriti programmeerida, kasutage paketti "Mathematica". Meie 2003. aastal ilmudud raamatus on küllaga materjali, mille abil saaksite oma probleemid lahendatud.*

*John T.:* *Tõepoolest, teie oopuses on hulgaliselt suurepärast materjali, eriti graafide väljajoonistamise kohta. Minule olulisi binaar-, taust- ja jääkgraafe ning palju muudki ma sealt paraku ei leidnud.*

*Prof. Tipp:* *Ütle palun, miks sa ei võtnud vastu kunagi Tartus U.K. poolt soovitatud tegevuskava.*

*John T.:* *See oli muidugi täiesti normaalne plaan – hakata uurima ja edasi arendama ühes Lovaszi artiklis esitatud õigeid atribuute, et kindlalt jõuda nendega kindlatele tulemustele. Kuid see "õige ja kindel" tulemus ei oleks katnud murdosagi sellest, mis mind tegelikult huvitab. Härrased, kui lubate, siis jätkaksime nüüd rekonstruktsiooniteemal.*

*****

Prof. Tipp: ***Graafide taastatavus*** *kujutab endast diskreetse matemaatika ja graafiteooria üht olulisimat senilahendamata ülesannet. Probleem, mis näib olevat ülimalt raske, on laiemalt tuntud* ***Ulami hüpoteesi*** *nime all ning on püsinud seni lahendamatuna nüüd juba üle 60 aasta*

F.Harary: *Mina laiendasin selle ülesande ka graafi servadele. Mina ei soovita mitte kellelgi üritada seda lahendama hakata, see on selleks liiga raske. Kallis John, palun jäta see üritamine ja tegele parem graafide rakendamisega bioloogias ja ökoloogias.*

John T.: *Tõepoolest, tänase päevani puudub sellel üldine lahendus. On olemas vaid separaatsed lahendused üksikute graafitüüpide jaoks. Kuid minu arvates pole mõtet ulamliku taastatavusega üldse tegeleda, sest hiljuti kummutasin selle servavariandi – konstrueerisin kontranäite.*

Prof. Tipp: *Ega see ikka nii lihtsalt ei käi, et kuulutad Ulami hüpoteesi kummutamise välja ja kõik. Sa pead seda kummutamist veel tõestama.*

John T.: *Mul on see kirjas, pärast näitan.*

Prof. Tipp: *Kui selle ülesande üldjuht õnnestuks taandada mõistlikule arvule lõplikele variantidele (graafitüüpidele), millede kontrollimiseks saaks kasutada arvuti abi, siis oleks tõestusprotsess analoogiline 1976. aastal K.Appeli ja W.Hakeni esitatud kurikuulsale neljavärviprobleemi tõestusele. Praegu püütaksegi seda lahendada erinevate graafitüüpide baasil, nagu puud, regulaarsed-, mittesidusad-, Euleri-, tsüklilised-, okstega-, oksteta- jt. graafid.*

John T.: *Mitte millegagi ei ole garanteeritud, et just mingi "mõistlik arv erinevaid variante" oleks taastatavuse aspektist täielik. Nagu ma juba väitnud olen, peaks Gödeli teoreemi alusel siin lahendust otsima väljaspool seda süsteemi, st. antud juhul väljapool niisugust tükelduslikku lähenemist.*

Hr. Serv: *John tahab kuulsaks saada, üritades kummutada Ulami hüpoteesi!*

John T.: *Mina ei ole Ulami hüpoteesi lahendamist ega kummutamist kunagi endale eesmärgiks seadnud. Struktuursest seisukohast on graafide taastatavus lähtestruktuurile tagasipöördumise, st. struktuursete elementaarmuutuste ehk naaberstruktuuride fikseerimise ehk morfismide* ***F*** *ja nende süsteemi probleem.*

C.Nash-Williams: *Ah, kõik katsed seda hüpoteesi tõestada või ümberlükata on spekulatiivsed!*

Hr. Serv: *Tõepoolest, John tegelegu parem graafide rakendustega ja ärgu toppigu oma nina Ulami hüpoteesi.*

John T.: *Kas te lubate mul jätkata? Tänan. Struktuursest aspektist moodustavad isomorsed graafid* $G_A \cong G_B \cong G_C \cong \ldots$ *isomorfismiklassi* $\mathbf{g}_m$ *mille iga graaf* $G$ *e s i n d a b selle klassi graafide ühist struktuuri* $GS$. *Sellest seisukohst käsitleb Ulami hüpotees vaid struktuuri* $GS$ *ja selle naaberstruktuuride* $GS^{adj}$ *vahekorda. Ulami väide – kui graafide* $G_A$ *ja* $G_B$ *kõik naaberalamstrukruurid* $GS^{low}$ *on paariti kokkulangevad (identsed) siis on graafid* $G_A$ *ja* $G_B$ *isomorfsed – ei ole üldjuhul kehtiv.*

W.Tutte: *Olen tegelenud rekonstruktsiooniprobleemiga üks jagu. Isomorfismiklassidesse jaotamise põhimõte on mulle omane, muu mitte, sest mina kasutan polünoome.*

John T.: *Väidan, et kui struktuur* $GS$ *on* ***lahutatav (dekomponeeritav)*** *oma orbiitidele* $\Omega R$ *vastavateks naaberalamstruktuurideks* $GS^{low}{}_m$, $F_m: GS \to GS^{low}{}_m$, *siis leidub igas selle naaberalamstruktuuris* $GS^{low}{}_m$ *nn. reversiivne orbiit* $\Omega R^{adj}$, *millele rakendatud morfism,* $F_n: GS^{low}{}_m \to GS$, ***taastab (komponeerib)*** *lähtestruktuuri* $GS$.

Prof. Tipp: *See nüüd küll Ulami hüpoteesiga kokku ei lähe!*

John T.: *Ega ei peagi, kuid taastatavust käsitleb see küll. Niisugune on struktuuri* ***elementaarmuutuste seaduspärasus.*** *Ulami hüpoteesi servavariant on küll kummutatud kuid struktuurset taastatavust võib pidada kehtivaks kõikide graafide kohta. Selle põhjal julgen väita ka, et kui graafid* $G$ *ja* $H$ *on* ***mitteisomorfsed***, *kuid nende vastavad* ***naabergraafidd osutuvad isomorfsetreks***, *siis on nad* ***taastatavad*** *naaberstruktuuride vastavatele orbiitidele rakendatud morfismide ehk seosoperatsioonide abil.*

V.Nydl: *Graafide taastatavus on olnud minu põhiprobleem. Johni lähenemine tekitas algul muidugi võõrastust. Siiski väärib tema originaalne kontseptsioon tõsist tähelepanu.*

*Hr. Serv:* *Leian, et Ulami hüpoteesil on ka suur filosoofiline tähtsus – igat süsteemi saab tunnetada parajasti siis, kui kehtib Ulami hüpotees.*

*John T.:* *Selle asemel väidaks hoopis, et süsteemi saab tunnetada läbi tema struktuuri. Võib muidugi aktsepteerida Ulami soovi näha taastatavust, kui kõikide alumiste naabergraaf-paaride isomorfismide kompleksi, kuid struktuurimuutuste süsteemi seisukohalt ei ole see huvipakkuv, selge asja segaseks tegemine. Arusaadav, et tegemist on matemaatilise harjumuse, paradigmaga, mis just niisuguses sõnastuses on omaks võetud. Härrased, kas teie aktsepteerite ka struktuurse taastatavuse põhimõtet?*

Seltskond vaikib

*S.Hedetniemi:* *Siin võib tegemist olla potentsiaalse avastusega.*

*Hr. Serv:* *John, sa tegeled väga spetsiifiliste probleemidega. Milline on sinu arvates sinu oluliseim tulemus?*

*John T.:* *Graafiteooria raames on isomorfism, taastatavus ja klikid pigem üldised ja olulised kui spetsiifilised probleemid. Arvan, et selle taustal olen ma ka rehabiliteerinud, formuleerinud ja formaliseerinud struktuuri niisuguse mõiste, mis ei ole vastuolus struktuuri teiste aktsepteeritud definitsioonidega ning millega saab korralikult opereerida. Küllaltki oluliseks pean ülesannete süsteemsust. Näiteks, "õigel" lähenemisel on klikituvastus hoopis teisest vallast kui orbiidituvastus, struktuuritöötluses aga rajanevad mõlemad opereerimisel binaartunnustega.*

*J.Mayer* *Vaatamata edusammudele on graafiteooria jäänud mingisugusesse suletud seisundisse, mis on takistanud selle arenemist. Graafiteooria võiks tõepoolest avatum olla.*

*Thulasiramani ja Swami:* *Oleme põhimõtteliselt nõus, et graafiteooriaid on mitu ja nad võivad päris erinevad olla.*

*John T.:* *Loodan, et oleme lähenenud vastastikuses mõistmises selles, et graafiteooria(te)le omane tsunftilik suletus pärsib, avatus aga edendab seda teooriat. Erinevate arusaamade võõristamine ei lakka kunagi. Nagu kogemused näitavad, saavad need, kes ei ole kinni mingis omaksvõetud tõekspidamistes, struktuursest lähenemisest aru küll. Ega ma ei arva muidugi, et teie hakkate nüüd "usku vahetama". Mina igatahes ei vaheta. Kuid rahule jääksin alles siis, kui kogu süsteem arvutile realiseeritud saaks. Tänan teid härrased meeldiva kohtumise ja tähelepanu eest!*

Hr. Serval oli Johnile veel küsimusi:

*Hr. Serv:* *Nagu näha, võtad sa oma "struktuurimissiooni" ikka päris tõsiselt. Kuid mis mõte sellel tegevusel ikkagi on?*

*John T.:* *Arvatavasti on mõttekas panna paika graafi struktuurne kontseptsioon, mille uurimine annab täiendavat teavet graafidest võimaldamaks ära seletada ja lahendada erinevaid graafiteoreetilisi probleeme ning püstitada uusi. See ei ole graafiteooria alane "isetegevus", see on heuristiline ettevõtmine, kus mitte kedagi ega midagi ei matkita. Ka eksperimendid taieste struktuuranalüüsi vallas olid mõttekad selles, et veenduda selle mõttetuses kuna taiese puhul on oluline roll selle komponentide (elementide) visuaalselt tajutaval ruumilisel asetusel, struktuur on aga mõiste, millel pole visuaalse tajutavusega midagi ühist – teisisõnu, kunsti vaatevinklist on isomorfsed kuid ernevalt väljajoonistatud graafid kardinaalselt erinevad objektid.*

*Hr. Serv:* *Kas oled ikka kindel, et struktuurne analüüs on mõttetu?*

*John T.:* *Olen, kuid mul pole midagi selle vastu kui keegi avastaks selles mõttekuse. Ka struktuuri puhul seisneb mõte vaid sellega mängimises, looduses ehedat struktuuri peaaegu ei esine. Tean, et, graafide struktuurisemiootiline käsitlus on paljudele matemaatikutele mõjunud mitmesugustel põhjustel allergiliselt. Üsna mõttetu on ka algoritmide esitamine, kui ei ole käegakatsutavat võimalust saada (palgata) abiväge nende arvutile realiseerimiseks. Pealegi pole isomorfismi, klikkide, orbiitide jt atribuutide tuvastamine üldse mingi müüdav kaup, millest elatuda saaks. Kuid sellel mõttetusel on ka oma mõte – tegija tegemise kaif ja teadmine, et teatakse ühtteist rohkem.*

| | |
|---|---|
| *Hr. Serv:* | *Keegi kodanik X., nime ma praegu ei ütle, on erilise tähelepanuga jälginud sinu tegevust. Ta väidab, et sa tegutsed laial rindel, värbad programmeerijaid, pakkudes neile tugevaid dollareid.* |
| *John T.:* | *???!!!. Siis on struktuurisemiootika vist kellegis mingit imelikku huvid äratanud küll. Kas sina usud, et mul peale pensikroonide mingeid dollared on?* |
| *Hr. Serv:* | *Ega see ei paista nii välja küll, kuid ta on pannud nii mõnegi muserdatu seda uskuma. Nii, selle peale oleks nüüd küll õige korraks pubist läbi astuda.* |
| *John T.:* | *Kutsume prof. Tipu ka kaasa, siis on komplekt koos. Näitaks talle seal oma ulamikummutamise ära.* |

## Graafide ulamlikust ja struktuursest taastatavusest

Väidetakse, et graafide taastatavus kujutab endast diskreetse matemaatika ja graafiteooria üht olulisimat senilahendamata ülesannet. Probleem, mis näib olevat ülimalt raske, on laiemalt tuntud ***Ulami hüpoteesi*** nime all ning on püsinud seni lahendamatuna nüüd juba üle 60 aasta.

Ulami hüpotees on algselt formuleeritud graafi tippudele ja sõnastet järgmiselt: "Omagu graaf $\boldsymbol{G}$ $n$ tippu $\boldsymbol{v_i}$ ja graaf $\boldsymbol{H}$ $n$ tippu $\boldsymbol{u_i}$, kusjuures $n \geq 3$. Kui iga $\boldsymbol{i}$ puhul on alamgraafid $\boldsymbol{G_i = G \backslash v_i}$ ja $\boldsymbol{H_i = H \backslash u_i}$ isomorfsed, siis on ka graafid $\boldsymbol{G}$ ja $\boldsymbol{H}$ isomorfsed". F.Harary [1969] laiendas selle ülesande ka servadele, kuid soovitas selle lahendamisega, kui liiga keerulise probleemiga, mitte tegelda. Tõepoolest, tänase päevani üritatakse sellele üldist lahendust leida separaatsete graafitüüpide pinnal.

Struktuursest aspektist on Ulami hüpotees mõneti absurdne, sest isomorfsed graafid $\boldsymbol{G \cong H}$ on kujutatavad ühe ja sellesama *struktuurikirjega* ***SK***. Igal struktuuril on oma binaarorbiitidele $\boldsymbol{\Omega R_n}$ vastavad alamnaaberstruktuurid $\boldsymbol{GS^{low}_n}$, millest igaüks kujutab isomorfsete alamgraafide ühist struktuuri.

Ulamlik väide – *kui graafide* $\boldsymbol{G_A}$ *ja* $\boldsymbol{G_B}$ *kõik naaberalamstruktuurid* $\boldsymbol{GS^{low}_n}$ *on kokkulangevad, st alamgraafid on paariti isomorfsed, siis esindavad graafid* $\boldsymbol{G_A}$ *ja* $\boldsymbol{G_B}$ *ühte ja sedasama struktuuri* ***GS*** – on kummutatav lihtsate kontranäidetega sellest, et graafid $\boldsymbol{G_A}$ ja $\boldsymbol{G_B}$, mille kõik alumised naaberstruktuurid $\boldsymbol{GS^{low}_m}$ langevad kokku, st. *omavad paariviisi isomorfseid alamgraafe, ei ole ise isomorfsed.* Toome selle kohta näiteid viie 5-tipulise graafi näol. Teeme seda naabertippude nimekirjade baasil.

| ***<u>G1</u>*** | ***<u>G2</u>*** |
|---|---|
| 1 – | 1 – 3; |
| 2 – 4; | 2 – 4; |
| 3 – 5; | 3 – 1; |
| 4 – 2, 5; | 4 – 2, 5; |
| 5 – 3, 4; | 5 – 4; |

***1. kontranäide.*** Graafide ***G1*** ja ***G2*** ainsaid ühiseid alamstruktuure esindavad graafid ***G3*** ja ***G4***, millest Ulami hüpoteesi põhjal peaks järelduma graafide ***G1*** ja ***G2*** isomorfsus. Kuid see ei ole nii!
<u>Märkus 1.</u> a) Märgistatud graafiga ***G1*** isomorfseid märgistatud graafe peaks olema 46. b) Märgistatud graafiga ***G2*** isomorfseid märgistatud graafe peaks olema 30.

| ***<u>G3</u>*** | ***<u>G4</u>*** |
|---|---|
| 1 – | 1 – |
| 2 – 4; | 2 – 4; |
| 3 – | 3 – 5; |
| 4 – 2, 5; | 4 – 2; |
| 5 – 4; | 5 – 3; |

***2. kontranäide.*** Graafide ***G3*** ja ***G4*** ainsat ühist alamstruktuuri esindab graaf ***G5***, millest Ulami hüpoteesi põhjal peaks järelduma graafide ***G3*** ja ***G4*** isomorfsus. Kuid see ei ole nii!
Märkus 2. a) Märgistatud graafiga ***G3*** isomorfseid märgistatud graafe peaks olema 30. b) Märgistatud graafiga ***G4*** isomorfseid märgistatud graafe peaks olema 22. c) Märgistatud graafiga ***G5*** isomorfseid märgistatud graafe on 10.

***G5***
1 –
2 – 4;
3 –
4 – 2;
5 –

Ulamliku taastatavuse kontranäite graafide ***G3, G4*** ja ***G5*** baasil avastas ühel SERRi seminaril aprillis 2000 Ants Tauts. Hiljem selgus, et Ulami hüpotees ei kehti ka graafide ***G1, G2*** ja ***G3, G4*** puhul. Veelgi enam, ulamlik taastatavus ei kehti ka mainitud graafide sidusate ja "mittehõredate" täiendite korral, neid võiks nimetada siin *kontranäideteks 3 ja 4*. Struktuursest seisukohast pole oluline, kas taastamine toimub naaberalam- või naaberülemstruktuuride kaudu. Teatavast piisab väite kummutamiseks ühest kontranäitest, siin on neid rohkemgi.
Kontranäited 1 ja 2, esitatud algoritmiliselt saadud tunnusmaatriksite ***W*** ja nendest väljaloetavate struktuurikirjete ***SK*** baasil (vt. teavik [10] või [11]):

Graafide ***G1*** ja ***G2*** tunnusmaatriksid ***W1*** ja ***W2***:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***1*** | ***2*** | ***2*** | ***3*** | ***3*** | | ***=k*** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | ***=i*** | |
| *0* | *-0* | *-0* | *-0* | *-0* | **1** | ***1*** |
| | *0* | *-343* | ***+121*** | *-232* | **2** | ***2*** |
| | | *0* | *-232* | ***+121*** | **3** | ***2*** |
| | | | *0* | ***+121*** | **4** | ***3*** |
| | | | | *0* | **5** | ***3*** |

***W1***

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***1*** | ***1*** | ***2*** | ***2*** | ***3*** | | ***=k*** |
| **1** | **3** | **2** | **5** | **4** | ***=i*** | |
| *0* | ***+121*** | *-0* | *-0* | *-0* | **1** | ***1*** |
| | *0* | *-0* | *-0* | *-0* | **3** | ***1*** |
| | | *0* | *-232* | ***+121*** | **2** | ***2*** |
| | | | *0* | ***+121*** | **5** | ***2*** |
| | | | | *0* | **4** | ***3*** |

***W2***

Tunnusmaatriksitest ***W1*** ja ***W2*** on väljaloetavad vastavad struktuurikirjed ***SK1*** ja ***SK2***:

| ***n*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***5*** | ***6*** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***$W_{kk}$*** | *1.2* | *1.3* | *2.2* | *2.3* | *2.3* | *3.3* |
| ***dnq*** | *-0* | *-0* | *-343* | *-232* | ***+121*** | ***+121*** |
| ***card*** | *2* | *2* | *1* | *2* | *2* | *1* |
| ***i-j*** | 1-2, 1-3 | 1-4, 1-5 | 2-3 | 2-5, 3-4 | 2-4, 3-5 | 4-5 |
| ***PF*** | *2/7* | *2/7* | *1/7* | *2/7* | *2/3* | *1/3* |
| ***$GS^{adj}$*** | | | | | ***G3*** | ***G4*** |

***SK1***

| ***n*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***5*** |
|---|---|---|---|---|---|
| ***$W_{kk}$*** | *1.2* | *1.3* | *2.2* | *1.1* | *2.3* |
| ***dnq*** | *-0* | *-0* | *-232* | ***+121*** | ***+121*** |
| ***card*** | *4* | *2* | *1* | *1* | *2* |
| ***i-j*** | 1-2, 1-5<br>2-3, 3-4 | 1-4, 3-4 | 2-5 | 1-3 | 2-4, 4-5 |
| ***PF*** | *4/7* | *2/7* | *1/7* | *1/3* | *2/3* |
| ***$GS^{adj}$*** | | | | ***G3*** | ***G4*** |

***SK2***

Graafide ***G3*** ja ***G4*** tunnusmaatriksid ***W3*** ja ***W4***:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***1*** | ***1*** | ***2*** | ***2*** | ***3*** | | ***=k*** |
| **1** | **3** | **2** | **5** | **4** | ***=i*** | |
| *0* | *-0* | *-0* | *-0* | *-0* | **1** | **1** |
| | *0* | *-0* | *-0* | *-0* | **3** | **1** |
| | | *0* | *-232* | ***+121*** | **2** | **2** |
| | | | *0* | ***+121*** | **5** | **2** |
| | | | | *0* | **4** | **3** |

***W3***

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***1*** | ***2*** | ***2*** | ***2*** | ***2*** | | ***=k*** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | ***=i*** | |
| *0* | *-0* | *-0* | *-0* | *-0* | ***1*** | **1** |
| | *0* | *-0* | ***+121*** | *-0* | ***2*** | **2** |
| | | *0* | *-0* | ***+121*** | ***3*** | **2** |
| | | | *0* | *-0* | ***4*** | **2** |
| | | | | *0* | ***5*** | **2** |

***W4***

Tunnusmaatriksitest ***W3*** ja ***W4*** on väljaloetavad vastavad struktuurikirjed ***SK3*** ja ***SK4***:

| ***n*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***5*** |
|---|---|---|---|---|---|
| $W_{kk}$ | *1.1* | *1.2* | *1.3* | *2.2* | *2.3* |
| ***dnq*** | *-0* | *-0* | *-0* | *-232* | ***+121*** |
| ***card*** | *1* | *4* | *2* | *1* | *2* |
| ***i-j*** | 1-3 | 1-2, 1-5, 2-3, 3-5 | 1-4, 3-4 | 2-5 | 2-4, 4-5 |
| ***PF*** | *1/8* | *4/8* | *2/8* | *1/8* | *2/2* |
| $GS^{adj}$ | ***G2*** | ***G1*** | | | <u>***G5***</u> |

***SK3***

| ***N*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** |
|---|---|---|---|
| $W_{kk}$ | *1.2* | *2.2* | *2.2* |
| ***Dnq*** | *-0* | *-0* | ***+121*** |
| ***card*** | *4* | *4* | *2* |
| ***i-j*** | 1-2, 1-3, 1-4, 1-5 | 2-3, 2-5, 3-4, 4-5 | 2-4, 3-5 |
| ***PF*** | *4/8* | *4/8* | *2/2* |
| $GS^{adj}$ | ***G2*** | ***G1*** | <u>***G5***</u> |

***SK4***

Graafi ***G5*** tunnusmaatriks ***W5***:

| ***1*** | ***1*** | ***1*** | ***2*** | ***2*** | | ***=k*** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **3** | **5** | **2** | **4** | ***=i*** | |
| *0* | *-0* | *-0* | *-0* | *-0* | **1** | ***1*** |
| | *0* | *-0* | *-0* | *-0* | **3** | ***1*** |
| | | *0* | *-0* | *-0* | **5** | ***1*** |
| | | | *0* | ***+121*** | **2** | ***2*** |
| | | | | *0* | **4** | ***2*** |

***W5***

Tunnusmaatriksist ***W5*** on väljaloetav vastav struktuurikirje ***SK5***:

| ***n*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** |
|---|---|---|---|
| $W_{kk}$ | *1.1* | *1.2* | *2.2* |
| ***dnq*** | *-0* | *-0* | *+121* |
| ***card*** | *3* | *6* | *1* |
| ***i-j*** | 1-3, 1-5, 3-5 | 1-2, 1-4, 2-3, 3-4, 2-5, 4-5 | 2-4 |
| ***PF*** | *3/9* | *6/9* | *1/1* |
| $GS^{adj}$ | ***G4*** | ***G3*** | |

***SK5***

Seega, on konstruktiivselt tõestatud järgmine ulamlikku taastatavust kummutav väide – *graafstruktuuride* $\boldsymbol{GS_A}$ *ja* $\boldsymbol{GS_B}$ *kõikide naaberalamstruktuuride* $\boldsymbol{GS^{low}_n}$ *kokkulangevus ei tarvitse tähenda* $\boldsymbol{GS_A}$ *ja* $\boldsymbol{GS_B}$ *identsust, st neid esindavate graafide isomorfismi, kuid nad on* **taastatavad** *iga oma naaberalamstruktuuri vastava reversiivse orbiidi* $\underline{\boldsymbol{\Omega R^{adj}}}$ *baasil teostatud seososperatsiooni kaudu*. Mittetaastatavaid graafe ei esine (vt ka graafi struktuurimuutuste tõdemusi 5 – 8 lk 4, 5).

## SERRi teavikes viidatud materjalide loetelu


***Akimov, O.*** *Акимов, О, Е.* Дискретная математика: логика, группы, графы. *Лаборатория Базовых Знаний, Москва, 2001.*

***Aleksejev, V., Kozõrjev, V. jt.*** *Алексеев, В., Козырев, В. и др.* Графов теория. «Математическая Энциклопедия», *Том **1**, Москва, 1977.*

***Appel, K., Haken, W.*** The Existence of Unavoidable Sets of Geographically Good Configurations. – *Illinois J. Math., 1976, **82,** 218-297.*

***Berge, C.*** Graphs et hypergraphes. *Paris, Dunod, 1970.*

***Bertalanffy, L von.*** Modern Theories of Development. *Oxford, 1934.*

***Bishop, E.***, ***Bridges, D.*** Constructive Analysis. *Springer-Verlag, 1985.*

***Bollobás, B.*** Modern Graph Theory. *Springer, 1998.*

***Bukur, I., Deleanu, A.*** Introduction to the Theory of Categories and Functors. *J.Wiley&Sons, 1969.*

***Busacker, R., Saaty, T.*** Finite Graphs and Networks. An Introduction ans Application. *Mc Graw Hill Book Company.*

***Christofides, N.*** Graph Theory. An algorithmic approach. *Academic Press, N.Y., London, San Francisco, 1975.*

***Eco, U.*** La Structura Assente, *Milano, 1968.*

***Euler, L.*** Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. – *Comment. Academiae Sci. I. Petropolitanae **8** (1736), 128-140.*

***Fleišman, B.*** *Флейшман, Б.* Основый систематологий. *Москва, 1982.*

***Folkman, J.*** Regular line-symmetric graphs – *J.Comp.Theory. **3** (1967), N3, 215-232.*

***Gati, G.*** Further annotated bibliography on the isomorphism disease. – *J. of Graph Theory, **3** (1979), 95-109.*

***Goethe, J.W.*** Aforismid. *Tallinn, 1980.*

***Gross, J., Yellen, J.*** Graph Theory and its Applications. *CRC Press, 1999.*

***Grossmann, I., Magnus, W.*** Groups and their Graphs. *Singer Company, 1964.*

***Gödel, K.*** Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, **I**. – *Monathsh. Math. Phys., **38** (1931), 173-198.*

***Harary, F.*** Graph Theory. *Addison-Wesley, 1969.*

***Harary, F., Palmer, E.*** Graphical Enumaration. *Academic Press, 1973.*

***Henno, J.*** Diskreetne analüüs. *Tallinn, 1985.*

***Hermes, H.*** Semiotik: eine Theorie der Zeichengestalten als Grundlage für Untersuchungen von formalisierte Sprachen. *Leipzig: Hirzel, 1938.*

***Hoffmann, C.*** Group-Theoretic Algorithms and Graph Isomorphism. *1982.*

***Jemeltšev, B., jt.*** *Емелычев,Б. и др.* Лекций по теорий графов. *«Наука», Москва, 1990.*

***Kalman, R. jt.*** Topics in Mathematical System Theory. *N.Y., 1969.*

***Kolmogorov, A.*** *Колмогоровб А.* Проблемы передачи информаций. ***1** (1965) N1, 3-11.*

***Krishnamurti*** The Penguin Krishnamurti Reader.

***Kull, K.*** Biosemiootika: Märkmeid sissejuhatuseks. – *Elu keeled. Schola Biotheoretica XXII, Tartu, 1996, 8-19.*

***König, D.*** Theorie der endlichen und unendlichen Graphen. *Leipzig, Akad. Verlag M.B.H., 1936.*

***Levitš, A.*** *Левич, А.* Теория множеств, язык теории категорий и их применение в теоретической биологии. *Москва, 1982, 188 стр.*

***Locke, S.*** Isomorphism Testing. *www.math.fau.edu/locke/isotest 1996.*

***Martin, J., Tevet, J.*** (1988) On the interrelations between structure, dynamics and evolution of epilithic lichen synusiae. *– Proc. Estonian Acad. Sci. Biol., **37** (1988), N1, 56-66.*

***Mathon, R.*** Sample graphs for isomorphism testing. – *Proc. 9th S-E. Conf. Combombinatorics, Graph Theory and Computing, 1980, 499-517.*

***Mayer, J.*** Developments recents de la theorie des graphes. – *Historia Methematica, **3** (1976), 55-62.*

***Michalewicz, Z., Fogel, D. B.*** How I solve it: Modern Heuristics. *Springer, 2000.*

***Netšepurenko, M., jt.*** *Нечепуренко, М., и др.* Алгоритмы и программы решение задач для графов и сетей. *Новосибирск, 1990.*

***Nöth, W.*** Handbook of Semiotics. *1995.*

***Ore, O.*** Graphs and their Uses. *Random Hause, 1963.*

***Pemmaraju, S., Skiena, S.*** Computational Disctere Mathematics: Combinatorics and Graph Theory with Matematica®. *Cambrige University Press, 2003.*

***Polya, G.*** How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. *Princeton, 1946.*

***Praust, V.*** Graafide taastatavuse probleemist (*käsikiri*). *Tallinn, 1995.*

***Rashevski, N.*** Life, information theory and topology. – *Bull. Math. Biophys., **17** (1955), 229-235.*

***Read, R. C., Corneil, D.G.*** The graph isomorphism disease. *J. of Graph Theory,* ***1*** *(1977), 339-363.*
***Reingold, E., Niervelgelt, J., Deo, N.*** Combinatorial Algorithms: Theory and Practice. *New Jersey, 1977.*
***Roberts, F.*** Discrete Mathematical Models (with application to social, biological and environmental problems). *New Jersey, 1976.*
***Sarapik, V.*** Keel ja kunst, *Tallinn, 1999.*
***Teilhard de Chardin, P.*** La phenomene de l'Homme. *Roma, 1955.*
***Tevet, J.*** (1984a) Orgaanilise vormi sümmeetrianähtusest struktuursusprintsiibi valguses. – *Orgaanilise vormi teooria. Schola Biotheoretica X, Tartu, 1984, 84-93.*
(1984b) Struktuuritraktaat (käsikiri). *Tallinn, 1984.*
(1987) On Combinatorial Determining of Symmetric Attributes, Isomorphism and Reconstructions of Graphs (A deposed paper N7-ES87). *Tallinn, 1987, 41 pp.*
(1988) A perfect combinatoric-topological invariant of graphs. – *Proc. 8th Conference on Theoretical Cybernetics, Gorky, 1988, 131-137.*
(1990a) Interpretations on some Graph Theoretical Problems. *Tallinn, 1990, 92 pp.*
(1990b) Surma nähtus ontogeneesihüpoteesi valguses. – *Surma teooria. Schola Biotheoretica XVI, Tartu, 1990, 54-61.*
(1990c) On a discrete simulation of stochastic processes. – *Proc. 11th Prague on Information Theory, Statistical Decision Functions and Random Processes, Prague, 1990, 185-190.*
(1991a) Seksuaalnähtused ontogeneesimudeli käsitluses. – *Soo teooria.. Schola Biotheoretica XVII, Tartu, 1991, 97-98.*
(1991b) On the Discrete Model of Ecological Processes. – *Proc. Estonian Acad. Sci. Ecol.,* ***1*** *(1991), N3, 105-108.*
(1991c) GOIA – Graafi orbiitstruktuuri identifitseerimise algoritm (*käsikiri*) *Tallinn, 1991, 24 lk.*
(1993) Warum und wie muss man die Graphen kanonisch darstellen? (*Manuscript*) *Tallinn, 1993. 21 Seiten.*
(1995) A Constructive Treatment of the Graphs. (*Manuscript*) *Tallinn, 1995, 65 pp.*
(1997) On the Representation the Structure and structural Changes on the Graphs. (*Manuscript*) *Tallinn, 66 pp.*
(1999 – 2004) Vt SERRi teavike loetelu lk 5.
***Tevet, J., Krasnoštšokova, R.*** Struktuursusprintsiip – hüpotees või modelleerimismoodus. – *Raku teooria. Schola Biotheoretica IX, Tartu, 1983, 106-117.*
***Tevet, J., Martin, J.*** Biosüsteemide kooseksisteerimise diskreetsest analüüsist. – *Biosüsteemide kooseksisteerimise teooria. Schola Biotheoretica XII, Tartu, 1986, 45-54.*
***Tevet, J.***, ***Martin, J.*** Suktsessiooni ja evolutsiooni käsitluse metodoloogiast. – *Bioloogia filosoofia ja metodoloogia. Schola Biotheoretica XIV, Tartu, 1988, 60-63.*
***Thulasiraman, K., Swamy, M.N.S.*** Graphs: Theory and Algorithms. *John Wiley & Sons, 1992.*
***Titov, V.*** *Титов, В.* О симметрии в графах. *Вопроссы кибернетики,* ***15, N****2, 1975, 76-109.*
***Tjuhtin, V.,*** *Тюхтин,В., С.* Отражение, системы, кибернетика. *Наука, Москва, 1972.*
***Toida, S.*** Isomorphism of graphs. – *Proc.16th Midwest Symp. Circuit Theory, Waterloo, 1973, XVI.5.1-5.7.*
***Tutte, W.T.*** Graph Theory As I Have Known It. *Clarendon Press, Oxford, 1998.*
***Ulam, S. M.*** A Collection of Mathematical Problems. *Wiley, New York, 1960.*
***Vedenov, M., Kremjanski, V.*** *Веденов, М., Кремянский, В.* Принцип структурноси в современной биологий – *Современные проблемы теорий познания, Том I, 1970, 205-247.*
***Võhandu, L.*** Graafide korrastamine *J*-keele abil – *A&A,* ***5****, 51-56,* ***6****, 38-44 (2001).*
***Wiener, N.*** Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Mashine. *The Techology Press, 1948.*
***Weisfeiler, B.*** On Construction and Identification of Graphs. – *Springer Lect. Notes Math., 558, 1976.*
***Zõkov, A.*** *Зыков, А.* Основы теории графов. *«Наука», Москва, 1987.*