



TALLINNA ÜLIKOOL
Haapsalu Kolledž

Matemaatika õpetamisest esimeses kooliastmes

Õppematerjal matemaatikadidaktikas

Sirje Piht



Haapsalu,
2010

MATEMAATIKA ÕPETAMISEST ESIMESES KOOLIASTMES

Autor: Sirje Piht

Retsenseerinud: Deivi Taal

Kaane kujundus: Janno Kriiska

Autoriõigus: Sirje Piht

Autoriõigus: Tallinna Ülikooli Haapsalu Kolledž

ISBN 978-9949-29-028-4

Tallinna Ülikooli Haapsalu Kolledž

Lihula mnt 12

90507 Haapsalu

www.hk.tlu.ee

SISUKORD

1. MATEMAATIKA ÕPPIMISEST JA ÕPETAMISEST	4
1.1 MATEMAATIKA ÕPETAMISEST ESIMESE EESTI VABARIIGI AJAL	5
1.2 MATEMAATIKA ÕPETAMISEST KAASAJAL.....	9
2. MATEMAATIKA ÕPETAMISEST I KOOLIASTMES.....	12
2.1 ÕPPEAINE SISU.....	12
2.2 PEASTARVUTAMINE	20
2.3 PEASTARVUTAMISE STRATEEGIAD	22
2.4 PEASTARVUTAMISE OSKUSE KUJUNEMINE.....	30
2.5 PEASTARVUTAMISE ALGORITMID JA NENDE RAKENDAMISE EESKIRJAD	32
2.6 NÕUANDEID PEASTARVUTAMISE TREENIMISEKS	34
3. TEKSTÜLESANDED	37
3.1 TEKSTÜLESANNETE TÄHTSUS JA EESMÄRGID	37
3.2 TEKSTÜLESANNETE KOOSTAMINE JA SEOSTAMINE ELUGA	40
3.3 TEKSTÜLESANNE KUI TEKST	42
3.4 TEKSTÜLESANNETE LAHENDAMISE ALGORITM JA METOODILISED VÕTTED.....	43
3.5 LOOVA MÕTLEMISE ARENDAMINE TEKSTÜLESANNETE LAHENDAMISE ABIL	48
3.6 NÕUANDEID TÖÖKS TEKSTÜLESANNETEGA	51
4. MATEMAATIKA TUND	55
4.1 KUIDAS PLANEERIDA MATEMAATIKA TUNDI?	57
5. MATEMAATIKA 2.KLASSI TÖÖRAAMATU ÜLESEHITUSEST	59
6. KUULAMISOSKUSE OLULISUS JA SELLE ARENDAMISE VÕIMALUSI MATEMAATIKA TUNDIDES	62
6.1 KUULAMISÜLESANNE	65
KASUTATUD KIRJANDUS	68

1. MATEMAATIKA ÕPPIMISEST JA ÕPETAMISEST

Õpilane vajab matemaatilisi oskusi igapäevaelus. Siia kuuluvad arvude lugemine, asukoht arvureas ja peastarvutamise oskuse omandamine, kella tundmine ja ajaarvutused, erinevad mõõtmistega seotud tegevused, rahaarvutused. Kõige eelnimetatu omandamiseks vajab õpilane matemaatilist mõtlemist ja peastarvutamise oskust, kuna abivahendeid ei pruugi alati käepärast olla. Tähtis roll on kuulamisel ja vestlusel. Matemaatikaõpetuses on olulisel kohal kuulamine, st tuleb võtta aega teiste ärakuulamiseks ja alles seejärel sekkuda kaaslaste juttu.

Tähtsal kohal on õpilaste suhtumine matemaatikasse. Enne kooli ja esimestel kooliaastatel on lapsed matemaatika õppimisest väga huvitatud. Nad tahavad saada targaks. Uuringute põhjal on selgunud, et õpetajate suhtumine matemaatikasse mõjutab otseselt ka õpilaste suhtumist (Ernest, 1988).

Matemaatika õppimine ja õpetamine peab olema seotud tegevustega, kus kandev roll on õpilasel. Oluline, et laps saab aktiivselt õppeprotsessis osaleda, mitte ei võta vastu valmis teadmisi (Heuvel–Panhuizen, 1996).

Kooliteed alustav laps vajab palju tähelepanu, sest tema tegevus on sageli mõtlematu või spontaanne. Kui laps kasvab ja areneb, siis tema tähelepanuvajadus muutub. See tähendab, et õpilane ise suudab hankida talle olulist informatsiooni ja tähelepanu. Lapse suhtumist erinevatesse tegevustesse mõjutavad väliskeskkonna tegurid, samuti vanemad ja õpetajad. Sisemine motiveeritus toimib tõhusamalt kui väline, seetõttu peavad õpetajad planeerima, leidma ja looma selliseid situatsioone ning ülesandeid, mis on seotud õpilaste tähelepanu vajadustega (Lindgren & Suter, 1994, 496).

Igal lapsel on oma tugevused ja nõrkused. Nad soovivad tegutseda oma vanemate ootustele vastavalt, ootavad kiitust ja tunnustamist (Burnett & Jarvis, 2006, 26–28). Tunnustamine on lapse enesehinnangu seisukohalt oluline. Sama oluline on positiivse tagasiside andmine, et aidata lapsel mõista oma tugevusi (Lindenfield, 2003, 131).

Uuringud on näidanud, et matemaatikat pelgavate ja matemaatikas ebaõnnestuvate laste vanematel oli samuti probleeme matemaatikaõpingutega.

Need lapsevanemad põhjustavad ka oma lastes hirmu ja ebakindlust matemaatika õppimise ees (Sikka, 1997, 29–138; Spellings, 2005). Sellises olukorras on oluline, et lapsevanem toetab oma last juba esimeste tagasilöökide korra. Oluline on, et laps ei pettuks ega loobuks pingutamast.

Saades vaid negatiivset tagasisidet hakkab laps kartma ebaõnnestumist, vältima liigse riski võtmist õppimisel (Burnett & Jarvis, 2006, 26–28). Negatiivne mõtlemine ei ole loomulik – see on meis kujunenud läbi halbade kogemuste. Kahjuks kogevad lapsed igapäeva elu situatsioonides seda juba varases eas. Õppimise seisukohalt tuleb neid õpilasi võimalikult kiiresti toetada ja innustada, et halb kogemus ei jääks lapsi saatma ning nende edasist õppetegevust häirima. Negatiivne mõtlemine muudab lapse ebakindlaks edaspidiste õnnestumiste ees (Lindenfield, 2003, 124).

Lapsi on õpetatud arvutama sama kaua, kui on antud kooliharidust. Alljärgnevalt mõningaid olulisi tähelepanekuid matemaatika õpetamisest ja õppimisest esimese Eesti Vabariigi ajal. Lühülevaate andmisel on tuginenud Pedagoogika Arhiivmuuseumis leiduvatele ajaloolistele materjalidele.

1.1 MATEMAATIKA ÕPETAMISEST ESIMESE EESTI VABARIIGI AJAL

Pedagoogika ajalooarhiivi materjalidest leidsin esimesi märksõnu ning mõtteid matemaatika ja peastarvutamise kohta aastast 1917. Metoodilises materjalis „Kasvatus ja haridus“ juhtis Rull matemaatika õpetamisel tähelepanu, et õpilastel ei ole kodus mõtet midagi pähe tuupida, kui koolis ei suudeta õpitavat asja selgeks ja arusaadavaks teha (Rull, 1917). Järelikult ligi sada aastat tagasi tähtsustati õppetöö eesmärgistatust koolis ning tauniti põhjendamatu drillimist.

1924. aastal rõhutas Johannes Kuulberg metoodiliste näpunäidete raamatus ”Elavate arvude tarvitajale” matemaatika õpetuse tähtsust arvumõiste kujunemisel esimesest õppeaastast alates. Ta pidas oluliseks matemaatika seostamist loodusega, eriti kodulooga, sest selles vanuses puuduvad lastel veel selged ja lõplikult väljakujunenud arvumõisted, nad ei suuda veel mõelda abstraktsete arvudega (Kuulberg, 1924).
...alguses tuleb läbi võtta liitmine ja lahutamine ainult kümne piires, sest üle

nimetatud piiri astumine eeldab lapses mööda pääsemata arvusüsteemi mõiste algelementide olemasolu. Kõigepealt on vajalik, et kümneliste mõiste oleks lapsele juba täiesti omane. Ta peaks oskama seda käsitleda kui kindlakujulist liitühikut, kui lahutamata tervikut kõrvuti ja koos ühelistega. Järelikult peaksid tal olema ka juba mõnesugused teadmised kahekohalise arvu konstruktsioonist.

Korrutamise ja jagamise käsitlemise soovitas Kuulberg (1924) neis peituva abstraktsuse tõttu võimalikult kaugele tõrjuda. 10-e piires liitmise ja lahutamise õppimise juures rõhutab ta konkreetsust, aga ka laste iseseisvat tööd. Õpetaja ülesandeks oli ainult töö juhtimine ja korraldamine. Teine tähtis nõue seisnes selles, et kunagi ei alustataks uue teemaga enne, kui eelmine on piisavalt kindlalt omandatud.

Liitmisele ja lahutamisele kümne piires järgnes arvusüsteemi mõiste ettevalmistamine. Kõigepealt õpetati selgeks kümneliste mõiste. Kümneliste mõistet peeti *kogu arvusüsteemi nurgakiviks* ja selle teema omandamisele pöörati suurt tähelepanu. Kümneliste mõiste tekkimiseks oli vajalik, et lapsed näeksid kümnes tervikust, st mingisugust ühikut, mis sisaldab endas kümme üksikut elementi või eset. Liitmise ja lahutamise käsitlemisel 20-e piires oli kinni peetud samadest põhimõtetest ja järjekorrast (Kuulberg, 1924, 29–30). Kuulberg juhtis tähelepanu, et matemaatika õpetamine oleks seostatud loodusega, täpsemalt kodulooga.

Tänapäeva matemaatikaõpetuses on olulisel kohal seoste loomine igapäevaeluga, oskus lahendada probleeme ning arvutamise „vundamendiks“ on 10 piires liitmise ja lahutamise omandamine.

1920. aastal kirjutas Veiderman raamatus ”Väikese arvutaja juhataja”, et arvud ühest kümneni on meie arvsüsteemi aluseks. Et ehitus oleks tugev, peab alus kindel ja püsiv olema. Arvu, kui konkreetset asja, pole olemas. Arvuga on alati seotud ettekujutus teatud esemete kogust või rühmast, seepärast peab elementaarse arvutamise lähtekohaks olema konkreetsete koguste ja esemete rühmituste vaatlemine.

Veiderman viitas Pestalozzile, kes on rõhutanud: *”Ainult seda tuleb loendada hakata, mida laps enda ümber looduses näeb.”* Veiderman pidas esimesteks ja kõige loomulikumateks õppevahenditeks neid esemeid ja nendevahelisi seoseid, mis asuvad lapsele kõige lähemal ja mida ta ilma probleemideta võis vaadelda (näiteks oma kehaliikmed, aga ka need esemed, mida ta näeb end ümbritsevas looduses). Esimeseks

loomulikuks õppevahendiks aritmeetika õpetamise algastmel pidas Veiderman sõrmi. Sõrmed on alati saadaval, neid võib iga moment vaadelda ja loendada (1920).

Eisenbergi (1922–1928) peab oma arvutusõpetuse loengumaterjalides oluliseks vaatlust ja näitlikustamist. Vajadus näitlikustamise järele (rahad, tikud, sõrmed jne) oli kõige olulisem 1. kooliastmes. Näitlikud abivahendid jaotati: 1) loomulikud (sõrmed, pulgad, kastanid jne); 2) kunstlikud (kriipsud, arvukujud). Näitlikest õppevahenditest kõige tähtsamateks pidas Eisenberg sõrmede kasutamist. Ta on rõhutanud sõrmede kasuks järgmist: a) nad on alati käepärast; b) soodustavad iseseisvat loendamist; c) õpetaja saab kontrollida, kas õpilased arvutavad õigesti; d) alati on tegevuses kaks meelt: nägemis- ja kompimismeel; e) lapsel on loomulik vajadus neid kasutada; f) sõrmed kujutavad Rooma numbraid, aitavad kaasa arvukäsitlusele ja esimestele arvutustele. Sõrmede kahjuks on ta nimetanud järgmist: a) nad ei ole ühesugused; b) neid ei saa suuremate arvude puhul kasutada; c) kui õpilased on harjunud arvutamise juures kasutama sõrmi, on raske sellest loobuda. Vaatamata nimetatud puudustele, on sõrmed laste parimad abilised. Kui õpilane on omandanud 10 piires arvutamise oskuse, siis loobub ta ise sõrmede abist.

Veidermani ja Eisenbergi materjalidele tuginedes saame vastuse küsimusele, kas tohib ja kui palju saab sõrmi kasutada peastarvutamise oskuse kujunemisel.

Eesti Õpetajate Liidu pedagoogilises ja metoodilises raamatus „Üldõpetus Rakvere õpetajateseminari harjutuskoolis“ juhitakse tähelepanu sellele, et 1928. aastast hakkasid kehtima uued algkooli õppekavad, kus rõhutati õpetuse seostamist lähiümbruse, lapse eduelamuste ja huvide piirkonnaga. Rõhutati, et esikohal ei ole mitte üksikud õppeained, vaid last huvitavad elulised küsimused ja probleemid. Matemaatikaõpetuses oli seatud eesmärgiks, et õpetus oleks loomupärane protsess (Parinbak jt, 1928).

Kasvandi ja Langi metoodilises käsiraamatus õpetajale „Väike matemaatik“ on toodud matemaatika teemade jaotus 1935. aasta Eesti kooli algklassides. 1. klassis peeti oluliseks loendamisharjutusi ja numbrite kirjutamist. Liitmist ja lahutamist 10- piires peeti kogu edaspidise töö aluseks ning seepärast rõhutati selle omandamise vajadust. Arvutamisel tugineti loendamisele. Liitmise puhul peeti silmas loendamise harjutamist rühmaviisi. Kõrvuti liitmisega harjutati ka lahutamist, so tagurpidi

loendamist. Suurt rõhku pöörati õpitud materjali omandatuse ja kontrollimisele (Kasvand & Lang, 1935).

Käis (1940) on nimetanud loendamist arvutusõpetuse aluseks. Ta pidas oluliseks erinevate esemete ja looduslike objektide kasutamist. Käis oli arvamusel, et iga lapse argielus on asju, mille arvu ta ei tea, kuid nende loendamine ei paku talle huvi. Laps ei loenda ega tunne tarvidust loendada oma sõrmi või aknaruute toas, sest need esemed on talle liigagi tuttavad ja nende arv jääb muutumatuks. Käis tugines Kempinsky (1921) teoreetilistele seisukohtadele, kes ei soovitanud sõrmedel loendamist. Kui laps harjub loendamisel oma sõrmi kasutama, siis on hiljem sellest harjumusest raske vabaneda ja see takistab kindla arvutusoskuse arenemist. Käis arvas, et paljudele lastele on sõrmedel loendamine igav. Ta eelistas arvumõistete käsitlemisel erinevate abivahendite kasutamist – kuulikesed, kujundid, tabelid, raha.

Arvutusõpetuse kujunemisel pidas Käis (1946) oluliseks loendamisprotsessi, st asjade ja esemete loendamine (loendamisel arvsõnade üks, kaks, kolm, ... tarvitamine), seejärel arvurea mõiste tekkimine (laps tajub, et 5 on arvureas enne 6, 7 enne kui 8, 6 asub 5 ja 7 vahel) ning viimane, kõrgeim aste loendamisprotsessis, on koguarvu tajumine (viimane loendatud arv on loendamise tulemuseks). Peastarvutamise paremaks omandamiseks soovitas Käis kasutada arvutusmänge.

Kui võrrelda saja-aasta tagust matemaatikaõpetust kaasaegsega, siis leiab palju ühist. Olulisel kohal oli siis ja on ka praegu seoste loomine looduse ja ümbritseva eluga, liitmise ja lahutamise algusetapp läbi loendamise, arvutamise „alusmüüriks“ on endiselt 10-e piires liitmine ja lahutamine.

Milline on tänapäeval sõrmede kasutamise roll peastarvutamise omandamisel? See on küsimus, millele vastatakse ebalevalt. Lapsed võivad ja peavad sõrmi kasutama, sest need on alati olemas, neid võib igal momendil vaadelda ja loendada. See teadmine toetab kindlasti peastarvutamise oskuse kujunemist. Parima õpitulemuse saavutamiseks on vajalik arvutama õppimist näitlikustada ja siduda mängulisuse kui lapse loomupärase tegevusega.

1.2 MATEMAATIKA ÕPETAMISEST KAASAJAL

Tänapäeva maailmas kasvab pidevalt informatsiooni hulk. Igapäevaelus on vaja langetada järjest uusi otsuseid, lahendada probleeme, mis nõuavad üha paremat mõtlemisoskust. Selleks, et inimene oleks võimeline kiiresti ja efektiivselt mõtlema, on vaja seda võimet juba esimesest klassist alates arendada. Mõtlemist saab arendada kõikides õppeainetes, kuid nagu väidab Friedman (1987), on parim selleks siiski matemaatika.

Esimese kooliastme matemaatikaõpetuse eesmärgid, õppesisu ning nõutavad õpitulemused on kirjeldatud riiklikus õppekavas (Põhikooli riiklik õppekava, 2010). Inimese täisväärtuslik areng ja toimetulek kaasaegses ühiskonnas pole mõeldav *loogilise mõtlemise* kultuurita.

Õpilastes peab kujunema arusaam, et matemaatika ülesandeid ei leia ainult õpikutest, vaid neid on hulgaliselt nii klassis, kooliõues, koduteel kui ka kodus. Nad on abiks igapäevatoimingute sooritamisel. Iga lahendatav ülesanne või käsitletav probleem peab sisaldama arvutamise ning probleemi lahendamise tarviduse (Kaasik, 1997).

Õppimise üheks kognitiivseks eelduseks on mõtlemine, mis lapsel areneb süsteemselt. Selleks, et aidata isiksusel kujuneda, on vaja tunda lapse arengu psühholoogilisi aspekte.

Kõige enam arendavad ja suunavad mõtlemist kognitiivseid teooriaid, mille esindajateks on näiteks Piaget, Allmann, Gagne, aga ka Kohlberg kui tuntuim Piaget` vaadete edasiarendaja. Piaget` eristab lapse vaimses arengus nelja põhilist arenguetappi: sensomotoorne, operatsioonide-eelne, konkreetsete operatsioonide (7.–12. eluaasta) ja formaalsete operatsioonide periood (alates 11.–12. eluaastast). Konkreetsete operatsioonide perioodil (esimeses kooliastmes) areneb võime mõtelda süsteemselt vaid seoses konkreetsete objektide ja tegevustega. Sel perioodil hakkab laps esemeid teatud tunnuste järgi reastama ja klassifitseerima, mõtleb korraga tervikust ja selle osadest. Laps on teel loogilise mõtlemise poole.

Kidron (1999) on väitnud, et õpetaja ülesanne koolis on õpilastele tingimuste loomine, mitte valmisteadmiste jagamine. Õppija ise valib ja sobitab endale vajaliku teadmiste süsteemi.

Soome teadlane Pehkonen (1997) väidab, et kognitiivistliku õppimisteooria kohaselt sõltuvad õpetuse tulemused õpilase suhtumisest õppimisse. Oma teoses „Uskumukset oppimisin esteinä“ toetub ta Marta Franki mõtetele. Matemaatika õppimisel levinud stereotüüpe iseloomustatakse järgnevalt: matemaatika on ainult arvutamine; matemaatikaülesanded tuleb lahendada kiiresti; oluline on õige vastuse saamine; õpilase ülesanne on vastu võtta matemaatikaalast teadmist; õpetaja ülesanne on teadmisi vahendada ja kontrollida.

Nimetatud stereotüüpide murdmiseks peab muutuma matemaatikaõpetus nii didaktiliselt kui ka sisuliselt.

Õppimine eeldab õppija motiveeritust. Õpilase jaoks on kõige fundamentaalsemaks motivaatoriks soov lülituda õpiprotsessi. Kuna õppimine on teatud ajalise kestusega, siis mõjutavad motivatsiooni püsivust mitmed olulised faktorid (näiteks huvi tekitamine, jõukohasus, eduelamused, vahetu tagasiside). Õpetamise planeerimise esimesi samme peab olema sobiva motivatsioonilise seisundi esilekutsumise kavandamine (Gagne & Driscoll, 1992).

Keller (1983) on motivatsiooniallikad integreerinud õpimotivatsioonimudelisse TOER (tähelepanu, olulisus, enesekindlus, rahulolu). Õpetaja jaoks on olemas hulk konkreetseid võtteid, mida saab kasutada õppimises motivatsioonitingimuste loomiseks.

Tähelepanu saavutamiseks ja alalhoidmiseks saab varieerida nii materjali kui ka materjali esitust, kasutada konkreetseid näiteid õpitavast üldistuste tegemiseks, seaduspärasuste arusaadavamaks muutmiseks, lülitada õppematerjali üllatusi ja paradokse. Õpetaja poolt välja pakutud mängulised võtted, “nipiga” küsimused, võlusõnad ja –laused, ennustamine jms võimaldavad säilitada ergast mõttetegevust.

Olulisuse tagamiseks või suurendamiseks tuleb vähendada esitatava materjali uudsust ja võõrapärasust, orienteeruda õpilase hetkehuvidele, ja kutsuda esile õpitavast tulenevate teadmiste väärtuste taju. Selleks peab õpetaja teadma õpilaste huvisid ja tundma väärtusi, mis õpilastel on oma karjääri või eesmärkide suhtes. Näiteks tasub

õpilastega arutleda, kas, kus ja miks on vaja peastarvutamise oskust (oskus arvutada ümbermõõtu jne), paluda neil tuua näiteid, lisada selgitusi ning täpsustusi.

Enesekindlus õppimisel tähendab, et õpilane tunneb end ülesande täitmisel vastutavana (kas neid saadab edu või läbikukkumine). Ta õpib mõistma, et on õpingus edukas vaatamata aeg-ajalt ettetulevatele läbikukkumistele. Õpilane tahab teada, mida temalt oodatakse ja mida ta suudab teha siis, kui õppimine on lõppenud. Õpilase enesekindluse kujunemiseks on oluline anda talle võimalus teha ülesannete lahendamisel valikuid. Teisalt pakkuda erinevaid võimalusi töö kontrollimiseks (näiteks pinginaabrid/rühmakaaslased võrdlevad saadud tulemusi, vajadusel arutlevad ja analüüsivad).

Rahulolu tekitamiseks kasutatakse õpilase tegevusest tagasiside saamist ja üldistamist laias, reaalsele maailmale lähenevas kontekstis. Rahulolutunnet tuleb suurendada ja süvendada, veendes õpilast, et kinnistunud teadmised ei seostu ainult praeguse õppimissituatsiooniga, vaid ilmnevad ka teistes situatsioonides.

Algklasside õpilased on impulsiivsed. Neile tuleb anda ülesandeid, mille puhul suudetakse jälgida taotletavate eesmärkide saavutamist. Ülesanded peavad olema jõukohased, nõudma mõõdukat pingutust ja nende lahendamine ei tohi võtta palju aega.

Õppeprotsessis on oluline, et õpilane oleks valmis eesmärkide saavutamiseks vaimselt pingutama, selle poole pidevalt liikuma ning uskuma oma võimetesse. Et hästi õppida, peab õpilase tegevus olema sihikindel. Õppimine on tõhus, kui õpilane on motiveeritud õppima, kui ta ise tahab uut omandada või soovib uued teadmised liita varemomandatuga.

Selleks, et õpilast motiveerida, tuleb kõigepealt temas tekitada huvi aine vastu. Huvi tekitamine on vajalik, et õpilane püstitaks endale eesmärgid, mis on lihtsalt sõnastatud ja konkreetsed.

Õpilast saab motiveerida matemaatikat õppima õnnestumiste ja eduelamuste abil, õpetamise ja tegelikkuse seostamise ning sobivate õppemeetodite kaudu ja õppeaine enda abil. Väga oluline on õigete ülesannete valik ja nende pakkumine, mängud, vastuolude lahendamine, võimalus ise oma tööd kontrollida. Tähtis on, et õpilane näeks seoseid õpitava ja igapäeva elu vahel, seega oma vajaduste vahel.

Õppimine tähendab suuremal või vähemal määral õppeülesannete lahendamist. Sõltuvalt õpilase motiveeritusest ja ülesande iseloomust võib ülesanne olla talle väljakutseks, mida ta asub rõõmuga täitma või täiesti vastuvõtmatu, mille sooritamiseks ta püüab iga hinna eest kõrvale hoida. Ames (1992) väidab, et ülesanded sisaldavad endas informatsiooni, mille alusel õpilased otsustavad, kas nad saavad sellega hakkama.

Õpilastele on ülesande sõnum sageli palju laiem, kui esmapilgul näib. Millised peaksid olema õpiülesanded, et need innustaksid õpilasi pingutama ja aktiivselt õppima? Sellele küsimusele vastuse saamiseks analüüsis Ames paljusid teemakohaseid uurimusi. Selleks, et ülesanded motiveeriks õppima ja tekitaksid huvi õppimise vastu, peavad ülesanded olema variatiivsed ja mitmekesised, olema õpilase jaoks tähtsad, erineva ülesehituse ja sisuga, püstitama õpilasele konkreetsed ja suhteliselt lühikese ajaga saavutatavad eesmärgid, arvestama klassis õpilastevaheliste sotsiaalsete suhetega.

Õpilaste pühendumine õppimisele sõltub ülesande iseloomust ja ülesehitusest, aga ka viisist, kuidas õpetaja selle esitab ning kuidas ülesanne seostub klassis valitseva õhkkonnaga ja õpilastevaheliste suhetega.

Positiivse õpimotivatsiooni kujundamiseks on õpetajal võimalik palju ära teha. Alustada lihtsate ülesannetega, millega tuleb toime iga õpilane. Edasi muuta ülesandeid vähehaaval raskemaks, kuid tagades nende lahendamise. Nii süveneb õpilastes usk iseendasse ning nad suudavad lõpuks hakata lahendama ka keerukamaid ülesandeid.

2. MATEMAATIKA ÕPETAMISEST I KOOLIASTMES

2.1 ÕPPEAINE SISU

Matemaatika õpetamise ülesandeks on loogilise mõtlemise ja loovuse arendamine, matemaatiliste oskuste, teadmiste ja vilumuste kujundamine, huvi äratamine ja säilitamine matemaatika vastu ning positiivse suhtumise loomine ainesse.

Matemaatikaõpetusega taotletakse, et õpilane:

- arutleb loogiliselt, põhjendab ja tõestab;
- modelleerib looduses ja ühiskonnas toimuvaid protsesse;
- püstitab ja sõnastab hüpoteese ning põhjendab neid matemaatiliselt;
- töötab välja lahendusstrateegiaid ja lahendab erinevaid probleemülesandeid;
- omandab erinevaid info esitamise meetodeid;
- kasutab õppides IKT vahendeid;
- väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- rakendab matemaatikateadmisi teistes õppeainetes ja igapäevaelus (Põhikooli ..., 2010).

Õppetegevuses tuleb arvestada:

- matemaatika kursuste loogilist, järjepidevat ülesehitust;
- matemaatika lõimimist loodus- ja inimeseõpetusega;
- õpilase individuaalsete iseärasustega ja meeskonnatöö oskuste kujundamisega (aktiivõppe meetodite, rühmatöö, probleemõppe jm kaudu);
- õpilaste iseseisva töö oskuste kujundamist.

Järgnevalt on välja toodud esimese kooliastme matemaatikaõpetuses käsitlemist leidvad teemad, alateemad, põhimõisted ning õpitulemused.

1.klass

Käsitletavat teemad, alateemad, põhimõisted	Õpitulemused
<p>1. Tegevuste ja mõistete eelkäsitlus</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ruumiliste ja tasandiliste kujundite kirjeldamine (<i>kuup, ruut, kera, ring, risttahukas, ristkülik, püramiid, silinder, koonus, kolmnurk, nelinurk, viisnurk, kuusnurk</i>). • Kujundite osad (<i>tahud, servad, tipud, küljed, nurgad</i>). • Punkt, sirgjoon (sirge), kõverjoon, sirglõik (lõik). • Esemeid eristavad tunnused. Järjestusseosed (<i>suurem, väiksem, pikem, lühem jne</i>). • Esemete ühised tunnused. Ekvivalentsusseosed (<i>ühepikkused, ühesuurused jt</i>). • Ühiste tunnustega esemete hulk. Hulga tunnus, selle sõnastamine. Hulga 	<p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • eristab lihtsamaid tasandilisi- ja ruumilisi kujundeid (<i>kuup, ruut, kera, ring, ristkülik, kolmnurk, nelinurk</i>); • leiab ja nimetab <i>tahud, servad, tipud, küljed, nurgad</i>; • kasutab joonlauda; • rühmitab geomeetrilisi kujundeid nende ühiste

<p>diagramm. Esemete klassifitseerimine (<i>kuni kolme tunnuse alusel</i>).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Esemete arvu määramine loendamise teel. Loendamise omadused. • Hulkadevahelised seosed (<i>rohkem, vähem, võrdselt</i>). Esemete võrdlemine hulkade üksühese vastavuse seose ja loendamise abil. Hulga ja tema osahulga võrdlemine. • Tekstülesannete koostamise eelkursus: kahe antud hulga järgi jutukese koostamine hulkade ühendamise, ühendist ühe osa eemaldamise ja hulkade võrdlemise kohta. 	<p>tunnuste alusel;</p> <ul style="list-style-type: none"> • loendab esemeid; • võrdleb hulki.
<p>2. Arvud 1–100. Liitmine ja lahutamine 100 piires.</p> <p>2.1. Arvud 10-ni. Liitmine ja lahutamine 10-e piires.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arv kui loendamise tulemus. Arvude jada 10-ni. • Numbrite kirjutamine. • Arvude võrdlemine: võrratus, võrdus (märgid $>$, $<$, $=$ ja nende kasutamine). • Arvu asukoht arvujadas, järgarvud. • Paaris- ja paaritud arvud. • Seosed <i>ühe võrra suurem</i> ja <i>ühe võrra väiksem</i>. Märkide $+$ ja $-$ ning sõnade <i>pluss</i> ja <i>miinus</i> kasutuselevõtt. Liitmine ja lahutamine. <p>2.2. Arvud 11–20. Liitmine ja lahutamine 20 piires.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arvude 11–20 ehitus, lugemine ja kirjutamine. • Ühe-ja kahekohalised arvud. • Seosed arvude 1–20 jadas, arvude kirjalik ja suuline võrdlemine. • Liitmine ja lahutamine teise kümne piires. • Ühekohaliste arvude liitmine ja lahutamine 20 piires. Üleminekuga täiskümnest liitmise ja lahutamisega tutvustamine. <p>2.3. Arvud 21–100. Liitmine ja lahutamine 100 piires.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arvude 21–100 ehitus kümnendsüsteemis, arvude lugemine ja kirjutamine. 	<p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • loeb, kirjutab, järjestab ja võrdleb arve 1–10-ni; • liidab ja lahutab 10-e piires. <p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • loeb, kirjutab, järjestab ja võrdleb arve 1–20-ni; • liidab ja lahutab peast arve 20 piires ilma üleminekuta. <p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • loeb, kirjutab, järjestab ja võrdleb naturaalarve 1–100-ni;

<ul style="list-style-type: none"> • Arvude suuline ja kirjalik võrdlemine 100 piires. • Täiskümnete liitmine ja lahutamine 100 piires. • Arvude ehitusel põhinev liitmine ja lahutamine. 	<ul style="list-style-type: none"> • määrab arvu asukohta arvude jadas 100-ni.
<p>3. Suurused.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ümbritsevate esemete pikkuse, laiuse ja kõrguse mõõtmine. • Pikkusühiku <i>sentimeeter</i> kasutuselevõtt. (Sirglõikude mõõtmine joonlaua abil sentimeetrites ning nõutava pikkusega sirglõigu joonestamine). • Tutvumine pikkusühikuga <i>meeter</i>. • Kujutluse loomine <i>kilogramm</i>ist ja <i>liitrist</i>. • <i>Euro</i> ja <i>sent</i>. • Kella tundmine <i>täis-</i>, <i>veerand-</i>, <i>pool-</i> ja <i>kolmveerandtundides</i>. • Tekstülesannete koostamine kahe antud suuruse järgi. Tekstülesannete analüüs ja lahendamine peast. 	<ul style="list-style-type: none"> • mõõdab joonlaua abil sirglõigu pikkust. <p>Õpilane tunneb:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pikkusühikut <i>sentimeeter</i>; • pikkusühikut <i>meeter</i>; • massiühikut <i>kilogramm</i> ja mahuühikut <i>liiter</i>. <p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • moodustab 1-, 2-, 5-, 10-, 20- ja 50-eurosendistest müntidest eurosid; • tunneb <i>täis-</i>, <i>veerand-</i>, <i>pool-</i> ja <i>kolmveerandtunni</i> tähendust; • koostab, analüüsib ja lahendab ühetehtelisi tekstülesandeid.

2.klass

Käsitletavat teemad, alateemad, põhimõisted	Õpitulemused
<p>1. Arvud 1000-ni. Liitmine ja lahutamine 1000 piires.</p> <p>1.1. Naturaalarvud 20-ni. Liitmine ja lahutamine 20 piires (kordamine)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arv 0. Seosed arvude jadas 0–20. Arvu 0 liitmine ja lahutamine. Arvude võrdlemine peast ja kirjalikult. • Liitmine ja lahutamine 20 piires. Mõistete <i>liidetav</i>, <i>summa</i>, <i>vähendatav</i>, <i>vähendaja</i>, <i>vahe</i> kasutuselevõtt. • Liitmise ja lahutamise vaheline seos. • Liitmise vahetuvuse seadus. • Arvu ühelised ja kümnelised, arv üheliste ja kümneliste summana. • Liitmine ja lahutamine teise täiskümne piires. 	<p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • võrdleb suuliselt ja kirjalikult naturaalarve 20-ni; <ul style="list-style-type: none"> • liidab ja lahutab peast üleminekuga täiskümnest.

<ul style="list-style-type: none"> • Liitmine ja lahutamine üleminekuga täiskümnest. • Liitmise põhiülesannete päheõppimine. • <i>Võrratus</i>, selle põhjendamine liitmise abil. <p>1.2. Täht arvu tähisena.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Võrdustes tähe arvvaartuse leidmine analoogia ja proovimise teel. • Tabelülesannete kasutusele võtmine. <p>1.3. Naturaalarvud 100-ni. Liitmine ja lahutamine 100 piires.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Täiskümned. Täiskümnete lugemine, kirjutamine, liitmine ja lahutamine. • Kahekohaliste arvude ehitus, nende kirjutamine täiskümnete ja üheliste summana. • Kahekohaliste arvude võrdlemine peast ja kirjalikult. • Peast ühekohalise ja kahekohalise arvu liitmine ja ühekohalise arvu lahutamine kahekohalisest arvust (üleminekuta ja üleminekuga täiskümnest). • Peast kahekohalise arvu liitmine kahekohalisega ja kahekohalise arvu lahutamine kahekohalisest arvust (üleminekuta ja üleminekuga täiskümnest). <p>1.4. Tutvumine kirjaliku liitmise ja lahutamise algoritmiga.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ühekohalise arvu ja kahekohalise arvu kirjalik liitmine (üleminekuta ja üleminekuga täiskümnest). <p>1.5. Naturaalarvud 1000-ni. Täiskümnete ja –sadade liitmine ja lahutamine 1000 piires.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kolmekohalised arvud; arv järkarvude summana. Arvude järjestamine ja võrdlemine. • Täiskümnete ja –sadade liitmine ja lahutamine. 	<ul style="list-style-type: none"> • Leiab võrdustes tähe arvvaartust proovimise või analoogia teel. <ul style="list-style-type: none"> • Võrdleb suuliselt ja kirjalikult naturaalarve 100-ni. <p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • loeb, kirjutab, järjestab ja võrdleb naturaalarve 0–1000. • liidab ja lahutab peast arve 100 piires.
<p>2. Arvude 1 – 10 korrutamise ja jagamise 2, 3, 4 ja 5-ga.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Korrutamise olemus. Sõnade 	<ul style="list-style-type: none"> • selgitab korrutamist liitmise kaudu; • korrutab arve 1 – 10

<p><i>korrutamine</i> ja <i>korda</i> ning märgi · kasutamine.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2-ga, 3-ga, 4-ga, 5-ga korrutamine. • Jagamise olemus. Sõnade <i>jagamine</i> ja <i>jagatud</i> ning märgi : kasutamine. • Korrutamise ning jagamise vaheline seos. • Lihtsamad jagamisülesanded. 	<p>kahe, kolme, nelja ja viiega;</p> <ul style="list-style-type: none"> • selgitab jagamise tähendust; • kontrollib jagamise õigsust korrutamise kaudu.
<p>3. Suurused.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pikkusühikud: <i>sentimeeter (cm)</i>, <i>detsimeeter (dm)</i>, <i>meeter (m)</i> – nende kasutamine mõõtmisel, ühikutevahelised seosed, <i>kilomeeter (km)</i> – tutvumine. • Massiühikud: <i>gramm (g)</i>, <i>kilogramm (kg)</i>, <i>tonniga (t)</i> - tutvumine ja nendevahelised seosed. • Mahuühik: <i>liiter (l)</i>, <i>pool liitrit</i>, <i>veerand liitrit</i>, <i>kolmveerand liitrit</i>. • Mõõtühikute praktiline kasutamine ülesannete lahendamisel. • Murdarvud mõõtmistulemusena: <i>pool kilo</i>, <i>veerand kilo</i>, <i>pool liitrit</i>, <i>veerand liitrit</i>. • Rahatähed: <i>euro (€)</i> ja <i>sent (s)</i>, nendest nõutava summa koostamine, rahavahetusülesanded. • Kella tundmine, kellaaja arvestamine: <i>tund</i>, <i>minut</i>, <i>sekund</i>. Kalender. • Temperatuuri mõõtmine: <i>termomeeter</i>, <i>skaala</i>. Mõõtühik <i>kraad</i>. • Ühe- ja kahetehteliste tekstülesannete koostamine, analüüsimine ja lahendamine. 	<p>Õpilane kasutab ja teisendab:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pikkusühikuid <i>sentimeeter</i>, <i>detsimeeter</i>, <i>meeter</i>; • massiühikuid <i>gramm</i>, <i>kilogramm</i>; • mahuühikut <i>liiter</i>; • kirjeldab suurusi <i>pool liitrit</i>, <i>veerand liitrit</i> ja <i>kolmveerand liitrit</i> tuttavate suuruste kaudu; • käibelolevaid rahaühikuid <i>euro</i>, <i>sent</i>; • ajaühikuid <i>tund</i>, <i>minut</i>, <i>sekund</i>; kasutab sõnu <i>veerand</i>, <i>pool</i> ja <i>kolmveerand</i> tundi; • kirjeldab kalendrit ja seostab oma elutegevuste ja sündmustega. <p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kirjeldab mõõtühikute suurust tuttavate suuruste kaudu. • koostab, analüüsib ja lahendab ühetehtelisi tekstülesandeid.
<p>4. Kujundid.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kolmnurk, nelinurk – nende tipud, küljed, nurgad. <i>Täisnurk</i>. Nelinurk: 	<p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • tähistab sirglõiku ja kujundeid, tippe;

<p><i>ristkülik, ruut.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Sirgjoon ja ringjoon. Ringjoone joonestamine <i>sirkliga</i>. • Viis- ja kuusnurgaga, silindriga, koonusega ja püramiidiga sarnaste esemete leidmine ümbrusest ja piltidelt. • Kuubi ja püramiidi mudel (pinnalaotuse kokkukleepimine). 	<ul style="list-style-type: none"> • eristab lihtsamaid tasandilisi (ruut, ring, ristkülik, kolmnurk, nelinurk) ja ruumilisi kujundeid (kera, kuup, risttahukas, püramiid, silinder, koonus).
--	--

3.klass

Käsitletavad teemad, alateemad, põhimõisted	Õpitulemused
<p>1. Arvud 10 000-ni. Tehted 10 000 piires.</p> <p>1.1. Liitmine ja lahutamine 100 piires.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Peast liitmine ja lahutamine 100 piires. • Tähe arvvaartuse leidmine võrdustes proovimise ja analoogia abil. • Kahekohaliste arvude kirjalik liitmine ja lahutamine. • Avaldis. Sulgude kasutamine avaldises. • Tehete järjekord. Avaldise väärtus. • Võrdused ja võrratused. • Tabeli kujul ülesannete lahendamine. <p>1.2. Korrutamine ja jagamine.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Korrutamine kui võrdsete liidetavate liitmine. Mõisted <i>tegur</i> ja <i>korrutis</i>. • Korrutamise kommutatiivsus (selle sõnastamine). Kommutatiivsuse kasutamine arvutustes. • Korrutamine arvudega 1 ja 0. • Korrutamise põhiülesannete (korrutustabeli) päheõppimine. • Jagamine kui korrutamise pöördtehe. Mõistete <i>jagatav</i>, <i>jagaja</i>, <i>jagatis</i> kasutamine. • Korrutamisel ja jagamisel tehes puuduva komponendi leidmine andmete ja otsitava vaheliste seoste kaudu. Korrutamise ja jagamise vaheline seos. <ul style="list-style-type: none"> • Arvust osa ja osa järgi arvu leidmine. Tutvumine murdudega $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$. • Summa korrutamine ja jagamine arvuga. • Peast kahekohalise arvu korrutamine ja 	<p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • liidab ja lahutab arve peast 100 piires; • leiab võrdustes tähe arvvaartuse proovimise ja analoogia põhjal; • määrab õige tehete järjekorra avaldises. <ul style="list-style-type: none"> • valdab korrutustabelit; • korrutab ja jagab peast ühekohalise arvuga 100 piires. <p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • selgitab murdude $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$ tähendust; • leiab nende murdude põhjal osa arvust ning osa

<p>jagamine ühekohalise arvuga. Kahekohalise arvu jagamine kahekohalise arvuga.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tehete järjekord liitmist, lahutamist, korrutamist ja jagamist sisaldavates avaldistes. <p>1.3. Liitmine ja lahutamine 10 000 piires.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arvud, nende esitus üheliste, kümneliste, sajaliste ja tuhandeliste summana. • Arvude lugemine, kirjutamine, võrdlemine. • Kirjalik liitmine ja lahutamine 10 000 piires. 	<p>järgi arvu;</p> <ul style="list-style-type: none"> • tunneb nelja aritmeetilise tehte liikmete ja tulemuste nimetusi; • määrab õige tehete järjekorra avaldises. <p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • loeb, kirjutab, järjestab ja võrdleb naturaalarve 0–10 000; • esitab arvu üheliste, kümneliste, sajaliste ja tuhandeliste summana; • liidab ja lahutab kirjalikult 10 000 piires.
<p>2. Suurused.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pikkusmõõtude süsteem <i>millimeetrist kilomeetrit</i>ni, mõõtude teisendamine, vahemaade arvutamine. • Massiühikud <i>grammist tonnini</i> – nende teisendamine. • <i>Sajand, aasta, kuu, nädal, ööpäev, tund, minut, sekund.</i> Ajaühikute vahelised seosed. Aja arvutamine kella ja <i>kalendri</i> järgi. • Väärtuste mõõtmine: <i>euro (€)</i> ja <i>sent (s)</i>. Käibivad rahatähed. Majandusülesanded. • Nimega arvude liitmine ja lahutamine peast ja kirjalikult. • Ühe- ja kahetehteliste tekstülesannete lahendamine. Tekstülesannete koostamine avaldise järgi. 	<p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kasutab mõõtes sobivaid mõõtühikuid; • kirjeldab mõõtühikute suurust temale tuttavate suuruste kaudu; • hindab looduses kaugusi ning lahendab liiklusohutuse ülesandeid; • tunneb kella ja kalendrit ning seostab seda oma elu tegevuste ja sündmustega; • teisendab pikkus-, massi- ja ajaühikuid; • arvutab nimega arvudega; • koostab ühetehtelisi tekstülesandeid; • analüüsib ja lahendab iseseisvalt erinevat tüüpi ühe- ja kahetehtelisi tekstülesandeid; • hindab õpetaja abiga ülesande lahendamisel saadud tulemuse reaalsust.
<p>3. Kujundid.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Murdjoon, selle pikkus. • Hulknurk, selle übermõõt. • Võrdkülgne kolmnurk, selle joonestamine sirkli ja joonlaua abil ning tema übermõõdu arvutamine. 	<p>Õpilane:</p> <ul style="list-style-type: none"> • eristab lihtsamaid geomeetrilisi (punkt, sirge, lõik, ring, ristkülik, ruut, kolmnurk, nelinurk, viisnurk, kuusnurk, risttahukas, kuup, püramiid, kera, silinder,

	<p>koonus);</p> <ul style="list-style-type: none"> • eristab geomeetriliste kujundite põhilisi elemente: <i>külg, nurk, tipp, serv, tahk</i>. • leiab ümbritsevast ainekavaga määratud tasandilisi ja ruumilisi kujundeid; • rühmitab geomeetrilisi kujundeid nende ühiste tunnuste alusel; • joonestab tasandilisi kujundeid; • konstrueerib võrdkülgse kolmnurga ning etteantud raadiusega ringjoone; • mõõdab õpitud geomeetriliste kujundite küljed ning arvutab übermõõdu.
--	---

2.2 PEASTARVUTAMINE

Õpetaja alalise tähelepanu all peab olema laste peastarvutamise oskuse arendamine. Selleks on vajalik küllaldane teadmiste pagas, õpetatavate strateegiate valdamine, nende oskuslik esitamine õpilasele.

Selleks, et õpilases hakkaks kujunema oskus probleeme lahendada, on oluline juba esimeses klassis ehitada nn tugev „vundament“. Lapsel peab kujunema ettekujutus matemaatikast, tal peavad juba olema vajalikud eelteadmised ja –oskused.

Skemp (1979) on pidanud oluliseks sümbolite kasutamist ning sõnastanud nende abil õppimiseks vajalikud omadused. Sümbolite abil saab:

- kirjaliku teadmise/materjali meelde jätta;
- lühidalt selgitada;
- muuta mõtlemist automaatseks;
- välja tuua sarnasusi ja moodustada uusi lahendusvõimalusi;
- viidata matemaatilistele lahendustele, omadustele;

- reflekteerida mõtlemist;
- muuta paljud arvuread ainulaadseks;
- võimaldada graafilist esitlust;
- edasi anda matemaatilisi pilte, ettekujutusi.

Laps peab hulga ja seose mõiste toel sooritama kolme olulist tegevust: moodustama võrdseid hulki, hulki säilitama ja osahulki võrdlema. Laps peab toime tulema hulkade ühise tunnuse – *on sama palju* – abstraherimisega. Liitmist ja lahutamist selgitatakse ka hulgateoreetiliste mõistete toel – liitmist selgitatakse hulkade ühendamise, lahutamist hulgast osahulga eemaldamise abil. Dickson (1984) väidab, et peastarvutamise üheks olulisemaks omaduseks on see, et *kahe hulga ühisosaks on alati hulk*.

Liitmis- ja lahutamisoskus jäävad lõplikult meelde ainult pideva, intensiivse ning vaheldusrikka harjutamise ja treeningu kaudu.

Peastarvutamise oskusi ja vilumusi kujundavad ülesanded võib jaotada järgmiselt:

- abstraktsed, ainult sõnalistel tegevustel põhinevad ülesanded;
- ülesanded, mis toovad tundi mängu- ja võistluselemente;
- didaktilistel jaotusmaterjalidel, õpikul ja töövihikul põhinevad ülesanded.

Kahe esimese kooliaasta jooksul arvutab õpilane valdavalt näitlike õppevahendite abil. Selleks sobib kasutada esemeid, sõrmi, värvilisi pulki, erinevaid aplikatsioone. Liitmisel ja lahutamisel asetub põhirõhk peastarvutamisele. Lapsele kõige raskemates arvutustes – liitmisel ja lahutamisel üleminekuga kümnest – võib näitlik õppevahend viia erinevate arvutusskeemide kasutamiseni. Kasutusele võetakse kolm erinevat tuge: värvilised pulgad – suunavad lapse mõtte arvu liitehitusele; kaks sentimeeterskaalat – õpetavad liitma ja lahutama mõõtarve; esemete hulgad – näitlikustavad arvutamist ositi. Laps peaks eeldatavasti omandama kõik kolm viisi ning hiljem ise otsustama, millist ta edaspidi kasutab. Sõrmede, arvutuspulkade ja teiste abivahendite kasutamist algklassides toetab ka Dickson (1984).

Laps peab mõistma, et mistahes kümne piires või üleminekuga kümnest liidetakse ja lahutatakse ühekohalist arvu ühtviisi. Oluline on teine aste, kus üheliste liitmisel tekib kümme ja üheliste lahutamisel kümnest. Lapsele tuleb selgitada ja pidevalt meelde tuletada, et summas on üks kümneline rohkem kui esimeses liidetavas ja vahes üks

kümneline vähem kui vähendatavas. Analoogne selgitus on vajalik ka siis, kui liidetakse ja lahutatakse üleminekuga kümnest. Algoritmi sõnastamisel on oluline 10-st suuremate arvude praktiline liitmine ja lahutamine, mis lapsel valdavalt tugineb ositi liitmisel ja lahutamisel.

Õpilasele tuleb põhjendada uue arvutamiskiisi – kirjaliku liitmise ja lahutamise vajadust: kui saja piires on üldjuhul võimalik arvutada peast, siis kirjalik liitmine ja lahutamine on algusest lõpuni läbi nähtav ja käeline tegevus. Laps peaks eelistama peastarvutamist nii kaua kui võimalik. Kirjaliku arvutamise juurde tuleb pöörduda alles siis, kui peastarvutamine muutub raskeks.

Kirjalik üleminekuga kümnest liitmine ning lahutamine erineb kirjutuskiisi poolest. Üheliste liitmisel tekkinud kümneline kirjutatakse esimese liidetava kümneline kohale kaare peale. Lahutamisel tuleb kasutada väljendit *võtan ühe kümneline, see võetakse*. Ühe kümneline võtmist märgitakse täpiga vähendatava kümneline kohal ja esialgu kirjutatakse 10 ka üheliste kohale kaare peale – täpp ja 10 on samaväärsed.

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 32 \\ + 28 \\ \hline 60 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \cdot \\ 31 \\ - 15 \\ \hline 16 \end{array}$$

Matemaatilisest keelest arusaamine annab õpilastele võimaluse seostada oma teadmisi ja oskusi peastarvutamise strateegiatega.

2.3 PEASTARVUTAMISE STRATEEGIAD

Kirjanduses kasutatakse vahel mõisteid *õpioskus* ja *õpistrateegia* sünonüümidena. *Õpioskuste* all mõistame konkreetsete eesmärkidega oskusi, mida õpilane peab omandama selleks, et edukalt õppida (Kadajas, 2005). Õpioskused on õpistrateegiate koostisosad. *Õpistrateegiad* on kaugemate eesmärkide täitmiseks mõeldud omandatud, teadvustatud ja paindlikud tegevuskavad, mis tuginedes õpioskustele, on kasutatavad õpitegevuse juhtimiseks (Kadajas & Leinbock, 1994). Õpioskused ja strateegiad on vahendid, mille abil õpilane omandab teadmisi. *Uurimused* on näidanud, et osal õpilastest tekib strateegiate varu spontaanselt ning nad on valmis neid vajaduse korral kasutama, teised aga vajavad õpetajapoolset toetust (üksikasjalikku selgitamist, juhendamist, harjutamist jms) (Kadajas, 2005).

Õpistrateegiate mõiste on suhteliselt hiljuti kasutusele võetud ning seepärast on nende teadlik kasutamine õppeprotsessis vähene.

Vaatamata sellele, et personaal- ja taskuarvutid on muutumas meie tava- ja koolielu lahutamatuks kaaslasteks, on peastarvutamise igapäevaelus toimetulekuks oluline oskus. Matemaatikaõpetuse kui subjekti üks väga oluline funktsioon on mõtlemisvõime arendamine. Peastarvutamisel on selle funktsiooni rakendamisel väga suur tähtsus. Mitmete Ameerikas ja Jaapanis läbi viidud uurimuste tulemused annavad kinnitust, et õpilased peavad peastarvutamise oskust väga tähtsaks. Uurimustes osalenud õpilased peavad peastarvutamise oskust kirjalikust arvutamisest tähtsamaks, sest nimetatud oskust on võimalik kasutada tavaelus (McIntosh & Reys, 1997). Kaasaegses matemaatikaõpetuses on peastarvutamise probleemidega tegelemine olulisel kohal. Peastarvutamise probleeme on käsitlenud mitmed matemaatika didaktikud. *Peastarvutamise strateegiate eesmärk on teisendada keerulisem arvutus omavahel loogiliselt seostatud lihtsamate arvutuste kompleksiks* (Harak, 2004). Shuttleworth (2003) selgitab erinevate õpetamismeetodite kasutamise vajalikkust järgnevalt. Õpilasele on oluline leida selline käsitlus, millest ta aru saab. Inimesed on erinevad ja mis sobib ühele, ei pruugi sobida teisele. Matemaatika õppimisel peab olema iga lapse eesmärgiks:

- saada pädevaks arvude käsitlemisel,
- mõista, kuidas toimivad erinevad võtted arvutamisel;
- millal on neid võtteid kõige parem kasutada.

Erialases kirjanduses on Foxman ja Beizhuizen (2002) ning Thompson (2000) kirjeldanud õpilaste poolt sagedamini kasutatavaid ja üldiselt tunnustatud peastarvutamise strateegiaid järgmiselt:

1) *Split method (Partitioning)* ehk *osadeks jaotamise meetod*.

Õpilane, kes kasutab Split meetodit, arvutab tehte $26 + 15$ järgnevalt:

$$20 + 10 = 30; 6 + 5 = 11; 30 + 11 = 41.$$

2) *Jump method (Sequencing)* ehk *hüppemeetod*.

Õpilane, kes kasutab Jump meetodit, arvutab tehte $36 - 17$ järgnevalt:

$$36 - 10 = 26; 26 - 7 = 19.$$

Mõlema meetodi võtmesõnaks on jaotamine.

3) *Compensation* ehk *kompensatsioonimeetod*.

Kasutatakse enamasti 7, 8, ja 9-ga lõppevate arvude liitmisel ja lahutamisel. Kompensatsiooni meetodit kasutades arvutatakse tehe $35 - 17$ järgnevalt:

$$35 - 20 = 15 \text{ ja } 15 + 3 = 18$$

4) *Lahutamine kui liitmise pöördtehe.*

Selle meetodi rakendamisel asendatakse vahe $60 - 24$ summaga $24 + 36$.

Lisaks eelpool nimetatule suudab õpilane ka ise peastarvutamise strateegiaid välja mõelda. Mõned näited:

- Sa tead, kui palju on $8 + 2$ ning sa kasutad seda ka $18 + 12$ tehte puhul.
- Tehete $24 + 24$ ja $15 + 16$ puhul kasutad kindlasti oma teadmisi ühesusguste arvude paarismängust (esimese tehte puhul kõigepealt $25 + 25 = 30$ ja seejärel lahutad $30 - 2 = 28$; teisel juhul $15 + 15 = 30$ ja $30 + 1 = 31$).
- Kui on vaja liita 99, siis tõenäoliselt liidad 100 ja lahutad 1.
- Tehtes $72 - 14$ lahutad kõigepealt 12 ja siis 2.
- Kui on vaja lahutada 19, siis võid esmalt lahutada 20 ja siis liidad 1.

Mõistet peastarvutamine paljudes riikides ei kasutata. Näiteks Hollandis kasutatakse „töötama oma peas“, „töötama oma peaga“. Peastarvutamise strateegiate kasutamine võimaldavad õpilasel õpitud teadmisi oskuslikult rakendada ning leida optimaalset arvutusvõimalust ülesande lahendamiseks. Thompson (1999) kirjeldab liitmisel ja lahutamisel kõige rohkem kasutatavaid strateegiaid:

- *Loendamise strateegia*

Loendamine on käeline ja sõnaline tegevus, mis seab loendatavad esemed või järjestikused arvsõnad üksühesesse vastavusse. Loendamist kasutatakse väga paljudes tegevusvaldkondades. Õpitakse tunda arvude koostist ning selgitatakse liitmist ja lahutamist (Noor, 1998).

- *Loendamine alates esimesest numbrist* (Counting on from first number)

Näiteks: $4 + 5$; 4..... 5, 6, 7, 8, 9 on 9. See on esimene strateegia, mille laps omandab. Siin on oluline, et õpilane nimetab arve nende õigete nimedega.

- *Loendamine alates suuremast* (Counting on from larger)

Näiteks: $5 + 6$, alustatakse suuremast arvust ja loendatakse: 7, 8, 9, 10, 11 on 11.

- *Loendamine kahanevas järjekorras* (Counting back from)

Näiteks: $7 - 3$, loendatakse suuremast arvust tagasi 7, 6, 5, 4. Loendati tagasi 4 arvu, järelikult $7 - 3 = 4$.

- *Loendamine kasvavas järjekorras* (Counting up from)

Näiteks: $13 - 6$, loendatakse sõrmede abil 6-st 13-ni: 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13. Kokku 7 sõrme, järelikult $13 - 6 = 7$.

- *Ühesuguste arvude liitmine lahutamistehtes* (Doubles fact subtraction)

Näiteks: $18 - 9$, arvutatakse $9 + 9$.

- *Ühesuguste arvude liitmine ja saadud summast lahutamine* (Near-doubles addition)

Näiteks: $8 + 5$, moodustatakse ühesuguste arvude paarid, arvutatakse $8 + 8$, saadakse 16 ja sellest lahutatakse 3. Sama näite teine võimalus: arvutatakse $5 + 5$, saadakse 10 ja sellele liidetakse 3.

- *Ühesuguste arvude liitmise kasutamine lahutamise juures* (Near-doubles subtraction)

Näiteks: $9 - 5$, vastuseks on 4, saadakse $10 - 5 = 5$ ja 9 on üks vähem kui 10.

- *Lahutamine kui liitmise pöördtehe* (Subtraction as the inverse of addition)

Näiteks: $7 - 3$, vastuseks 4, sest $4 + 3 = 7$.

- *Kasutades arvu 5*

Näiteks: $6 + 7$, vastuseks on 13. Võetakse 5 kuuest ja 5 seitsmest, jääb üle 3, tehe $5 + 5 + 3 = 13$.

- *Liitmisel arvutatakse kümneni ja siis ülejäänud osa* (Bridging through ten addition)

Näiteks: $8 + 6$, tehakse sooritatakse $8 + 2 + 4 = 14$.

- *Lahutamisel arvutatakse kümneni ja siis ülejäänud osa* (Bridging through ten subtraction)

Näiteks: $12 - 4$, tehakse mõeldakse $12 - 2 - 2 = 8$.

- *Kompensatsioon* (Compensation)

Näiteks: $9 + 5$, vastuseks 14, sooritatakse tehe $10 + 5 = 15$, järelikult $9 + 5 = 14$, selline arvutamine aitab just 9-ga lõppevate arvudega arvutamisel.

Üks põhjustest, miks peab klassis peastarvutamise strateegiate üle arutlema ja erinevaid võimalusi proovima, on iga õpilase jaoks sobiva võimaluse leidmine. Samas tuleb tunnistada, et matemaatika õpikutes ei leia peastarvutamise strateegiad eraldi

käsitlemist, küll aga käsitletakse konkreetseid võtteid, mis toetuvad arvutamisseadustele. Õpetajad kasutavad oma igapäevases töös mitmeid erinevaid meetodeid peastarvutamise õpetamisel. Jegis (2003) on oma diplomitöös välja toonud õpetajate poolt tundides enam kasutatavad võtted - peastarvutamise ülesanded silmale ja kõrvale, kus tehe esitatakse kirjalikult, vastus suuliselt; ahelarvutamine; frontaalne ehk üleklassiline küsitlus; ülesannete lahendamine tahvlile; doominomängud; matemaatilised jutud; arvumajade kasutamine; erinevad võistlusmängud.

Peastarvutamise lahendusmeetodid, mis abistavad peastarvutamisel

1. *Normaalmeetod*

Esitatakse algoritmidenä, kus võrdlus kirjaliku arvutamisega toimub näidete abil.

Näiteks: $64 + 28$

peastarvutamine

$$64 + 20 = 84;$$

$$84 + 8 = 92;$$

kirjalik arvutamine

$$64$$

$$+ 28$$

$$92$$

Peastarvutamist alustatakse kõige suuremast järgust, kus kõigepealt liidetakse (lahutatakse) kümmelised, siis ühelised. Kirjalikku arvutamist alustatakse kõige väiksemast järgust, kus esmalt liidetakse (lahutatakse) ühelised, siis kümmelised.

2. *Otsemeetod*

Tulemus arvutatakse suhteliselt kerge vaevaga, so on arvu suurendamine järgmise täiskümneni.

Näiteks: liitmisel $35 + \underline{18} = 35 + 20 - 2 = 55 - 2 = 53$

lahutamisel $43 - \underline{19} = 43 - 20 + 1 = 23 + 1 = 24$

Peastarvutamise sooritamine toimub läbi kahe erineva lahendusprotsessi. **Reproduktiivne lahendusprotsess** tähendab, et laps kasutab mõtlemisel pikaajalist mälu ning oskab arvutamisel anda automaatseid ja õigeid vastuseid. Näiteks tehtele $1 + 1$ või $10 + 10$ koheselt õige vastuse andmise korral on need teadmised lapsel automatiseerunud ja salvestatud pikaajalisse mällu. Kui aga vastust kiiresti ei tule, peab õpilane teadma ja kasutama mõnda muud lahenduskäiku ehk teisisõnu võtma kasutusele uue taktika. Sellisel juhul peab õpilane kasutama **rekonstruktiivset lahendusprotsessi**. Rekonstruktiivne lahendusprotsess sisaldab nii lühiajalise- kui ka pikaajalise mälu kasutamist. Õpilane kasutab uue või keeruka probleemi lahendamisel

varemomandatut, mis tema mälus juba automatiseerunud. Näiteks tehtele $23 + 34$ vastuse saamiseks toimib õpilane järgmiselt:

- pikaajaline mälu (PM) toimib valmis automaatse valmisteabe andjana: $23 + 34$;
- lühimälu (LM) muudab: $(23 + 30) + 4$;
- PM annab vastuse: $23 + 30 = 53$;
- LM jätkab protsessi moodustades: $53 + 4 = 57$.

Et õpilane saaks kasutada rekonstruktiivset lahendusprotsessi, peab talle õpetama erinevaid **peastarvutamise strateegiaid**. Eristatakse kolme peastarvutamise strateegiat:

- 1) sammustrateegia;
- 2) paaristrateegia;
- 3) eristrateegia.

Sammustrateegia – lihtsaim strateegia, mida lapsed liitma ja lahutama õppimisel kasutavad. Butterworth ja Harris (2002) on nimetanud sammustrateegiat ka **kõigi loendamiste strateegiaks**.

Sammustrateegia jaguneb omakorda kolmeks. Sõltuvalt sellest, kui palju ühelisi õpilane korruga liidab või lahutab, jaguneb sammustrateegia:

- 1) **Ühe sammu strateegia** – toimub loendamine ühe võrra suuremaks või ühe võrra väiksemaks loendamine, sageli kasutatakse siin ka sõrmede abi.

Näide 1. Et liita $4 + 3$, hoiab laps kõigepealt püsti nelja sõrme ja siis, ikka veel nelja sõrme püsti hoides, lisab veel kolm sõrme. Vastuse saamiseks loendab (1, 2, 3, ..., 7) ta püsti olevad sõrmed ja saab vastuseks seitse.

Näide 2. Sama ülesande $4 + 3$ võib õpilane lahendada ka teisel viisil. Õpilane loendab esimesest liidetavast kolm arvu edasi, st toimub loendamine samm sammult ühe võrra suuremaks: 5, 6, 7. Vastus on 7.

2) **Kolme sammu strateegia** – arvujadas olevad arvud suurenevad kolme võrra, sama võtet kasutavad lapsed ka kahe, vahel ka nelja võrra suurendades või vähendades.

Näide 1. $4 + 6$ Laps teab, et $6 = 3 + 3$ ja ta loendab 4, 7, 10. Vastuseks saabki 10.

Näide 2. $6 - 4$ Laps teab, et $4 = 2 + 2$ ja ta loendab maha paarikaupa 6, 4, 2. Vastus on 2.

Näide 3. $7 + 6$ Laps teab, et $6 = 3 + 3$ ja ta loendab 6, 10, 13. Vastus on 13.

Seda strateegiat saab I klassis edukalt rakendada siis, kui õpilased on omandanud mõisted *paaris – ja paaritud arvud*.

3) **Segasammu strateegia** – arvujadas olevad arvud suurenevad või vähenevad erinevate arvude võrra.

Näide 1. $7 + 5$ Laps teab, et $5 = 3 + 2$ ja ta loendab juurde 7, 10, 12. Vastus on 12.

Näide 2. $12 - 5$ Laps teab, et $5 = 3 + 2$ ja ta loendab maha 12, 10, 7. Vastus on 7.

Selle strateegiaga puutub õpilane kokku I klassis, kui ta hakkab õppima liitmist ja lahutamist 20 piires üleminekuga täiskümnest.

Et strateegiaid oleks lapsel lihtsam kasutada liitmisel, peab juhtima tema tähelepanu sellele, et lihtsam on juurde loendada suuremale arvule. Juba esimeses klassis õpib laps liitmise vahetuvuse seadust. See tähendab, et tehetele $2 + 5$ on vastust lihtsam leida, kui liidan $5 + 2$. Enda kogemusest tean, et lapsed omandavad selle teadmise kergelt.

Paaristrateegia – moodustatakse ühesuuruste / võrdsete arvude paarid, hea kasutada 20-e piires arvutamisel üleminekuga (järguületamisega) ning ka suuremate arvude puhul. Schipper (2001a, 2001b) ja Ostad (2002) nimetavad paaristrateegiat ka heuristilise (avastava) strateegiana **dekompositsiooniks**.

Näide 1. $6 + 8$ Laps lahendab $6 + 6 + 2 = 12 + 2 = 14$. Vastus on 14.

Näide 2. $5 + 7$ Laps lahendab $(5 + 1) + (7 - 1) = 6 + 6 = 12$. Vastus on 12.

Paaristrateegia hulka võib arvata ka eelpool nimetatud **segasammustrateegia**, milles rakendatakse liitmist arvuni 10 ja liitmist arvule 10.

Paaristrateegiaks saab pidada ka **täiskümne kasutamise strateegiaks**. See strateegia sobib rakendamiseks just suuremate arvudega arvutamisel.

Näide 1. $27 + 7$ Laps lahendab $27 + 3 + 4 = 30 + 4 = 34$. Vastus on 34.

Näide 2. $27 + 37$ Laps lahendab $27 + 30 + 7 = 57 + 3 + 4 = 60 + 4 = 64$. Vastus on 64.

Eristrateegiad – põhiülesannetele tuginevad erinevad strateegiad, põhiülesannete abil lahenduste konstrueerimine, kus on eraldatud kümnelised ja ühelised. Kasutada saab arvutamisel saja piires, kuid ka suuremate arvuvaldkondade puhul.

Näide 1. $33 + 44 = 30 + 40 + 3 + 4 = 70 + 7 = 77$. Vastus on 77.

Näide 2. $78 - 34 = (70 - 30) + (8 - 4) = 40 + 4 = 44$. Vastus on 44.

Esimeste õppeaastate jooksul saab õpilane kõiki neid strateegiaid kasutada, kui õpetaja sellistele võimalustele tähelepanu juhib. I klassis kasutab laps kõige enam sammustrateegiaid. Sammustrateegiad on tihedalt seotud loendamisega. Kuna I klassi õpilane arvutab ühe- ja kahekohaliste arvudega, ongi nende strateegiate kasutamine otstarbekas. Schipper (2001a) omistab samuti suurt tähelepanu loendamise teel tulemusteni jõudmisele. Ta nendib, et seni, kuni lapsed ei ole täielikult omandanud loendamist, seda struktureerinud ning ei tea peast lahendusi, ei ole teisi lahendusstrateegiaid võimalik kasutada.

Maailmas on tehtud uurimusi, kas ja kuidas õpilased arvutamisstrateegiaid kasutavad. Jordan, Hanisch ja Kaplan (2003) tulid järeldusele, et need lapsed, kellel on arvutusega raskusi, kasutavad arvutamisstrateegiaid tunduvalt vähem, kui õpilased, kellel arvutamisega probleeme ei ole.

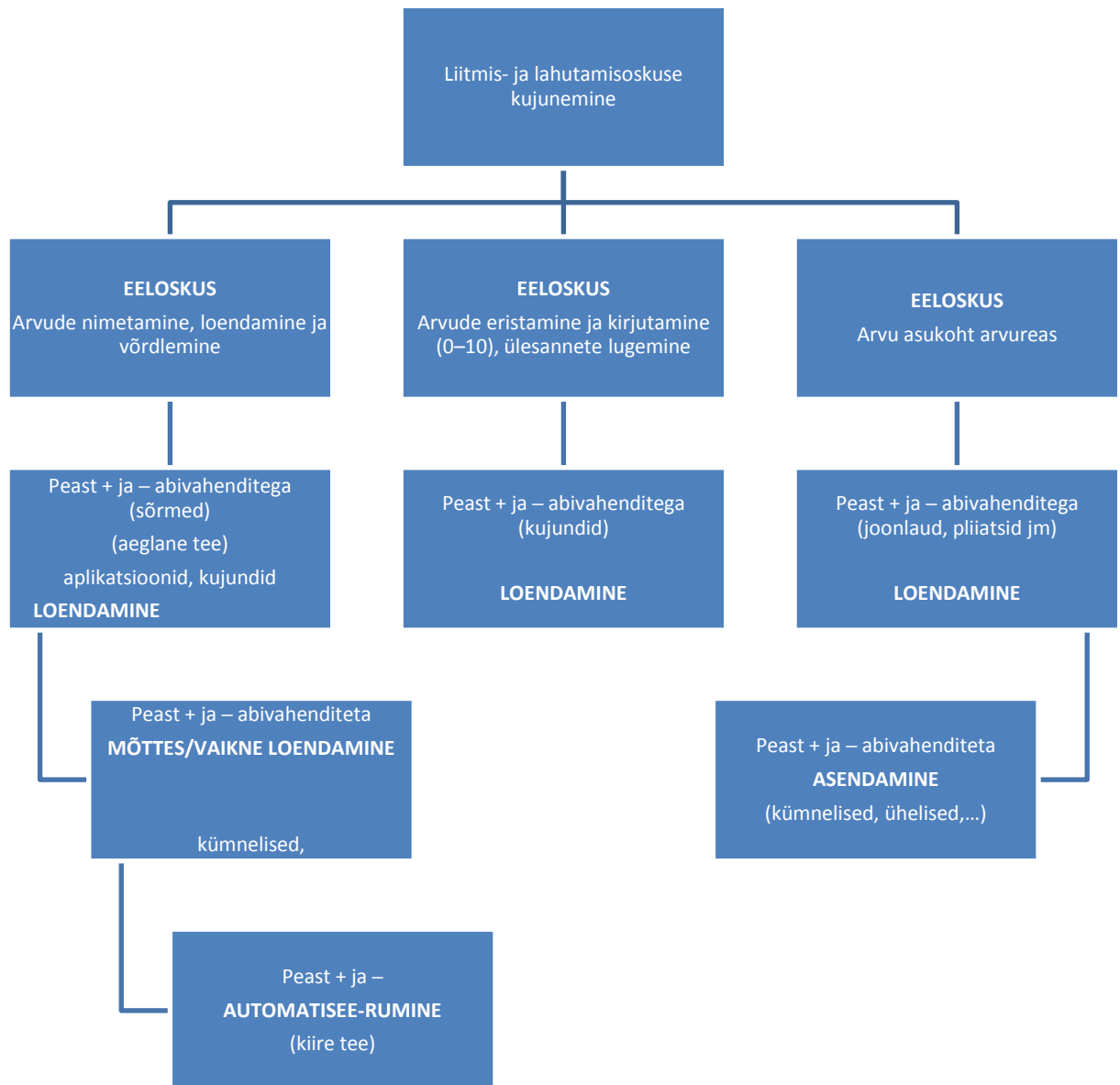
Ostad'i (2002) Norras korraldatud uuringust selgus, et peastarvutamisel kasutatakse loendamisele tuginevaid arvutamisstrateegiaid. Ta väidab, et arvutamisoskuse omandamisega raskustes olevad lapsed eelistavad arvutamisel kasutada loendamist,

need õpilased aga, kellel pole arvutamise probleem, kasutavad vastuse saamiseks ka teisi võimalusi: vastuse otsing või tuletamine.

2.4 PEASTARVUTAMISE OSKUSE KUJUNEMINE

Järgnev skeem annab ülevaate peastarvutamise oskuse kujunemise erinevatest etappidest. Esimese etapina tuleb rõhutada *eeluskuste kujunemist/kujundamist*, milleks on arvude nimetamine, loendamine ja võrdlemine. Järgnevad arvude eristamine ning kirjutamine, vastavate ülesannete lugemine ja arvu asukoha määramine arvureas. Kinnistunud eeluskustele tugineb liitmise ja lahutamise õppimine läbi *loendamise*, mille käigus kasutatakse abivahendeid (sh sõrmede abi), erinevaid kujundid (aplikatsioonid, esemete hulgad jm) ja esemeid (joonlaud, pliiatsid, erinevad muustrid jm). Järgneb *mõttes e vaikne loendamine*, kus abivahendeid enam ei vajata ning peagi kasutab õpilane arvutamise sooritamiseks *asendamist* (liidab/lahutab enne kümnelised, siis ühelised). Pideva ja süsteemse treenimise tulemusena, kus on kindel koht õppemängude kasutamisel, jõuavad õpilased peastarvutamise nn kiire etapini. Teisisõnu, me saame öelda, et peastarvutamise oskus on *automatiseerunud* (arvutades $5 + 3$ teab õpilane, et vastus on 8, ise sellele mõtlemata).

Peastarvutamise oskuse kujunemine on individuaalne, vajades aega ja kannatlikkust. Koolipraktikas võime näha I klassi õpilasi, kes sooritavad peastarvutamise ülesandeid automaatselt, samas kohtame veel III klassi õpilasi, kes arvutamisel kasutavad sõrmede abi, ise seda varjata püüdes.



2.5 PEASTARVUTAMISE ALGORITMID JA NENDE RAKENDAMISE EESKIRJAD

1. Liitmine ja lahutamine 10 piires

10 piires liitmine ja lahutamise õppimiseks ja omandamiseks on vaja eeloscusi - arvude nimetamine ja loendamine, arvude võrdlemine, arvude eristamine ja kirjutamine.

Sellesse etappi kuulub peast liitmine ja lahutamine nii praktiliste vahendite abil (aplikatsioonid, loendamine – aeglane tee) kui ka ilma (kiire tee).

Siia kuuluvad ka puuduva tehtekomponendiga ülesanded:

Näiteks. $8 + \dots = 13$; $\dots - 5 = 8$

2. Liitmine ja lahutamine 20 piires üleminekuta

Üleminekuta liitmine ja lahutamise puhul 20 piires kehtib 10 piires liitmine ja lahutamise põhimõtte (analoogiate loomine, põhjendamine):

Näiteks. kui $2 + 3 = 5$, siis $12 + 3 = 15$

kui $7 - 3 = 4$, siis $17 - 3 = 14$

3. Liitmine ja lahutamine 20 piires üleminekuga

1) $8 + 5$ Liitmisel kehtib eeskiri: *enne liidan nii palju, et 10 saab täis,*
 $9 + 8$ *siis (kõik) ülejäänud.*

2) $13 - 7$ Lahutamisel kehtib eeskiri: *enne lahutan nii palju, et 10 saab*
 $16 - 9$ *täis, siis (kõik) ülejäänud.*

Oluline, et õpilased omandaksid arvutamise 20 piires, mis on aluseks 100 piires liitmisele ja lahutamisele.

4. Liitmine ja lahutamine 100 piires üleminekuta

$$\begin{array}{r} 37 + 52 \\ \hline 37 + 50 = 87 \\ 87 + 2 = 89 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 86 - 43 \\ \hline 86 - 40 = 46 \\ 46 - 3 = 43 \end{array}$$

Liitmisel ja lahutamisel 100 piires kasutame asendamist ning lähtume eeskirjast: *enne liidan/lahutan kümnelised, siis ühelised.*

5. Liitmine ja lahutamine 100 piires üleminekuga

$$\begin{array}{r} 29 + 37 = 66 \\ 29 + 30 = 59 \\ 59 + 7 = 66 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 82 - 53 = 29 \\ 82 - 50 = 32 \\ 32 - 3 = 29 \end{array}$$

Üleminekuga liitmisel ja lahutamisel 100 piires tugineme 20 piires arvutamisele. Lähtume eeskirjast: *enne liidan/lahutan kümnelised, siis ühelised ja enne liidan nii palju, et saan järgmise kümne täis, siis ülejäänu; enne lahutan täiskümneni, siis ülejäänu.*

6. Korrutamine ja jagamine: ühekohalise arvu korrutamine kahekohalise arvuga

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 20 \\ \text{kui } 3 \cdot 2 = 6, \\ \text{siis } 3 \cdot 20 = 60 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 80 : 4 \\ \text{kui } 8 : 4 = 2, \\ \text{siis } 80 : 4 = 20 \end{array}$$

Järkarvuga korrutamisel kehtib nn korrutustabeli põhimõte (kui ... siis...).

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 12 = 48 \\ 4 \cdot 10 = 40 \\ 4 \cdot 2 = 8 \\ 40 + 8 = 48 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \cdot 17 = 85 \\ 5 \cdot 10 = 50 \\ 5 \cdot 7 = 35 \\ 50 + 35 = 85 \end{array}$$

Ühekohalise arvu korrutamisel kahekohalise arvuga lähtume eeskirjast: *enne korrutan kümnelised, siis ühelised, saadud tulemused liidan.*

$$\begin{array}{r} 69 : 3 = 23 \\ 60 : 3 = 20 \\ 9 : 3 = 3 \\ 20 + 3 = 23 \end{array}$$

Kahekohalise arvu jagamisel ühekohalisega lähtume eeskirjast: *enne jagan kümnelised, siis ühelised, saadud tulemused liidan.*

Raskemad juhud kahekohalise arvu jagamisel ühekohalise arvuga:

$$\begin{array}{r} 57 : 3 \\ \hline (30 + 27) : 3 \\ 30 : 3 = 10 \\ 27 : 3 = 9 \\ 10 + 9 = 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 : 3 \\ \hline (30 + 6) : 3 \\ 30 : 3 = 10 \\ 6 : 3 = 2 \\ 10 + 2 = 12 \end{array}$$

so summa jagamine arvuga.
Esimese osaliidetavana (30)
võtame 10 korda jagajast
suurema arvu.

$$\begin{array}{r} 78 : 3 = 26 \\ \hline 60 : 3 = 20 \\ 18 : 3 = 6 \\ 20 + 6 = 26 \end{array}$$

Teisel juhul ($78 : 3$), kui esimese osaliidetavana võtame 10 korda jagajast suurema arvu (30), on saadud osaliidetav liiga väike. Seega võtame 20 (30, ...) korda suurema arvu.

Lähtume eeskirjast: *jagan esimese ja teise osaliidetava jagajaga, saadud tulemused liidan.*

2.6 NÕUANDEID PEASTARVUTAMISE TREENIMISEKS

Nii nagu eespool rõhutatud, on I ja II kooliastmes väga olulisel kohal peastarvutamise treenimine. Eelnimetatud oskus peab olema õpilasel välja kujunenud 7. klassiks.

Peastarvutamise treenimiseks on võimalusi väga palju. Olgu alljärgnevalt välja pakutud neist mõni.

1. *Ülesandekaardid* – õpetajal on valmistatud ülesandekaardid.

Üks võimalus on, et õpilased näitavad vastuseid oma arvukaartidelt. Siin tekib aga oht, et aeglased arvutajad jäävad ootama ning näitavad vastuseid kaaslaste järgi.

Teine võimalus: õpilased seisavad püsti ning hõikavad õige vastuse. Kes pakub kõige kiiremini õige vastuse, võib istuda. Kui selgub, et mõned õpilased ei suuda kiiremate poolt pakutud tempoga kaasa minna ja jäävadki seisma, siis tasub neile pakkuda lihtsamaid ülesandeid. Oluline on, et õpilane ei kogeks pidevat ebaõnnestumist.

2. *Arvumajad* – sellist arvutamist toetavad mitmed õppekirjanduses leiduvad ülesanded.

Õpetaja on värvilisel kolmnurksel paberil kujutanud „majakatuseid“, millel olev arv näitab, millises ulatuses peastarvutamist treenitakse (12, 13, 15, ...). Õpilastele

jagatakse laudadele tagurpidi ülesandekaardid ($9 + 4$, $8 + 6$, $7 + 8$, $20 - 7$ jne) ning õpetaja märguande peale keerab iga õpilane ülesandekaardi õiget pidi, sooritab arvutuse ja ruttab oma ülesandekaarti õige „katuse“ alla paigutama (ülesandekaardi kinnitamiseks on väga hea kasutada tarrat). Kui kõik õpilased on tööga lõpetanud, siis palub õpetaja kõigil oma arvutuste õigsust kontrollida. Kui mõni kaart on vale „katuse“ alla sattunud, leitakse koos talle õige koht. Õpetaja võib kasutada ka kohtunik-õpilasi, kes jälgivad ja kontrollivad. Samas võib taolist ülesannet lahendada ka rühmades, kus töö sooritamise õigsust kontrollib teine rühm. Tähelepanu arendamise seisukohalt on otstarbekas lisada ja jagada ka selliseid ülesandekaarte, mille vastus ei sobi ühegi „majakatuse“ alla.

Arvumajad võib asendada arvutusrongiga vms, sest oluline on õpilasele pakkuda vaheldusrikkaid võimalusi arvutamise treenimiseks.

3. *Mängurahade kasutamine* – majandusülesannete lahendamiseks.

Poemäng rühmades, mille käigus saab õppida viisakat suhtlemist, üksteisega arvestamist, peastarvutamist, rahatähtede kasutamist, esmatarbekaupade hindadega kursis olemist. Kirjeldatud võtte kasutamiseks leiab õppekirjandusest mitmeid tugepakkuvaid ülesandeid.

4. *Täringumängud* – lauamängude mängimine.

Sobivad mängimiseks paaris. Taas hea võimalus õpilastel üksteist ise kontrollida ja saada mängu kaudu tagasisidet, kuidas arvutamine õnnestus. Uute täringumängude koostamisse saab suurepäraselt kaasata õpilasi.

5. *Paarilise leidmine* – väljalõikamiseks ja kokkusobitamiseks (vt „Matemaatika lisaülesanded 1. – 3. klassile“ lk 17–27).

Väljalõigatud riskülikutele on kirjutatud tehted ja vastused. Õpilane arvutab sobivate paaride leidmiseks tehte ja leiab vastuse. Kirjeldatud võtet on esmalt soovitatav kasutada paaris- või rühmatööna, hiljem individuaalse peastarvutamise treenimiseks või kontrollimiseks.

6. *Paaris- ja paaritu arv.*

Õpetaja näitab õpilastele ülesandekaarte. Kui saadud vastus on paarisarvuline, näitavad õpilased punast kaarti, kui paarituarvuline, siis sinist kaarti. Seda võtet

pidevalt kasutades tekib aga oht, et aeglasemad arvutajad jäävad ootama, millist kaarti kaaslased näitavad ja tegutsevad siis nende järgi. Teine võimalus on siduda arvutamine liikumisega: kui vastuseks on paarisarv, siis tehakse käteplaks (hüpatakse üles), kui paaritu arv, siis põlveplaks (kükitatakse). Õppekirjandus pakub teema kinnistamiseks mitmeid ülesandeid.

6. Värvimisülesanded.

Õpilastele meeldivad värvimisülesanded väga ja samas saavad nad kinnistada peastarvutamist. Sellist võimalust pakub näiteks „Matemaatika lisaülesanded 1. – 3. klassile“ lk 7–10. Lisaks leiab värvimiseks sobivaid ülesandeid mitmetest teistest väljaannetest. Värvimisülesannete puhul on oluline, et õpetaja juhiks õpilaste tähelepanu korrektsusele. Hea, kui õpilastel on võimalus ise oma töö õigsust kontrollida (nt on õpetaja laual juba värvitud leht, mida töö lõpetanud õpilane saab oma tööga võrrelda).

7. Ülesannete koostamine.

Õpetaja annab õpilastele mustandipaberi ja palub neil koostada ülesande, mida neil endil meeldiks lahendada. Peale mustandi kontrollimist vormistavad õpilased oma töö puhtalt ja korrektselt. Nii saab moodustada kartoteegi, kus on alati käepärast ülesandeid, mida lisatööks pakkuda. Õpilastele võiks öelda, et nad koostavad ülesande klassikaaslaste jaoks. Enamik õpilasi suhtub sellisesse töösse äärmise tõsidusega, õpetajal tuleb vaid jälgida, et ülesanded liiga keeruliseks ei muutuks. Kasulik on lasta koostada tekstülesandeid, kus õpilasele on arvud, avaldised ja võrdused ette antud. Selliseid võimalusi pakkuvaid ülesandeid leiab õppekirjandusest.

Lisaks kirjeldatud peastarvutamise võtetele sobivad veel kasutamiseks erinevad pusle- ja bingomängud, paariliste leidmine ja sobitamine. Võtteid paaris- ja paaritu arvu treenimiseks, arvude võrdlemiseks, värvimiseks ja arvutamisvilumuse kujundamiseks ning treenimiseks leiab Pihti (2005) iseseisvate tööde kogumikust „Ise lahendan, ise kontrollin“.

Lisamaterjalid pakuvad hulgaliselt võimalusi õppetundide mitmekesisemaks muutmisel.

3. TEKSTÜLESANDED

3.1 TEKSTÜLESANNETE TÄHTSUS JA EESMÄRGID

Ülesande tekstis peab olema piisavalt informatsiooni, mille abil on võimalik küsitud suurust leida. Seega, iga ülesanne sisaldab otsitavat suurust (suuruseid) ja antud suurust. Tekstülesande iseärasuseks on see, et ülesandes ei ole otseselt näidatud, missugune tehe (tehted) on vaja teostada. Ülesande tekstis esitatakse seosed antud suuruste ja otsitava suuruse (suuruste) vahel, mille põhjal lahendaja valib vajaliku aritmeetilise tehte (tehted). Seda nimetatakse ülesande tingimuseks. Ülesande teksti koos antud suurustega nimetatakse andmeteks.

Tekstülesanne on tekst, mis sisaldab andmeid ja küsimust (küsimusi). Ülesande lahendamiseks koostatakse teksti põhjal (või antud andmete põhjal) otsitavat sisaldav võrdus, mille abil leitakse otsitavale sobiv arvuline väärtus. Viimase järgi sõnastatakse vastus.

Lihtsa tekstülesande all mõeldakse temaatilist jutukest, milles kahe suuruse (andmete) kaudu otsitakse kolmandat suurust (otsitavat). Seos andmete ja otsitava vahel luuakse küsimuse abil võrduse kujul. Otsitav leitakse arvutamise teel.

Iga tekstülesanne sisaldab kahte osa: andmeid ja küsimusi. Vastuse leidmist esitatud küsimusele nimetatakse ülesande lahendamiseks. Lahendada ülesanne, see tähendab avastada seosed andmete ja otsitava vahel ning nende seoste põhjal valida aritmeetiline tehe (tehted) ja teostada vastav arvutus. Arvutamise tulemusena saadud arv ongi ülesande vastus.

Tekstülesanded jaotatakse kahte rühma: **lihtülesanded**, mis lahenduvad ühe tehte abil ja **liitülesanded**, mille lahendamiseks läheb vaja kahte või enam tehet. Laiemas mõttes jaotatakse tekstülesandeid **konkreetseteks** ja **abstraktseteks** ülesanneteks. Konkreetsetes ülesannetes kõneldakse hulkade või suuruste arvuliste väärtuste vahelisest seostest, mis iseloomustavad igapäevases elus esinevaid situatsioone (Eero 1983, 5). Abstraktsete ülesannete puhul leitakse vaid arvuliste väärtuste seosed. Tuginedes kaasaegsele õpikäsitlusele on oluline keskenduda konkreetsete tekstülesannete lahendamisele.

Pehkonen (1995) liigitab ülesandeid sõltuvalt esitusviisist **avatuiks** ja **suletuiks**. Neid eristatakse teineteisest alg- ja lõpptingimuste ehk lõpptulemi esitamise järgi. **Suletud ülesannetel** on alg- ja lõpptingimused suletud, st need on täpselt ette antud. Kui algtingimused ja/või lõpptulemi on avatud, siis on tegu **avatud ülesannetega**.

Mõistel “avatud ülesanne” on mitu erinevat tähendust. Matemaatikas kui teadusharus nimetatakse avatud ülesandeks probleeme, millele ei ole suudetud veel lahendust leida. Matemaatika didaktikas kasutatakse mõistet “avatud ülesanne” teises tähenduses. Silver (1995) toob avatud ülesannetele järgmised tunnused:

- 1) ülesanne võimaldab erinevaid tõlgendusi,
- 2) ülesandel on mitu erinevat lahendusmeetodit,
- 3) ülesande lahendamise käigus kerkivad uued küsimused.

I kooliastmes on avatud tekstülesanded tavaliselt need ülesanded, kus esitatakse küsimus: *Mida saad arvutada?* Õpilased peavad ise ülesande andmete põhjal esitama küsimuse ja leidma võimalikult palju erinevaid lahendusideid.

Avatud ülesannete lahendamine suurendab õpilaste probleemipüstitamise ja lahenduste leidmise oskust. Samuti avaldavad sellised ülesanded matemaatilise mõtlemise arendamisel õpilastele positiivset mõju. Läbi avatud ülesannete paraneb üldine ülesannete lahendamisoskus ning kinnistuvad õpilaste teadmised.

Jair (2000) esitab avatud ülesannete õpetamisel õpilasest lähtuvad nõuded ja didaktilised nõuded.

Õpilasest lähtuvad nõuded:

- 1) ülesandes peab olema õpilasele tuntud fakte;
- 2) ülesande sisu köidab õpilast;
- 3) ülesande tekst peab olema paindlik, et seda saab muuta vastavalt õpilase huvidele ja võimetele;
- 4) ülesande lahendamine tekitab eduelamuse;
- 5) õpilasel tekib vajadus selle ülesande lahendamiseks, ülesanne loob motiveerituse sellega tegelemiseks.

Didaktilised nõuded:

- 1) ülesanne peab lähtuma küllalt konkreetsest, kõigile õpilastele arusaadavast ja jõukohastest küsimustest;
- 2) ülesanne võimaldab arvestada õpilaste erinevusi õppetöö diferentseerimiseks;
- 3) ülesanne arvestab programmikohase materjaliga;

- 4) õpilased jõuavad lahendusteni ise;
- 5) peale lahenduseni jõudmist, saab püstitada uusi ülesandeid.

Lihtülesannetes on andmete ja küsimuse vahel otsene seos. Liitülesannete lahendamisel aga õpitakse leidma esma- ja teisejärgulisi seoseid, mis tekitavad järgnevuse vajaduse ning pikendavad mõtteprotsessi, millega jõutakse matemaatilise suhteni (Neare, 1998, 45).

Tekstülesannetel on koolis (ka abikoolis) oluline tähtsus. Nende abil selgitatakse matemaatilisi seoseid, samuti selgitatakse murru mõistet ja geomeetria mõisteid. Tekstülesanded on vajalikud õpilastele hinna, hulga ja maksumuse ning aja, kiiruse ja teepikkuse seoste tutvustamiseks. Tekstülesannete eriline tähtsus on selles, et neis ei näidata otse, milline tegevus on vajalik antud andmetega, leidmaks tundmatut (Tornius, 1996, 23).

Tekstülesanded aitavad siduda arvude kohta omandatud teadmisi last ümbritseva tegelikkusega ja võimaldavad arvudega läbiviidavaid tehteid rakendada tegelikus elus erinevate matemaatiliste probleemide lahendamisel. Teisest küljest aitavad nad oma konkreetse sisuga paremini aru saada arvudest ja arvudega teostatavate tehete mõttest. See ongi põhjus, miks näiteks iga uue teema käsitlemist alustatakse alati sobivate tekstülesannete lahendamisega. See aitab paremini aru saada käsitletavast probleemist. Algklassides, kus matemaatika on ainus reaalne, aitab see arendada õpilaste loogilist mõtlemist, suuruste hindamise võimet, ruumilist vaatlust ja kujutlusvõimet, arvutamisoskust (Lints, 1974, 25).

Tekstülesanne saadab matemaatika õppimist esimesest kuni viimase klassini. Tekstülesanded aitavad läbi eluliste probleemide paremini mõista matemaatikat, kui ainet. Samas on tekstülesanded head aritmeetiliste tehete kasutamise ja kinnistamise vahendid. Tekstülesannete abil arendatakse analüüsi- ja sünteesioskust, mõtlemist, mälu ja teisi tunnetusprotsesse (Suvi, 2002, 25).

Loogilist mõtlemist ei saa arendada tekstülesannete lahendamisest saadavate kogemusteta, jõukohastele probleemidele lahendusi leidmata (Kaasik, 1997, 119).

Õpilaste teadmiste taseme tõstmisel, nende vaimsete võimete, eriti aga loogilise mõtlemise arendamisel, on tähtis koht tekstülesannete lahendamisel. Tekstülesanded

on selliseks konkreetseks materjaliks, mille abil kujundatakse uusi matemaatilisi mõisteid, tehakse üldistusi ning kinnistatakse varemõpitud teadmisi ja oskusi (Eero, 1983, 5).

Matemaatika õpetamise üheks olulisemaks ülesandeks on tekstülesannete abil õpetada õpilasi igapäevases elus esinevaid fakte ja seaduspärasusi kirjeldama. Esimestes matemaatika tundides õpivad õpilased ümbritsevas tegelikkuses leiduvatest esemetest mitmesuguste tunnuste abil hulki moodustama, õpivad tähele panema praktilistest tegevustest tulenevaid kvantitatiivseid muutusi. Hiljem peavad õpilased oskama selgitada, missugused andmed on vajalikud selleks, et leida arvutamise teel vastus esitatud küsimusele. Kõigepealt õpetame reaalsel tegelikkust tekstülesandena modelleerima, seejärel koostama matemaatilist avaldist või võrdust. Selles mõttes võime tekstülesande lahendamist võrrelda tõlkimisega ühest keelest teise (Eero, 1983, 6).

Tekstülesannetel on eriline roll arvude maailma sidumisel last ümbritseva tegelikkusega (Noor, 1994, 48).

3.2 TEKSTÜLESANNETE KOOSTAMINE JA SEOSTAMINE ELUGA

Tekstülesannete koostamisel ja seostamisel eluga on algklasside matemaatikas tähtis roll.

Koostamise põhieesmärgiks on õpetada lapsi nägema seoseid antud andmete ja otsitava vahel. Ülesande teksti lõpetav küsimus määrab seose alati üheselt. Küsimust esitamata võib laps aga etteantud andmete (esemete hulga) põhjal koostada mitu erinevat seost. Psühholoogide soovitusel on didaktikud jõudnud arusaamisele, et tekstülesannete teema peaks koolis algama *matemaatiliste jutukeste koostamisega*. Sel juhul ei ahistaks esitatud küsimus lapse mõtlemist ning ta võiks ise seoseid otsida ja leida (Noor, 1998, 77).

Tekstülesannete koostamisel ja lahendamisel on *oluline roll lapse mõtlemise arendamisel*. Tekstülesannete koostamisel ja lahendamisel tuleb läbida erinevaid etappe, mis kujundavad arusaamise tekstülesannete koostamisest ja lahendamisest nii nagu seda koolis nõutakse (Noor, 1998, 98).

1. klassis võib matemaatilise jutukese koostamiseks kasutada erinevate esemete või olendite hulkasid, kas konkreetsete esemete või temaatiliste piltidena (nt pilt kahe koera ja kolme kassiga; üks pirn ja kaks õuna).

Matemaatilise jutukeste koostamisega valmistatakse lapsi ette tekstülesannete loogilise struktuuri mõistmiseks ning küsimustega lõppevate ülesannete koostamiseks ja lahendamiseks. Laste endi koostatud ülesanded on ülimalt fantaasiarikkad ja põnevad (Noor, 1998, 78).

Sikka (2000) nendib oma artiklis, et uurides Soome ja Eesti õpetajate arusaamu kvaliteetsest matemaatikaõpetusest, jõudsid Lepmann ja Pehkonen järeldusele – mõlema maa õpetajad peavad oluliseks lahendada piisavalt palju tekstülesandeid. Õpilastel tuleb endil lasta ülesandeid koostada ja neid lahendada, jõuda lahendusteni erinevaid teid pidi.

Et tekstülesanded ei tunduks rutiinsed, koostavad õpetajad ise mõtlemisülesandeid – tekstülesandeid. Õpilastele meeldib neid väga lahendada, eriti kui andmed on seostatud meie igapäevase eluga (Sikka, 1999, 54).

Kui matemaatikaõpetus tuleneb loomupäraselt probleemsetest situatsioonidest, millel on lastele tähendus ja mis on seotud ümbruskonnaga, kujuneb see oluliseks ning aitab õpilastel siduda oma teadmisi paljude erinevate situatsioonidega (National... 2000, 23).

Õpilaste teadmiste seisukohalt on eriti suure väärtusega õpetaja enda koostatud tekstülesanded. Õpikud pakuvad küll elulise sisuga tekstülesandeid, kuid nende sisu ei kajasta kohalikke probleeme. Kuna õpikuid ei saa igal aastal muuta, siis ei ole ka ülesannetes kasutatavad arvandmed alati täpsed. Õpetaja ülesanne on juba alates 1. klassist viia õpilased tihedasse kontakti ümbritseva eluga. Matemaatika tundides saab seda teha enda koostatud tekstülesannetega – arvude ja faktide lakooniline keel on arusaadav ja veenev (Eero, 1983, 86).

Banks (1997), kes tegeleb USA-s erivanusega laste õpetamisega, ütleb, et matemaatika õpetamisel tuleks lahendada ülesandeid/probleeme, mis on seotud eluga, näitamaks matemaatika vajalikkust igapäevaelus.

3.3 TEKSTÜLESANNE KUI TEKST

Tekstülesannete lahendamise oskus on tugevas korrelatsioonis emakeele oskusega. *Teksti mõistmine on matemaatilise tegevuse juhiseks*. Suulist teksti on kergem mõista kui kirjalikku. Seepärast esitatakse aritmeetiliste tehete paremaks mõistmiseks matemaatiline tekst esmalt suuliselt ja hiljem lisandub kirjalik tekst. Kirjalik tekstülesanne vajab eraldi õpetamist. Selleks, et tekstülesande lahendamisega toime tulla, peab selle sisu mõistma (Suvi, 2002, 25).

Tekstülesannete süžeeliin vajab teksti (nagu iga teisegi teksti puhul semantilist analüüsi). Lapsel peab tekkima ettekujutus kirjeldatavast olukorrast, seejärel on võimalik ka kujutus vastavast matemaatilisest situatsioonist. Pahatihti jäetakse koolis tekstülesannete käsitlemisel see aspekt vajaliku tähelepanuta (Plado, 1998, 52).

Matemaatika tekstülesanne arvatakse spetsiifiliste tekstide hulka. Selleks, et lahendada esitatud ülesannet, on lapsel vaja enne matemaatikani jõudmist mõista kirjapandud jutu sisu. Lisaks verbaalsetele vahenditele mängivad rolli vahendid, mis hõlbustavad tekstist arusaamist – õiged pausid, intonatsioon, olulist esile toovad rõhud jne. Enamasti esitatakse matemaatika tunnis tekstülesanne kirjalikul kujul. See eeldab lapselt head lugemisoskuse taset. Laste lugemisoskus ei ole aga alati hea ja kui ongi, osutub raskeks kirjaliku teksti mõistmine. Matemaatika tekstülesande tekst on lühike. Lühikeses tekstis on aga väga vähe infot. Kuna tekstülesande teksti mahub tema lühiduse tõttu väga vähe detaile, siis tuleb enamik infot lugejal enesel tuletada. Eeldatakse, et see on lihtne ja iseenesest mõistetav. Iga lugeja jaoks on tekst aga erinev. Juurdemõeldava osa adekvaatsus ja täpsus sõltub lugejast. Õpetajad ei suuda alati aimata, mida lapsed teavad ja mida mitte. Liigne usk laste oskustesse viib selleni, et vajalik abi tekstülesannete lahendamisel jääb napiks, teadmistepagas piiratuks (Plado, 1998, 53).

Tihti kasutatakse tekstülesannetes liiga rasket sõnavara, mille tähendust õpilased ei mõista. Samuti on mõned matemaatilised terminid raskesti mõistetavad (näiteks *liidetav, vähendatav, jagatav, jagaja*). Napi lugemisoskuse tõttu on raske lugeda ka pikki ja keerulise silbistruktuuriga sõnu, mis kuulamisel raskusi ei valmistaks. Tekstülesande teksti leksika valik ja vajadusel vastavate muudatuste tegemine on

klassis suhteliselt lihtne. Ülesande tekstis on sageli selliseid väljendeid, mis teksti mõistetavuse seisukohalt on rasked, kuid mille kasutamine matemaatilises tekstis on möödapääsmatu (Plado, 1998, 55).

Matemaatika tunnis on esmatähtis tekstülesannete lahendamine. Ülesandele õige vastuse saamise eelduseks on tekstide täpne mõistmine. Eduka lahendamise üheks eelduseks on keeleliselt korrektne (analüüsitud) sõnastus (tekst). *Täpne kujutluspilt situatsioonist annab soodsa pinnase matemaatiliste probleemide lahendamiseks* (Plado, 1998, 60).

3.4 TEKSTÜLESANNETE LAHENDAMISE ALGORITM JA METOODILISED VÕTTED

Õpetada õpilasi lahendama tekstülesandeid – see tähendab õpetada leidma seoseid andmete ja otsitava vahel, nende seoste alusel valida ja hiljem teostama aritmeetilisi tehteid. Kõige tähtsamaks lüliks selles töös on seoste avastamine andmete ja otsitava vahel, sest ülesannete lahendamise oskus sõltub just seoste leidmise oskusest. Nimetatud oskuse kujunemiseks lahendatakse ülesandeid, milles seosed on samad, kuid konkreetne sisu ja arvulised andmed erinevad. Selliseid ülesandeid nimetatakse *samaliigilisteks ülesanneteks*. Õpilasi tuleb õpetada teadlikult leidma seoseid mitmesugustes, järk-järgult keerulisemaks muutuvates elulistes situatsioonides. Selleks tuleb iga uue ülesandeliigi õpetamisel läbida kolm astet:

I aste – ettevalmistavad ülesanded. Sellel astmel peavad õpilased leidma tehete valikuks vajalikud seosed.

II aste – tutvumine uue ülesande lahendamisega. Siin leitakse seosed andmete ja otsitava vahel, valitakse aritmeetilised tehted, teostatakse vastavad arvutused.

III aste – ülesande lahendamisoskuse kujundamine. Sellel astmel õpivad õpilased lahendama vaadeldud ülesandega samaliigilisi ülesandeid ja jõudma vajalike üldistusteni (Eero, 1983, 8).

Tekstülesannete lahendamiseks on kõigepealt vaja arutleda, mis on põhivaraks. Ühelt poolt on ja jääb põhivaraks ühe- ja kahetehteliste tekstülesannete täielik lahendamine. Iga uue ainevalla juures on ühetehtelise tekstülesande lahendamine see, mis seob matemaatilise sisu eluga, aitab seda selgitada/põhjustada, sooritada tehe ja viia vastus (saadud tulemus) seosesse matemaatilise probleemiga. Teiselt poolt on põhivaraks

oskus töötada mitmetehteliste tekstülesannete tekstiga, luua põhiküsimuse ja andmete vaheline seos, osata andmeid üles märkida ning koostada ülesande lahendusplaan ehk tegevuste järgnevus, ülesandele on vaja anda vastus ja seda põhjendada. Lihtülesandes on andmete ja küsimuste vahel otsene seos. Kahetehteliste ülesannete puhul peab õpetama leidma esma- ja teisetasandilisi seoseid, mis tekitavad järgnevuse vajaduse ning pikendavad protsessi, millega jõutakse matemaatilise suhteni. Tekstülesannete täielik lahendamine ongi töö teksti ja andmetega, küsimus(t)e ja teh(e)te leidmine, põhjendamine ning vastuse sõnastamine (Neare, 1998, 45).

Tekstülesannete kaudu iseseisva mõtlemise arendamiseks on otstarbekas luua algoritmide süsteem. Kogu töö jaguneb kolme etappi: 1) ettevalmistus; 2) lihtalgoritm; 3) täisalgoritm.

I etapp – *ettevalmistus*. Tekstülesande struktuuri omandamine, tekstülesande eristamine tulpharjutusest. Eesmärgiks on õpetada kuulama tekstülesannet, leidma sellest olulist. Võteteks on eristamine, võrdlemine, selgitamine, julgustavaks pooleks on õpetaja. See etapp on põhietapiks 1. klassis, kuid selle juurde tullakse ka veel teistes klassides.

II etapp – *lihtsa algoritmi loomine*. Eesmärgiks on õpetada tekstülesannet teadlikult lugema (kuulama), teades, et seda loetakse vähemalt kaks korda, vajadusel isegi kolm korda. Õpetada välja tooma ja märkima üles andmeid, leidma küsimust ning tehet ja sõnastama vastust. Lastele tuleb teadvustada, et hakatakse lahendama tekstülesannet ja otsitakse võimalust, kuidas seda oleks lihtsam teha. Mõtelda ja toimida tuleb kindla(te) eeskirja(de) järgi:

- 1) loen või kuulan hoolega ülesannet;
- 2) kordan ülesannet;
- 3) leian, mida ma tean;
- 4) märgin andmed üles;
- 5) ütlen küsimuse ja leian tehte;
- 6) arvutan ja mõtlen, mis ma saan;
- 7) vastan ülesande küsimusele.

Selline algoritm sobib kõige enam algklassidesse (Neare, 1998, 47).

III etapp – *täisalgoritm*. See on kindlalt teadaolevate ja osaliselt antud andmete leidmise, seoste loomise algoritm. Vajadus sellise algoritmi järele tekib keerulisemate kahetehteliste ülesannete lahendamisel. Toimida tuleks nii:

- 1) loen ülesannet kaks korda;
- 2) toon välja andmed, koostan skeemi;
- 3) kordan skeemi järgi andmed, samuti põhiküsimuse;
- 4) koostan lahendusplaani;
- 5) lahendan ülesande, jälgin pidevalt andmeid ja lahendusplaani;
- 6) vastan küsimusele;
- 7) kontrollin lahendust.

See algoritm jääb kasutusele kuni algkooli lõpuni (Neare, 1998, 51).

Lints (1987) soovib tekstülesannete lahendamiseks järgmist plaani:

- 1) Mida on vaja leida?
- 2) Mida sa tead?
- 3) Ütle ja kirjuta tehe!
- 4) Arvuta!
- 5) Kirjuta võrdus!
- 6) Ütle ja kirjuta vastus!

Tekstülesannete lahendamise juures on väga tähtis lugemine ja loetust arusaamine, st laps peab loetu sisust aru saama. Ülesandeid tuleb lugeda ilmekalt, säilitada loogilised pausid ja rõhud, tõsta esile ülesande arvandmeid ja teksti neid osi, mis on olulised ülesande lahendamisel (Lints, 1987, 77).

Oluline on, et õpilased oskaksid ülesande lahendusalgoritmide lisaks ka tulemusi analüüsida ning ise probleeme püstitada. *Loovus areneb vaid ise loovalt tegutsedes – ennast arendades, probleeme püstitades, neid lahendades ja ideid realiseerides.* Selle eesmärgi saavutamiseks on vaja rohkem lahendada probleem- ning avatud ülesandeid, sealhulgas ka tekstülesandeid (Palu, 1995, 65).

Enamik tekstülesannetest kuulub probleemülesannete hulka. Need on ülesanded, mille lahendamiseks on õpilasel kõik vajalikud matemaatilised teadmised olemas, kuid ülesande lahendamiseks ei ole antud valmisideed. Kuidas vastuseni jõuda, tuleb õpilasel endal välja mõelda.

Matemaatikas on probleemülesannete kaudu võimalik:

- a) arendada õpilase üldist mõtlemisvõimet,
- b) kujundada matemaatika rakendamise oskusi erinevates eluvaldkondades (Kaasik & Lepmann, 2002, 19).

G. Polya (2001) annab probleemülesannete lahendamiseks järgmisi juhiseid:

1. Te peate ülesandest aru saama.

Tuleb selgelt mõista, millised andmed on ülesandes antud ja kuidas need andmed omavahel seotud on. Tuleb aru saada, mida küsitakse ehk milline suurus on otsitav. Ülesande sõnastusest peab olema arusaadav.

2. Koosta lahendusplaan.

Siin saab kasutada tähiseid või sümboleid, andmetevahelisi seoseid võib esitada tabelina või joonisena.

3. Vii lahendusplaan ellu.

Tavaliselt esitatakse ülesande lahendus kirjalikult. Kui õpilane on lahendusplaan ise koostanud, on tal seda ka kergem ellu viia.

4. Vaata tagasi.

Kui ülesandele on lahendus leitud ja lahenduskäik üles kirjutatud, peaks tehtule tagasi vaatama. Lahenduskäigu kontrollimine aitab meelde jätta analoogiliste ülesannete üldist skeemi. Samuti tasub uurida, kas on ülesande lahendamiseks on ka teisi võimalusi. See on oluline loomingulise mõtlemise arendamiseks.

Laps peab aru saama, et liitülesanne sisaldab kahte lihtülesannet: esimese ülesande otsitavast suuruselt saab teise ülesande antud suurus. On otstarbekas küsida: *Mida tahad kõigepealt teada saada? Mida tahad seejärel teada saada?* (Noor, 1998, 113).

Meelespea kahetehteliste tekstülesannete lahendamiseks:

- 1) Loe ülesanne läbi! Kirjuta lühidalt andmed välja või tee joonis!
- 2) Mida sa tead?
- 3) Mida küsitakse?
- 4) Kas saab ülesande küsimusele kohe vastata? Kui ei, siis miks ei saa? Mida pead kõigepealt leidma?
- 5) Koosta võrdus!
- 6) Mida saab järgmisena kasutada?
- 7) Koosta võrdus!
- 8) Lahenda!
9. Kirjuta vastus! (Eero, 1983, 78).

Et lapsed tekstülesannete lahendamisest paremini aru saaksid ja lahendusteid otsida oskaksid, kasutatakse tihti erinevaid näitlikustamise (modelleerimise) variante.

Näitlikustamine jaotatakse kolme gruppi:

- 1) *esemeline* (kujundiline) – naturaalsed objektid, esemete mudelid, dramatiseerimine, pildid;
- 2) *sümboolne* (graafiline) – skeemid, tabelid, skemaatilised joonised, valemid;
- 3) *sõnaline*.

Esemelised illustratsioonid

Esemelist näitlikustamist kasutatakse koos dramatiseerimisega. Väga palju kasutatakse ka piltide paare. Õpetaja juhendamisel võrreldakse pilte, selgitatakse, mis muutus ja kuidas. Tuleb meeles pidada, et esemelist näitlikustamist kasutatakse ainult tutvumisel uute ülesannete liikidega. Esemelise näitlikustamise liigne kasutamine võib pidurdada lapse abstraktse mõtlemise arengut (Eero, 1983,12).

Sümboolsed illustratsioonid

Siin säilitatakse näitlik alus, kuid ülesandes antud situatsioon esitatakse üldistatud kujul. Põhikooli I kooliastmes on otstarbekas kasutada järgmisi sümboolse näitlikustamise viise:

- 1) ülesande, andmete ja küsimuse lühidalt ülesmärkimine;
- 2) tabelid;
- 3) skemaatilised joonised.

Ülesande andmete ja küsimuste lühidal ülesmärkimisel kasutatakse mitmesuguseid sümboleid:

- 1) küsimärk või täht tähistab otsitavat;
- 2) loogelised sulud tähistavad ühendamist;
- 3) võrratuse märgid tähistavad võrdlemist;
- 4) lühendid, tähed, numbrid tähistavad ülesandes esitatud suurusi jne.

Paljude ülesannete näitlikustamisel kasutatakse tabelleid. Neid on otstarbekas kasutada võrdelist muutujat sisaldavate ülesannete puhul.

Ülesannete näitlikustamine võib toimuda ka skemaatiliste joonistena. Sel juhul esitatakse ülesande andmed sirglõikude või muude kujundite abil. Skemaatilisi jooniseid tuleb õpetada kasutama peamiselt kolmandas klassis. Eriti, kui ülesandes esinevad väljendid *võrra rohkem, võrra vähem, korda rohkem, korda vähem* jne. (Eero, 1983, 17).

Sõnaline näitlikustamine ehk arutlus

Ülesande näitlikustamise tulemusena leiavad enamus õpilasi ka lahenduse, kuid osa õpilasi vajab õpetaja abi. Õpilaste abistamiseks viib õpetaja läbi vestluse, mida kutsutakse ülesande arutluseks. Nii liht- kui ka liitülesande arutlemisel on otstarbekas kasutada heuristlikku vestlust (Eero, 1983, 20).

Oskuslikult läbiviidud heuristiline arutus osutub kasulikuks tekstülesannete lahendamisel; see valmistab ette ülesande lahenduskäigu (Polya, 2001, 75).

Palu (1995) arvates on tekstülesannete lahendamisel väga tähtis analüüsida:

- 1) mida küsitakse;
- 2) mida on vaja teada, et küsimusele vastata;
- 3) mis on teada ülesande lahendamiseks.

Mõnikord võib ka arvutused tegemata jätta ning selle arvel rohkem ülesande tekste analüüsida. Analüüs on oluline ja seda ei tohiks mitte mingil juhul ära jätta, sest sel juhul paljud õpilased ei loegi teksti läbi, vaid hakkavad arvudest kombineerima suvalisi vastuseid. Teksti mõistmiseks on head ülesanded, mis lõpevad sõnadega: *Mida saad arvutada ? ja Tee vastavad arvutused!* (Palu, 1995, 65).

Keerukamate tekstülesannete lahendamisel on analüüs tingimata vajalik. Nii on võimalik leida just see alaülesanne, millest lahendamist alustada. Kogenud lahendajal toimub analüüs automaatselt ja talle võib tunduda, et tegelikult analüüsi ei toimugi. Et õpilasel kujuneks oskus ülesannet üksikuteks sammudeks jagada, on esmalt tarvis algul igat ülesannet analüüsida. Seda tuleb teha vestluse vormis (Kaasik & Lepmann, 2001, 22).

3.5 LOOVA MÕTLEMISE ARENDAMINE TEKSTÜLESANNETE LAHENDAMISE ABIL

Palju on vaieldud loovuse ja loova mõtlemise definitsiooni üle. Loovusele ei olegi ühest definitsiooni.

Lepmann (1995) ütleb, et loovus on võime välja mõelda ja teha midagi uut, seniolematut. Igasuguses loovas protsessis eristatakse nelja astet:

- 1) *ettevalmistusperiood* – tuleb aru saada, milles on probleem, püüda sõnastada probleemi erinevatel viisidel ja võimalikult täpselt, tuleb aru

saada, milliseid algandmeid probleemi lahendamise nõuab, kuidas need andmed omavahel seotud on jne;

- 2) *küpsemisperiood* – alateadvuses tekivad erinevad ideed, toimub nende analüüs ja võrdlus;
- 3) *lahenduse leidmine* – toimub “äkiline taipamine”, tuleb inspiratsioon ja saab selgeks, kuidas probleemi lahendada;
- 4) *lahenduse vormistamine* – kui lahendusidee on leitud, tuleb seda kontrollida ja veenduda selle õigsuses; lõpuks tuleb lahendus teistele arusaadaval viisil kirja panna.

Loovat mõtlemist iseloomustavad järgmised näitajad:

- probleemitundlikkus – võime märgata probleeme, vastuolusid;
- mõtlemise voolavus – võime leida erinevaid lahendusteid;
- mõtlemise paindlikkus – oskus näha asju erineva nurga alt; oskus loobuda ülesande lahendamise ühest ideest, harjumuspärasest tegutsemisviisist;
- mõtlemise originaalsus – võime välja pakkuda täiesti uus idee ülesande lahendamiseks;
- üldistamine ja analoogia kasutamise oskus – võime oma teadmisi üle kanda mõnikord lausa tavatusse situatsiooni;
- keskendumisvõime – see on oluline just probleemi analüüsimise esimesel, ettevalmistaval astmel (Lepmann, 1995, 9).

Pehkonen (1991) on öelnud, et matemaatika ei ole ainult teadmiste vahendamine ja vastuvõtmine, vaid tuleb arendada loovust. Rakenduslike ülesannete lahendamine eeldab õpilase ja ka õpetaja loovat koostööd.

Üha enam rõhutatakse seisukohta, et kool peaks hoolitsema rohkem õpilaste loovuse arendamise eest. *Õpilaste tunnetustegevuse aktiveerimine, nende aktiivse iseseisva ja loova mõtlemise arendamine on tänapäeval muutunud õpetamise tähtsaks ülesandeks*. On teada, et aktiivne ja iseseisev mõttetöö algab ainult siis, kui inimese ette kerkib küsimus või probleem. Paraku võib aga tõdeda, et kool ei soodusta loovat mõtlemist. Samal seisukohal on ka ameerika psühholoog Dasey (1989), juhtides tähelepanu asjaolule, et kooli õppeprogrammid on üles ehitatud eelkõige loogilis-ratsionaalsele mõtlemisele. Enamus ülesandeid nõuavad just sellist lahendusviisi. Selliseid ülesandeid iseloomustab asjaolu, et probleem on juba ette ära öeldud ja lahenduseni jõudmiseks rakendatakse mingit tuntud algoritmi.

Psühholoogide arvates on loovus igale vaimselt tervele inimesele omane võime uudsel ja leidlikul viisil probleeme lahendada. Mikita (2000) aga nendib, et loovale mõtlemisele pole iseloomulik mitte probleemide lahendamise oskus, vaid võime probleeme püstitada ja näha asju teise nurga alt. Loovat mõtlemist arendavad ülesanded, mis ei nõua jõudmist mitte ühe ja ainuõige vastuseni, vaid on suunatud pigem ideede genereerimisele.

Samuti ei ole selget definitsiooni matemaatilisele loovusele. Matemaatiline loovus seisneb matemaatika ülesannete lahendamises, leidmaks teid ja viise probleemide lahendamiseks, mittestandardsete probleemide lahendamiseks eriti originaalsete meetodite kasutamist (Haylock, 1997, 68).

Loovust saavad lapsed arendada just matemaatika tunnis. Näiteks lahendades tekstülesandeid, tuleb kasutada kõiki võimed, et ülesandest n-õ jagu saada.

Avaraid võimalusi iseseisva loova mõtlemise kasutamiseks pakub teatud liiki tekstülesannete lahendamine. Eero (1983) soovib järgmisi probleemülesannete liike:

- puuduvate andmetega ülesanded;
- liigsete andmetega ülesanded;
- küsimusega: *Mida saad arvutada? Arvuta!* ülesanded;
- muudetud sõnastusega ülesanded;
- õpilase koostatud ülesanded;
- mittestandardsete küsimustega ülesanded;
- mitmel erineval viisil lahenduvad ülesanded;
- mitme erineva lahendiga ülesanded;
- kõrgema raskusastmega ülesanded.

Kahjuks kasutavad lapsed oma loovust tekstülesannete lahendamisel väga vähe. Samuti ei ole loov olla üldse kerge ülesanne – see eeldab stereotüüpse mõtteviisi hülgamist, probleemi tavalahenditest lahtiütlemist ning samas ka enesekordamise ahvatluse vältimist. Enamikele näib sissetallatud rajal püsimine mugavam. Halva keskendumisvõimega õpilastel võivad kõikide ülesannete lahendused olla pealiskaudsed ja mitte väga õiged.

3.6 NÕUANDEID TÖÖKS TEKSTÜLESANNETEGA

Tekstülesannet lahendama asudes on kõige olulisem tekstist aru saamine. On otstarbekas, kui õpetaja loeb ise kõigepealt ülesande ette või palub seda teha mõnel õpilasel. Koos tuleks analüüsida, mis on ülesandes antud, mida küsitakse, mida tuleb leidma hakata. Alustuseks oleks soovitatav ülesande tekst tahvlile kirjutada ja järgneva analüüsi käigus eri värvi kriitidega märgistada, kuni jõutakse välja ülesande lahenduskäigu vormistamiseni.

Kui tekstülesanded on ühetehtelised ja lõpevad ühe küsimusega, mahuvad lahendused tööraamatusse. Edaspidi on soovitatav kõik ülesanded ruudulisse vihikusse lahendada (kui selleks ei ole tööraamatus ruumi või sellele viitavad töökäsud). Eesmärgiks on, et õpilane õpiks korrektselt ülesande lahendust vormistama.

Tekstülesannete lahendamise näiteid

Näide 1.

Helju luges hommikul 6 lehekülge, õhtul luges ta 3 lehekülge rohkem. Mitu lehekülge luges Helju päeva jooksul? Lahenda ülesanne vihikusse. (Piht, S. „2. klassi matemaatika tööraamat“ I osa, kirjastus Avita; lk 85, ül 1).

Ül 1, lk 85

Mitu lehekülge luges Helju õhtul?

$$6 + 3 = 9$$

Mitu lehekülge luges Helju päeva jooksul?

$$6 + 9 = 15$$

Vastus. 15 lehekülge.

Lahendades ülesandeid ruudulisse vihikusse on soovitatav üles märkida lehekülje number. Siis on kergem leida tööraamatus või õpikus pooleli jäänud ülesannet või kui vaja, ülesannet kontrollida ja parandada (kodus võib seda teha lapsevanem).

Kuna paljud õpetajad eelistavad tekstülesannet lahendada selgitavate lausete abil, siis on püütud sellega arvestada ka õppekirjanduses (vastavad näidised leiab nimetatud 2. klassi tööraamatute lõpust).

Näide 2.

Klassiõhtuks osteti 7 l virsikumahla. Apelsinimahla osteti 5 l võrra rohkem. Mitu liitrit mahla osteti kokku? (Piht, S. „2. klassi matemaatika tööraamat“ I osa; lk 99, ül 3).

Ül 3, lk 99

Virsikumahla 7 liitrit

Apelsinimahla 5 liitri võrra rohkem $7 + 5 = 12$

Kokku osteti $7 + 12 = 19$ liitrit mahla

Vastus. 19 l mahla.

Eraldi kategooria moodustavad avatud tekstülesanded (mida saad arvutada?). Neid ülesandeid lahendades tuleks õpilast innustada leidma võimalikult palju erinevaid võimalusi. See aga eeldab üleannete lahendamist vihikusse (millele on viidatud tööraamatu ülesannetes) või suulist analüüsi. Mäрге kirjaliku lahendamise kohta ei keela õpetajal selliseid ülesandeid tunnis suuliselt analüüsida. Eelmainitud ülesannetes ei pruugi kõigil õpilastel olla ühesugused lahenduskäigud. Samas on oluline tunnustada õpilast (õpilasi), kes on leidnud lahendamiseks huvitava või keerulisema lahenduskäigu.

Avatud tekstülesande lahendamine küsimusi moodustades

Näide 3.

Juhan joonistas 6 autot, Juss joonistas 4 autot rohkem. Jass joonistas autosid 4 võrra vähem kui Juhan ja Juss kokku. Mida saad arvutada? Lahenda ülesanne vihikusse. (Piht, S. „2. klassi matemaatika tööraamat“ I osa; lk 53, ül 1).

1) Mitu autot joonistas Juss?

$$6 + 4 = 10$$

2) Mitu autot joonistasid Juhan ja Juss kokku?

$$6 + 10 = 16$$

3) Mitu autot joonistas Jass?

$$16 - 4 = 12$$

4) Mitu autot joonistas Jass Juhanist rohkem?

$$12 - 6 = 6$$

5) Mitu autot joonistas Juhan Jassist vähem?

$$12 - 6 = 6$$

6) Mitu autot joonistas Juss Jassist vähem?

$$12 - 10 = 2$$

7) Mitu autot joonistas Juss Jussist rohkem?

$$12 - 10 = 2$$

Avatud tekstülesande lahendamine abilauseid kasutades

Näide 4.

- 1) Juss joonistas: $6 + 4 = 10$ autot.
- 2) Juhan ja Juss joonistasid kokku: $6 + 10 = 16$ autot.
- 3) Juss joonistas: $16 - 4 = 12$ autot.
- 4) Juss joonistas: $12 - 6 = 6$ autot rohkem kui Juhan.
- 5) Juhan joonistas: $12 - 6 = 6$ autot vähem kui Juss.
- 6) Juss joonistas: $12 - 10 = 2$ autot vähem kui Juss.
- 7) Juss joonistas: $12 - 10 = 2$ autot rohkem kui Juss.

Kui ka jagamistehe on õpitud, saab lisaks arvutada, mitu korda rohkem või mitu korda vähem keegi autosid joonistas. Õpilasele selline võimaluste otsimine meeldib, see arendab neid ning näitab, kui suurt infot sisaldavad arvud.

Tekstülesannete koostamine avaldise või antud arvude (andmete) põhjal

Järgnevalt paar näidet, kus õpilane peab vastavalt juhendile koostama tekstülesande (miks mitte ka ära näitama võimaliku lahenduskäigu).

Näide 5.

Koosta tekstülesanne, kus arvude 4 ja 18 summast on vaja lahutada arv 9.

Jaana ja Jaanika kogusid kleppilte. Jaanikal oli neid 4, Jaanal aga 18 võrra rohkem.

Jaana otsustas 9 kleppilti kinkida oma pinginaabrile. Mitu kleppilti jäi Jaanale?

Lahendus.

Mitu kleppilti oli Jaanal?

$$4 + 18 = 22$$

Mitu kleppilti jäi Jaanale?

$$22 - 9 = 13$$

Vastus. 13 kleppilti.

Näide 6.

Koosta võrduste järgi tekstülesanne.

$$18 + 14 = 32$$

$$32 - 5 = 27$$

Keldris on kolmel riiumlil hoidised. Esimesel riiulil on 18 purki maasikamoosi. Teisel riiulil on vaarikamoos, mida on 14 purgi võrra rohkem kui maasikamoosi. Kolmandal riiulil on mustikamoos, mida on 5 purgi võrra vähem kui maasika- ja vaarikamoosi kokku. Mida saad arvutada?

Matemaatilised jutukesed kui tekstülesanded

Õpilaste loovuse ja mõtlemise arendamiseks, aga ka huvi tekitamiseks tekstülesannete lahendamise vastu on hea kasutada faktiteadmisi meid ümbritsevast loodusest (erinevatest loomadest). Näiteks pakutakse 2. klassi „Matemaatika tööraamatu“ I ja II osas, Piht, 2004, 2010) temaatilisi ülesandeid (lünktekste) erinevate loomade kohta. Selliste ülesannete eesmärgiks on tekitada õpilases huvi saada uut infot, õpetada saadud infot kasutama.

Näide 7.

Orav on väike loomake. Ta liigub enamasti puuokstel. Käbikuninga kehapikkus on $13 + 7 + 6 = \dots$ cm. Uhke ja koheva saba pikkuseks on $20 - 7 + 10 = \dots$ cm. Maapinnal orav ei kõnni ega jookse, vaid liigub lühikeste $15 + 15 + 10 = \dots$ cm pikkuste hüpetega. Orava eluiga on $7 + 5 - 4 = \dots$ kuni $13 - 6 + 3 = \dots$ aastat pikk. Võrdle orava kehapikkust sabapikkusega. Mida märkad? (Piht, S. „2. klassi matemaatika tööraamat“ I osa; lk 104, ül 12).

Faktiteadmised loodusest võimaldavad õpilasel ise matemaatilisi jutukesti välja mõelda (koostada).

Näide 8.

Arvuta antud loomade võimalik pikim eluiga. Kirjuta saadud võrdused vihikusse. Alusta kõige lühema elueaga loomast. (Piht, S. „2. klassi matemaatika tööraamat“ II osa; lk 71, ül 11).

Kõigepealt lasta õpilasel arutada, kellele ja milline eluiga sobib. Seejärel koostada jutuke, kuhu lisada sellest ülesandest saadud informatsioon.

4. MATEMAATIKATUND

Tunni ülesehitusel on esmane ja kõige olulisem õpilastes huvi tekitamine ja eesmärkide püstitamine. Seejärel tuleb uute teadmiste ja oskuste omandamine. Liikuma peab kergemalt raskema ning keerulisema suunas. Olulisel kohal on õpilase isikupära arvestamine. Õpilastele tuleb pakkuda mõõdukat jõupingutust, mille tulemusena õpilane kogeb õnnestumist.

Õpetaja meisterlikkus võimaldab pakkuda vaheldusrikast lähenemist teema käsitlemisel. Kõik see on võimalik mitmesuguseid mängulisi võtteid kasutades. Tundi üles ehitades tuleb väga tähtsaks pidada elulähedust ning seoseid igapäevaeluga, aga ka probleemide lahendamist, analüüsi ja järelduste tegemist.

Probleemide lahendamine peab nihkuma matemaatikaõpetuses keskele kohale. Selle saavutamiseks peab õpetaja loobuma eesmärgist matemaatika tööraamat kaanest

kaaneni läbi õpetada. Lepik (1997) on väitnud, et matemaatika olgu probleemide lahendamine, mitte valmislahenduste äraõppimine.

Väga tähtis on õpilasi tunnustada. See peab olema õppeprotsessis normaalne nähtus, samuti hinnangute andmine ja seda nii tunniosade kui ka õppetunni lõpus.

Vajalike õpioskuste kujunemiseks on õppetundides oluline kasutada erinevaid töövorme: frontaalset (üleklassilist)-, individuaalset-, paaris- ja rühmatööd. Oskuslik paaris- ja rühmatööde kasutamine suurendab ja parandab õpilaste analüüsi- ja arvutusoskust, julgust oma seisukohti kaaslastega jagada. Samas pakuvad paaris- ja rühmatöö tuge nõrgematele ja tagasihoidlikele õpilastele. Kaasõpilaste abil paraneb nii peastarvutamise kui ka erinevate probleemülesannete lahendamise oskus.

Esimeses kooliastmes on tähtsal kohal mänguline õpe. Nii on võimalik parandada õpilaste arvutusoskust, muuta õppimine huvitavamaks ja mitmekesisemaks. Mänguliste elementide oskuslik kasutamine võimaldab arendada probleemide lahendamise oskust ja järeldamisvõimet, muuta põhiteadmiste omandamine huvitavamaks, pakub erinevaid võimalusi igal arengutasemel õpilastele ning on suurepärane võimalus mahajääjate abistamiseks.

Tähtsaim, mida üks õppetund pakkuda saab, on see, et õpetaja lõpetab tunni nii, et iga õpilane ka homme meelsasti matemaatikatunnist osa võtta tahaks.

Põhirõhuasetused matemaatikaõpetamisel esimeses kooliastmes

Järgnevalt loetlen kõige olulisemad teemad, millele igas klassis keskenduda tuleb.

1. klass

- Peastarvutamine 20 piires (liitmine ja lahutamine).
- Võrduste lahendamine proovimise teel.
- Ühetehteliste tekstülesannete koostamine, analüüs ja lahendamine.

2. klass

- Peastarvutamine 100 piires (liitmine ja lahutamine).
- Võrduste lahendamine proovimise teel.
- Arvude 1 – 10 korrutamise ja jagamise 2-, 3-, 4-, 5-ga.
- Ühe- ja kahetehteliste tekstülesannete koostamine, analüüs ja lahendamine.

3. klass

- Peastarvutamine 100 piires (nelja tehte rakendamine).

- Tehete järjekord, sulud avaldises.
- Tähe arvväärtuse leidmine.
- Kirjalik liitmine ja lahutamine.
- Kahetehteliste tekstülesannete koostamine, lahendamine ja analüüs.
- Suuruste teisendamine.

4.1 KUIDAS PLANEERIDA MATEMAATIKATUNDI?

Tulevaste õpetajate ettevalmistamisel (õpetajakoolituses) keskendutakse esmajärjekorras üliõpilasele, kellest peab saama väga hea ettevalmistusega klassiõpetaja. Neil on nõue põhjalikult läbi mõelda ja koostada selliseid tunnikonspekte, mis võimaldavad end tunnis kindlalt tunda, teades, mida, miks ja kuidas tunnis läbi viima hakatakse. Kogemustega õpetaja oma igapäevatoos põhjalikku tunnikonspekti enam ei vaja, küll aga tuleb temalgi läbi mõelda, mida ja kuidas õppima või õpetama hakatakse.

TÜ professor Jaan Mikk on öelnud, et hea õpik on õnnistuseks rahvale. Sama mõtet jätkates võib väita, et hästi planeeritud õppetund (õppetunnid) on õnnistuseks õpilastele, kes ootavad särasilmil iga järgnevat tundi.

Õppetunni ettevalmistus on õppeprotsessi planeerimise viimane lüli, mille aluseks on õpetaja töökava. See on täpne kirjalik materjal, mille õpetaja koostab iga tunni ettevalmistamise käigus, et läbi viia eesmärgi saavutamisele orienteeritud õppetund.

Põhjalikku läbimõtlemit vajab nii see, mida õpetaja õpetab kui ka see, mida õpilane õpib, milliseid vahendeid ja meetodeid eesmärgi saavutamiseks kasutatakse ning kuidas saadakse tagasisidet.

Mõned küsimused, millele tasub õpetajal tundi planeerides mõelda.

- Mille põhjal saan otsustada, et tunniks püstitatud eesmärgid realiseeruvad? Kuidas minu poolt valitud tunni liik seda toetab?
- Kui motiveeriv on tunni häälestus? Kas see toetab õpilast olema järgnevas tunnis aktiivne? Mille põhjal saab seda järelada?
- Milliseid metoodilisi võtteid kasutan?
- Kas ma ise saan aru, miks ma midagi planeerin?

- Kuidas toimub tunnist kokkuvõtete tegemine?

Tuginedes kaasaegsele sotsiaalkonstruktivistlikule õpikäsitlusele vajab läbimõtlemit, kuidas teatada õpilastele tunni teema ja eesmärgid. Oluline on läbi mõelda sõnastatus, et see esitatakse õpilastele eakohases vormis. Õpilastele tuleb tunni alguses öelda, mida nad tunni lõpuks paremini oskavad, selgeks saavad või teavad. Tähtis, et õpilane saaks teada, MIDA, MIKS ja KUIDAS ta õpib.

Matemaatikas koduse töö andmisel tuleb mõelda, kuidas on antav kodutöö seotud tunni teemaga. Kindlasti vajab kodutöö andmine juhendamist. Tuleb mees pidada, et kodutööks saab anda ainult seda, mida tunnis õpetati ja millega õpilane iseseisvalt toime tuleb. Kui õpetaja tunnis kodutööd juhendada ei jõua, siis seda tööd ka koju anda ei saa. (Kuidagi ei saa õigeks pidada kodutöö andmist koos vahetundi juhatava kellamärguandega.) Kui õpetaja otsustab kodutöö anda, siis peab see olema põhjendatud. Lihtsalt niisama vormi täiteks seda anda pole mõtet. Oluline meespea kodutöö andmisel – *kui annad kodutöö, siis mõtle, kuidas järgmisel tunnil seda kontrollida või kuidas saavad õpilased sooritatud tööle tagasisidet.*

Tunni planeerimise viimane oluline lüli on tagasiside ja kokkuvõtete tegemine. Tasub hoolega (läbi) mõelda, kas õpilased saavad end ise analüüsida, kuidas neil õppimine õnnestus, mida nad selleks teevad. See on oluline, et õpilane õpiks oma tegevust mõtestama ja aru saama, et tema töö tulemused sõltuvad suurel määral tema enda püüdlikkusest. Õpetajapoolne tagasiside peab olema arengut toetav, julgustav, tooma esile õnnestumisi ja pakkuma uusi lahendusvõimalusi.

Matemaatika õpetamise eripärast lähtuvalt tasub läbi mõelda vastused järgmistele küsimustele:

- Kuidas käsitlen peastarvutamise treenimist, kas ja kuidas rakendan mängulisi elemente? Kas õppemäng on õpilastele jõukohane ja huvitav? Kuidas on mäng seotud tunni teemaga?
- Milliseid puhkepause tundi planeerin? (Hea on valmis olla 1-2 puhkepausiks.)
- Kuidas tegelen tekstülesannetega?
- Millist lisatööd ja miks planeerin? Kuidas on lisatöö seotud tunni teemaga?

Lisatöö planeerimine eeldab ennekõike õpilaste individuaalsete eripäradega arvestamist. Oskuslik kavandamine hoiab õpihuvi ning süvendab õpilase pühendumist õppimisse. Lisatöö peab olema põhiülesannetest erinev ning väljakutseks õpilastele. Kindlasti sobivad lisatööks erinevad probleemilahendused. Küll aga peab arvestama, et pakutav oleks teema- ja eakohane. Lisatöö olgu nagu preemia, mida pakutakse põhitöö eduka sooritamise eest.

5. MATEMAATIKA 2.KLASSI TÖÖRAAMATU ÜLESEHITUSEST

Matemaatika õppekirjanduse koostamisel on lähtunud erinevatest didaktika-priinitsiipidest: jõu- ja eakohasus – õpitav peab vastama õppijate arengutasemele ja eale; teadlikkus – õpitav peab olema arusaadav, uue informatsiooni hulk ei tohi tekitada hirmu aine ees, õppematerjalis kasutatakse õpilastele tuntud sõnu; näitlikkus – õppimist soodustavate illustratsioonide kasutamine, st õpitavat esitatakse meelelise kaemuse kaudu; jada ehk lineaarsus – õpetamisel järgitakse õpitava järjestikust esitamist; individuaalsus – õpilaste eripäraga arvestamine, st kasutatakse eri tüüpi ja erineva raskusastmega ülesandeid; aktiivsus – õpilaste aktiveerimine õppetöös, õpilastele pakutakse nii pingutust nõudvat tööd kui ka eduelamust.

Ülesannete koostamisel on arvestatud erinevate arendamist vajavate matemaatiliste õpioskustega. Virrankoski (1983) järgi on matemaatiline õpioskus võime mõista matemaatiliste probleemide, sümbolite, meetodite ja tõestuste iseloomu, õppida ning säilitada need mälus, toota uuesti, ühendada ning kasutada neid ülesannete lahendamisel.

Matemaatiliste õpioskuste alla võib liigitada neli erinevat oskust.

Numbriline oskus – so sümbolid, automaatne otsustamine; siia kuuluvad liitmine, lahutamine, korrutamine ja jagamine; vähem mõõtarvude, punkti koordinaatide, korrutustabeli ja lihtsaid numbrilisi oskusi nõudvad ülesanded. Õppekirjanduses vastavad nimetatud õpioskusele enamus tulp-, ahel- ja tabelülesandeist.

Verbaalne ja eneseväljendusoskus – sõnalise informatsiooni muutmine formaalseks ja vastupidi; siia kuuluvad ülesanded, kus tuleb leida loetellu või hulka mittedsobiv ese või element ning see vastavalt töökäsule märgistada. Õppematerjalis leidub ülesandeid, kus tuleb läbi kriipsutada tehted, mis ei sobi esitatud arvuga.

Otsustamisoskus – so loogiline mõtlemine, kuhu omakorda kuuluvad induktiivne (visuaalne) ja deduktiivne otsustamisoskus (kasutatakse süllogisme). Selle õpioskuse kujundamiseks sisaldab õppematerjal ülesannete koostamist andmete põhjal, geomeetriaülesandeid, paaris-ja paaritute arvude leidmist, erinevate mõõtühikute kasutamist, teatud hulga võrduste leidmist. Otsustamisoskust arendavad nn matemaatilised jutukesed (tekstid). Need sisaldavad olulist sõnumit, kuid eeldavad teksti mõistmist, vajalike arvutuste sooritamist; lisaks võrdlemisülesanded (näiteks võrreldakse laste pikkusi).

Visuaalne ja spaatiline oskus – siin kasutatakse ruumilisi- ja peegelpilte. Õpilasele antakse kujundite rühmad ning õpilane peab ära tundma vaid peegelpildis olevad kujundid või antakse õpilasele ülesanne joonistada peegelpildis kujundid. Õppekirjanduses toetavad nimetatud õpioskuse kujundamist (kuubi ja püramiidi) kujundite pinnalaotused; kujundite sisse paigutatud kuupide, kolmnurkade jm leidmine.

Lisaks matemaatiliste õpioskuste kujundamisele on ülesannete koostamisel arvestatud järgmiste põhimõtetega.

Ülesannete uudsus, variatiivsus ja õpilastes huvi tekitamine.

Lastele saab selgemaks, miks on vaja matemaatikat õppida, kui siduda matemaatikaülesanded olukordadega, mis on neile tuttavad ja millega nad igapäevaelus kokku puutuvad. Nii mõistavad nad, et arvutamisoskus on vajalik ka väljaspool matemaatikatundi (nt erinevad rahaarvutused; sõidukisse bensiini ostmine). Lisaülesanded on tihti seotud looduse ja elukeskkonnaga (nt õpilane saab uut informatsiooni erinevate loomade eluviiside kohta; õpib paremini ajas orienteeruma).

Ülesannete erinev raskusaste.

Eri raskusastmega (raskemad on õpikutes/õppematerjalides tähistatud tärniga) ülesanded võimaldavad õppetööd korraldades arvestada õpilaste individuaalseid iseärasusi. Käis (1992) seostas juba 1930. aastatel õpilase isiksuse kujunemist iseseisva tööga. Iseseisvat tööd teeb laps talle sobivas tempos. Õpilasele tuleb anda võimalus valida, millise ülesande ta lahendab ja kuidas ta seda teeb (õppematerjal sisaldab mitmeid ülesandeid, mis pakuvad võimalusi valikute tegemiseks). Õpetamise põhiülesanne on vabastada lapses uudishimu, millega ta siia maailma sünnib. Piaget` (1969) järgi toetub õige õppimine kogemusele, mis äratav uudishimu ja annab lapsele võimaluse lahendada erinevaid olukordi. Kinnistavad ja kordavad õppetükid

võimaldavad valikute tegemist, samas aga pakuvad huvitavaid võimalusi lahenduste leidmiseks ja uute teadmiste omandamiseks.

Tärniga ülesanded ei ole mõeldud kõigile õpilastele lahendamiseks. Eelkõige on need mõeldud kiiretele õpilastele (lisatööks). Sageli vajavad sellised ülesanded õpetajapoolset suunamist ja juhendamist, kuna need võivad raskusastme poolest keerulisemad olla ning vajavad rohkem mõtlemist. On oluline, et õpilane lahendaks ülesande õigesti ja et tal oleks võimalus ise oma tööd kontrollida. Iga käsitlemist leidva teema juurde on planeeritud lisaülesandeid, näiteks: erinevate linnulaulude ajalise kestvuse, lindude keskmiste eluigade, metsloomade kehakaalud arvutamine.

Seos igapäevaeluga.

Ülesannete lahendamine tuleb siduda tegeliku eluga ning omandatud teadmisi tuleb kasutada uutes olukordades. Selleks sisaldab õppematerjal mitmesuguseid majandusülesandeid (rahaarvutused), vahemaade ja nende läbimiseks kuluva aja, erinevate looduslike objektide pikkuste, raskuste ja kiiruste arvutamise ülesandeid.

Tagasiside õpilastele.

Osa ülesandeid loovad õpilasele võimaluse ise oma tööd kontrollida ning saada tagasisidet lahenduse õigsuse kohta. Sellist võimalust pakuvad ülesannete vahe- ja lõppvastused, mille abil saadakse kontrollsõnad ja –laused.

Õpetuse järjepidevuse ja õpilase arengu tagamiseks sisaldab õppematerjal nii kordamist, uut materjali kui ka materjali teadmiste kinnistamist.

Kordamine. Kordamine on seoste loomine varemõpituga. Kordamisega tegeletakse kogu õppeaasta jooksul. Kordamise eesmärgiks on õpitut kinnistada, süvendada, üldistada ja süstematiseerida. Oluline on vilumuste omandamine. Kordamise käigus selgub, millised teadmised ja oskused on õpilastel olemas ning millised vajavad veel täiendamist. Häid tulemusi saavutame ainult siis, kui õpilane saab ülesande sisust täiesti aru. Bardin (1987) on rõhutanud, et kogemustega õpetaja võtab tunnis alati aega selleks, et saada õpilastelt tagasisidet omandatud oskustest.

Teadmiste kinnistamine.

Vilumuste ja oskuste kujundamine toimub kindla loogilise süsteemi alusel. Omandatud teadmised diferentseeritakse ja neid rakendatakse erinevat tüüpi ülesannete lahendamisel. Vilumuste ja oskuste kujunemine on keerukas ja pikaajaline

protsess. Iga oskuse ja vilumuse kujunemine on etapiviisiline ja nõuab pidevat harjutamist (Friedman, 1987).

Teadmiste kinnistamise nagu kordamisegi puhul on oluline, et õpilane saab õpitavat seostada varasemate kogemustega, mis omakorda tagab uue materjali kergema omandamise. Kinnistamiseks sobivad tööraamatus teemade lõpus olevad ülesanded, näiteks „Tarkus tuleb tasapisi“, „Harjutame veel“, „Harjutamine teeb meistriks“ või „Tarkus tarviline vara, õpi hoolega“.

Ühe õppetunni jaoks planeeritud ülesanded jaotuvad kahele–kolmele leheküljele. On oluline, et õpetaja otsustaks eelnevalt, kes ja milliseid ülesandeid lahendab. Eesmärgiks ei saa olla kõikide ülesannete lahendamine, valik olgu otstarbekas.

Osa tulpülesandeid sobib suuliseks tööks, osa ülesannetest (vastavalt vajadusele) aga tuleb lahendada ruudulisse vihikusse. Tulpülesandeid on soovitatav ka kodus suuliselt lahendada, näiteks õpilastele, kellel on peastarvutamisega raskusi.

Skeeme ja illustratsioone on otstarbekas koos analüüsida, et pildil või fotol olev sõnum jõukas iga õpilaseni.

Õpilaste iseseisvat tööd tuleb väärtustada. Selleks pakub õppekirjandus mitmeid võimalusi. Mahukate ülesannete puhul võivad erinevad õpilased lahendada ülesande erinevaid osi. Ühesuguse tööülesande korral on soovitatav õpilasi julgustada oma tööd kontrollima (võrdlema) pinginaabri või klassikaaslasega. Kui leitakse viga, peaksid õpilased omavahel arutlema ning seejärel otsustama, kes eksis ja alles siis vea parandama. Õppimise käigus eksimine ja vea tegemine on normaalne nähtus ning seda ei tohi häbiväärustada.

Keegi ei oska teiste kohta seni hinnangut anda, kuni pole õppinud andma hinnangut enese kohta. Õpetage lapsed oma tegevust väärtustama ja analüüsima, sest tarkus seisneb teadmises, mida teadmistega ette võtta.

6. KUULAMISOSKUSE OLULISUS JA SELLE ARENDAMISE VÕIMALUSI MATEMAATIKATUNDIDES

Põhikooli riiklikus õppekavas (2010) mõistetakse õpetamist kui õppekeskkonna ja õppetegevuse organiseerimist viisil, mis seab õpilase tema arengule vastavate, kuid pingutust nõudvate ülesannete ette, mille kaudu tal on võimalik omandada kavandatud

õpitulemused. Õpet kavandades ja ellu viies kasutatakse nüüdisaegset ja mitmekesist õppemetoodikat, -viise ja –vahendeid. Õppetöös kasutatakse suulisi ja kirjalikke tekste, audio- ja visuaalseid õppevahendeid, aktiivõppemeetodeid jms.

2010.aasta õppekavas rõhutatakse matemaatikapädevuse kujunemist kui suutlikkust kasutada matemaatikale omast keelt, sümboloid ning meetodeid erinevaid ülesandeid lahendades kõigis elu- ja tegevusvaldkondades.

Kuulamine ja kuulamisülesanded õppeprotsessis ei ole midagi uut. Seda kasutatakse keeleõppes kui ühe olulise osaoskuse arendamisest. Matemaatikatundides ei ole kuulamisülesannete kasutamine teadlikult laia kasutust leidnud. Samas võimaldab just sellise metoodilise võtte tundi toomine lisavõimalusi matemaatikapädevuse kujunemisele.

Kuulamine on alati seotud kuulmisega. See on aktiivne protsess, mis nõuab mõtlemist ja interpreteerimist. Kuulamisülesannete kasutamise eesmärgiks on arendada oskusi, mis võimaldavad mõista ja tõlgendada matemaatilisi tekste.

Matemaatikatundides kasutatakse sageli peastarvutamise treenimiseks erinevaid suuliseid võtteid (näiteks peastarvutamise tehted ja arvutuskaardid, arvu asukoha määramine arvureas, tekstülesannete suuline esitus ja võimaliku lahenduse pakkumine jms).

Miks on kuulamisülesanded matemaatikatunnis vajalikud?

Osaledes erinevate kuulamisülesannete sooritamisel õpilane:

- keskendub kuulamisülesandele;
- õpib kuuldot analüüsima;
- eristab matemaatilisi mõisteid, tõlgendab ja/või kasutab neid ülesande sooritamisel;
- loob seoseid igapäevaeluga - planeerib poekäiku, saab aru toiduretseptidest ja nende kasutamisest, koostab lihtsama eelarve jne (arenevad õpilase loogilis-matemaatilised oskused);
- kujuneb sotsiaalne- ja õpipädevus.

Kuidas viia läbi kuulamisülesandeid matemaatikatunnis?

Nagu keeleõppes nii ka matemaatikas vajavad kõige pealt läbi mõtlemist *kuulamise eeltegevused*. Selleks võib olla vajalik konkreetse materjali väljalõikamine, lauale paigutamine või vastava töölehega (skeemi, pildimaterjaliga) tutvumine. Töölehel sisalduva teksti läbi lugemine. Eeltegevused peavad sisaldama täpseid ja üheselt mõistetavaid töökorraldusi.

Kuulamine – kasutatav tekst/ülesanne peab olema ea- ja ajakohane, seostud õpitavaga, st tekst peab sisaldama matemaatika õppesisust tulenevaid mõisteid ja teemakäsitlusi.

Kuulamise läbiviimiseks on hea, kui tekst on eelnevalt arvutisse loetud või salvestatud. Nende võimaluste puudumisel saab õpetaja teksti õpilastele sobivas tempos ette lugeda.

Kuulamise järgne tegevus võib seisneda kuulatud teksti või ülesande täiendamises ja/või täpsustamises. Siia kuulub kindlasti teksti veelkordne kuulamine.

Kuulamisülesande sooritamise järgselt on oluline läbi mõelda tagasiside saamise võimalused ja nende läbiviimine. Kokkuvõtete tegemist toetavad näiteks küsimused *Mida uut teada said? Mida kuulatud teksti põhjal õppisid? Kuidas saad seda teadmist edaspidi kasutada?* jne.

Järgnevalt näide kuulamisülesandest, mis on koostatud A. Turovski (2009) lasteraamatu „Kassipoeg Võilill“ ainetel.

6.1 KUULAMISÜLESANNE

Katkend A. Turovski raamatust **Kassipoeg Võilill**, Tartu 2009, lk 7.

Eeltegevused

- 1) Lõika välja valikvastused.
- 2) Loe valikvastuste tekstid ja ülesanded. Paiguta valikvastused 3-kaupa. (Õpilastel võib lasta sooritada vastavad arvutused eeltegevustena).
- 2) Loe läbi töölehel olev tekst *Kassipoeg Võilill*.

Kuulamisülesanne

Kuula katkendit raamatust *Kassipoeg Võilill*.

(Katkendit esitada 2 korda).

Kuulamisjärgne tegevus

Paiguta sobivad lauseosad valikvastustega töölehel olevatesse lünkadesse.

Kuula katkendit uuesti.

Kassipoeg Võilill (arvutisse lugemiseks või ettelugemiseks)

...Maikuus tühjendas Mia Heiniku talumaja põõningu rahumeelselt, kuid väga kindlameelselt selle põliselanikest. Ta palus sealt lahkuda üheteistkümmel nahkhiirel, peletas minema kuus rotti ja kakskümmend kaheksa hiirt ning teatas nirk Neerole karmilt, et sel on aeg välja kolida ja et edaspidi kuuluvad kõik oravad, tihased, varblased ning teised väikesed maitsvad üürnikud, kes võiksid tulevikus siia sattuda, Mia perele ja ei kellelegi teisele. Neero oli üsna kogenud ja mõistlik nirk ega vaielnud väljakolimise nõudmisele vastu, kuid ei kolinud Heiniku talumajast kaugele. Ta läks puuviljaaeda, mis asus neljakümne seitsme meetri kaugusel. Tõstis seal ühe muti tema oivalisest maa-alusest häärberist välja ja asus sinna elama. Miale aga teatas, et nüüdsest peale osutab ta kassiperele, kuhu kuulusid peale kassiema viis triibulist karvapalli, piirivalvuri teenuseid ...

Mia palus Heiniku talumaja põõningult lahkuda loomal.

Kassiperes oli liiget.

VALIKVASTUSED ÕPILASELE VÄLJALÕIKAMISEKS

palus sealt lahkuda $7 + 5 = \dots$ nahkhiirel
palus sealt lahkuda $8 + 3 = \dots$ nahkhiirel
palus sealt lahkuda $8 + 5 = \dots$ nahkhiirel
peletas minema $13 - 7 = \dots$ rotti
peletas minema $12 - 9 = \dots$ rotti
peletas minema $16 - 8 = \dots$ rotti
$53 - 33 = \dots$ hiirt
$53 - 30 = \dots$ hiirt
$53 - 25 = \dots$ hiirt
teatas nirk Neerole
teatas Neerole
teatas kärp Neerole
asus $19 + 21 = \dots$ meetri kaugusel
asus $38 + 9 = \dots$ meetri kaugusel
asus $14 - 7 = \dots$ meetri kaugusel
$11 - 8 = \dots$ triibulist karvapalli
$21 - 15 = \dots$ triibulist karvapalli
$21 - 16 = \dots$ triibulist karvapalli
$72 - 27 = \dots$ loomal
$72 - 37 = \dots$ loomal
$72 - 26 = \dots$ loomal
$73 - 69 = \dots$ liiget
$82 - 77 = \dots$ liiget
$91 - 85 = \dots$ liiget

Kassipoeg Võilill

A. Turovski, Tartu 2009 (lk 7)

ÕPILASELE

...Maikuus tühjendas Mia Heiniku talumaja pööningu rahumeelselt, kuid väga kindlameelselt selle põliselanikest. Ta,
..... ja
..... ning
..... karmilt, et sel on aeg välja kolida ja et edaspidi kuuluvad kõik oravad, tihased, varblased ning teised väikesed maitsvad üürnikud, kes võiksid tulevikus siia sattuda, Mia perele ja ei kellelegi teisele. Neero oli üsna kogunud ja mõistlik nirk ega vaielnud väljakolimise nõudmisele vastu, kuid ei kolinud Heiniku talumajast kaugele. Ta läks puuviljaaeda, mis, Tõstis seal ühe muti tema oivalisest maa-alusest häärberist välja ja asus sinna elama. Miale aga teatas, et nüüdsest peale osutab ta kassiperele, kuhu kuulusid peale kassiema, piirivalvuri teenuseid.

Mia palus Heiniku talumaja pööningult lahkuda loomal.

Kassiperes oli liiget.

KASUTATUD KIRJANDUS

- Ames, C. (1992). Classrooms: Goals, structures and student motivation. *Journal of Educational Psychology*.
- Banks, (1997). Teaching Mathematics in the Multi-Age Classroom. [Loetud 18.11.2002].
<http://www.connect.more.net/listproc/multiage/2000.04/1106html>
- Bardin, K. V. (1987). Kak naučit detei utšitsja. Moskva. Prosvešenie.
- Burnett, G., Jarvis, K. (2006). *Õpime koos lapsega õppima*. Tartu. Kirjastus Studium, 26–28.
- Butterworth, G., Harris, M. (2002). Arengupsühholoogia alused. Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Dasey, J. (1989). Fundamentals of creative thinking. Lexington. Lexington Books.
- Dickson, L., Brown, M., Gibson, O. (1984). Children learning mathematics. A teacher's guide to research. Oxford: The Alden Press Ltd.
- Eero, A. (1983). Tekstülesannete lahendamisest algklassides. Tallinn, ENSV Haridusministeerium.
- Eisenberg, J. (1922–1928). Matemaatika meetoodika. Loengumaterjalid. ENSV Vabariiklik Õpetajate Täiendusinstituut, Eesti Pedagoogika Arhiivmuuseum, fond PEM 2679 D 5107.
- Ernest, P. (1988). *The attitudes and practices of student teachers of primary school mathematics*. [Loetud 02.10.2007]
<http://www.people.ex.ac.uk/PErnest/papers/attitudes.htm>
- Foxman, D., Beizhuizen, M. (2002). Mental Calculation Methods Used by 11-years olds in Different Attainment Bands: a Reanalysis of data from the 1987. APU Survey in the UK. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 41–69.
- Friedman, L. (1987). Matemaatika õpetamise psühholoogilis–pedagoogilisi probleeme. Valgus. Tallinn.
- Gagne, R. M., Driscoll, M. P. (1992). Õppimise olemus ja õpetamine. Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Harak, E., Abel, E., Kaljas, T. (2004). Peastarvutamise strateegiad ja nende kasutamine Eesti põhikoolide seitsmendates klassides, 67–68.
- Haylock, D. (1997). Recognising Mathematical Creativity in Schoolchildren. [Loetud 20.12.2002]. <http://rattler.cameron.edu/EMIS/journals/ZDM/zdm973a.html>
- Jair, A. (2000). Avatud ülesanded. Referaat aines: Matemaatika didaktika üldkursus. Tartu Ülikool.
- Jegis, I. (2003). Peastarvutamise treenimise vajalikkus ja võimalusi I kooliastme matemaatika tunnis. [Diplomitöö]. Tallinna Ülikooli Haapsalu kolledž.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young Children: a longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology* 85, 103–119.
- Kaasik, K. (1997). Matemaatika I kooliastmel (1. – 3.klass). Rmt. Õppekava: Matemaatikaaineraamat. Tallinn, Eesti Vabariigi Haridusministeerium, 28–32
- Kaasik, K., Lepmann, L. (2002). Väike meetodikaraamat: II kooliastme matemaatikaõpetajale. Tallinn, Avita.
- Kadajas, H. – M. (2005). Õppima õppimine ja õppima õpetamine. Tallinn. TLÜ Kirjastus.
- Kadajas, H.-M., Leinbock, A. (1994). Õppima õppimisele koht õppekavas. *Haridus*, 2.
- Kasvand, A., Lang, J. (1935). Juhatusi õpetajaile "Väike matemaatik" I, II, III ja IV käsitlemiseks. Kirjastus Kool, Tartu. Eesti Pedagoogika Arhiivmuuseum, fond

- R 2786.
- Keller, J. M. (1983). Motivational design of instruction. In C. M. Reigeluth. (Ed.) Instructional design theories and models: An overview of their current status. Hillsdall, N. J: Erlbaum.
- Kidron, A. (1999). *122 õpetamistarkust*. Andras & Mondo. Tallinn.
- Kuulberg, J. (1924). Metoodilisi näpunäiteid "Elavate arvude" tarvitajaile. K/Ü Tartu "Loodus", Pedagoogika arhiivmuuseum, fond R 8241, lk 5–30.
- Käis, J. (1940). Matemaatika algõpetusest. Tartu – Eesti Pedagoogika Arhiivmuuseum R 7892.
- Käis, J. (1946). Valitud tööd. Pedagoogiline Kirjandus, Tallinn. Eesti Pedagoogika Arhiivmuuseum, fond R 12634.
- Käis, J. (1992). Isetegevus ja individuaalne tööviis. (2.trükk). Koolibri. Tallinn.
- Lepik, M. (1997). Õppeprotsess – eesmärgid ja korraldus. *Matemaatika aaineraamat*. HM.Tallinn.
- Lepmann, L., Lepmann, T.(1995). Teeme ise matemaatikat. Tallinn, Avita
- Lindenfield, G. (2003). *Enesekindel laps*. Tallinn. Kirjastus Sild
- Lindgren, H. C., Suter, W. N. (1994). *Pedagoogiline psühholoogia koolipraktikas*. Tartu Ülikool.
- Lints, A. (1974). Matemaatika õpetamisest I klassis. Metoodilisi nõuandeid õpetajale. Tallinn, Valgus.
- Lints, A. (1987). Matemaatika õpetamisest II klassis. Tallinn, Valgus.
- McIntosh, A., Reys, R. E. (1997). Mental Computation in the Middle Grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2, 5, 322–329.
- Mikita, V.(2000). Kool ja loov mõtlemine. [Loetud 03.03.2003].
<http://erasmus.cs.ut.ee/skoobel/käsiraamat/html/11.html>
- National Council on Teachers of Mathematics. (2000). Principles standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Neare, V. (1998). Tekstülesannete lahendamine algoritmide abil. Rmt. Viitar, T. (Koost.). eripedagoogika. Teooriast praktikasse: matemaatika. HELK TRÜKK, 45–51.
- Noor, E. (1994). Üht vana õppekava sirvides. Kooliuuenduslane. 8, 46–51.
- Noor, E. (1998). Matemaatika I ja II klassis. Õpetajaraamat. Tallinn, Koolibri.
- Ostad, S. A. (2002). Mathematical difficulties: Aspects of learner characteristics In developmental perspective (*Lecture at Department of Experimental Psychology*). Oxford University. [Loetud 13.02.2007]
<http://folk.uio.no/snorreo/paper1.doc>
- Palu, A. (1995). Arendame ülesannete lahendamise oskust. Haridus 1, 65–66.
- Parinbak, J., Brandt, M., Brandt, Th. (1928). Eesti Õpetajate Liidu pedagoogiline ja metoodiline raamatus nr 7. *Üldõpetus Rakvere õpetajateseminari harjutuskoolis*. autorid Eesti Õpetajate Liidus kirjastus, Tallinn. Pedagoogika arhiivmuuseum fond R 2891.
- Pehkonen, E. (1991). Matemaattinen ongelmanratkaisu. Helsinki: MFKA Kustannus OY.
- Pehkonen, E. (1995). Introduction: Use of open-ended problems. ZDM. Vol. 27, no 2, p. 55–57.
- Pehkonen, E. (1997). Uskumukset oppimisin esteinä. Esimerkkinä matematiikka. Studia pedagogica. Helsinki.
- Piaget, J. (1969). Izbrannõje psihhologitšeskije trudõ. Prosvešenie. Moskva.

- Piht, S., Sikka, H. Õppe-ja kasvatustööst I kooliastmes. Matemaatika. (2004). Tallinn. Argos.
- Piht, S. (2004). Matemaatika tööraamat 2.klassile; I ja II osa. AS BIT.
- Piht, S. (2010). Matemaatika tööraamat 2.klassile; I ja II osa. AS BIT.
- Plado, K. (1998). Tekstülesanne kui tekst. Eripedagoogika: teooriast praktikasse: Matemaatika, 52–60.
- Polya, G. (2001). Kuidas seda lahendada? Tallinn, Valgus.
- Põhikooli riiklik õppekava. (2010). [Loetud 10.04.2010] www.oppekava.ee
- Rull, A. (1917). Kasvatus ja haridus. (toim Peeter Põld, juuli–september nr 7–9), I aastakäik. Eesti Kirjastuse Ühisuse "Postimehe" trükk, Tartu. Artikkel A. Rull (lk 182-188). Pedagoogika arhiivmuuseum.
- Schipper, W. (2001a). Verfahren erten Rechnens. [Loetud 13.02.2007] <http://www.grundschule.bildung-rp.de/gs/Lernprozesse/texte/rechnenstrategien.html>
- Schipper, W. (2001b). Verfahren weiterführenden Rechnens. [Loetud 13.02.2007] <http://www.grundschule.bildung-rp.de/gs/Lernprozesse/texte/weiterfuehrendeRS.html>
- Shuttleworth, M. (2003). Mental calculation strategies. Waverley Abbey School. Tilford, Surrey.
- Sikka, H. (1997). *Algõpetuse aktuaalseid probleeme VI. Teadustööde kogumik. Laste hirmud matemaatika õppimisel*. Tallinn: TPÜ Kirjastus. Lk 129–138.
- Sikka, H. (1999). Matemaatika probleemülesanded algklassides. Haridus. 5, 54–55.
- Sikka, H. (2000). Matemaatika võimalused algkooliõpilase mõtlemise arendamisel. Algõpetuse aktuaalseid probleeme IX. Tallinn, TPÜ Kirjastus.
- Silver, E. A. (1995). The nature and use of open problems in mathematics education: Mathematical and pedagogical perspectives. ZDM. Vol 27, no 2, p. 67–72.
- Skemp, R. R. (1979). Intelligence, learning and action. A foundation for theory and practice in education. New York. John Wiley & Sons.
- Spellings, M. (2005). Helping your child learn Mathematics U.S. Department of Education Office of Communications and Outreach [Loetud 02.10.2007] <http://www.ed.gov/parents/academic/help/math/math.pdf>
- Suvi, S. (2002). Matemaatika õpetamise võimalusi parandusõppe tundides ja järeleaitamistundides põhikooli I astmes. [Diplomitöö]. Tallinn, Tallinna Pedagoogikaülikool.
- Thompson, I. (2000). Teaching Place value in UK: time for reappraisal? *Educational Review*, 52, 2000, 3, 291–298.
- Thompson, I. (1999). Mental Calculation Strategies for the Addition and Subtraction. *Mathematics in School*. November, Volume 28, Issue No 5, 2–4.
- Tornius, H. (1996). Tekstülesanded abikoolis. Kogumik: Eripedagoogika. Tartu E-INFO, 22–25.
- Turovski, A. (2009). Kassipoeg Võilill. Tartu.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). Assessment and realistic mathematics education. Utrecht: CD-? Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. [Loetud 02.10.2007] <http://igitur-archive.library.uu.nl/dissertations/2005-0301-003023/index.htm>
- Veiderman, H. (1920). Väikese arvutaja juhataja. Rahvaülikool, Tallinn – Pedagoogika arhiivmuuseum fond R 17933.
- Virrankoski, M. (1983). Pääsälaskun ja sen yhteys matemaattisiin kykytekijöihin sekä pääsälaskun suoritusmenetelmien käyttöön peruskoulun 6.luokalla. Joensuun korkeakoulun kirjasto.