

H. 2765.  
~~1. 1885.~~

E. H. J. B. 651 2.

Gesti Kirjameeste Seltsi Toimetused.

485.

Mõistliku rehkendaja  
tarwilisemad õpetused.

Kudas? Miks? ja Millal?

Koolilastele lühidalt kirja pannud

H. G. Kallas.



Tartus, 1878.

Trükitud ja müüa G. Laafmanni juures.

Õigusteaduse ja Õigusteaduse Instituut

28/1

Õigusteaduse ja Õigusteaduse Instituut

# Õigusteaduse ja Õigusteaduse Instituut

Õigusteaduse ja Õigusteaduse Instituut

Zensuri poolest lubatud. — Tallinnas, 18. Veebruaril 1878.

Õigusteaduse ja Õigusteaduse Instituut

Õigusteaduse ja Õigusteaduse Instituut



ENSV-TA  
Kirjandusmuuseumi  
Arhiivraamatukogu

24403

Õigusteaduse ja Õigusteaduse Instituut

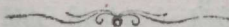
## G e s f õ n a.

Mõne aasta eest toimetas Eesti Kirjameeste Selts ühe laialisema rehkendamise õpetamise raamatu nimega **Mõistlik rehkendaja** rahwa kätte. Selle õpetuse kõrwa anti warsti pärast seda ka üks **Ülesannete kogu** kolmes andes wälja. Et nüüd mõlemad raamatud Eesti koolides lahket wastuwõtmist on leidnud, aga Mõistlik rehkendaja enamalt koolmeistrite tarwis on kirjutatud, siis on Kirjameeste Selts, mitmepoolisi soowimisi täites, ka ühe lühema õpetuse nõõri, püüdnud laste kätte muretseda.

Seepärast on siin raamatus, jagedaste Mõistliku rehkendaja sõnadega ning igal pool temas leitawate mõtetega, üsna lühidalt püütud rehkendamise metjast sihti läbi rainda, et ta nobedaste meele ärataks, mis õpitud; kõik need mitmeharalised puud, mis oma latiwatega rehkendamise salus kahawad, need raskekaunalised wiljad, mis rehkendamise põllult silma särawad ja need ilukarwalised lilled, mis rehkendamise wäljal lehkawad, on seepärast kärbitud ja kolme küsimuse alla (Kudas? Miks? ja Millal?) kogutud; kõik peenemad ärajautamised on kõrwale jäetud.

Kui raamatukene peaks jõudma koolmeistrite waewa fergitada, laste mõtlemise rammu kaswatada ning Mõistliku rehkendaja sisse maanteed silendada, siis wõiks ta rõõmuga rahul olla.

Raamatu kirjutaja.



1848

...the ... of the ...  
...the ... of the ...  
...the ... of the ...  
...the ... of the ...

11  
12  
13

...the ... of the ...  
...the ... of the ...  
...the ... of the ...  
...the ... of the ...  
...the ... of the ...  
...the ... of the ...  
...the ... of the ...  
...the ... of the ...  
...the ... of the ...  
...the ... of the ...

## Ettevalmistamine.

### § 1.

### Rehkendamise õpetuse nõue.

a. Rehkendamise õpetus õpetab õppijale harjutamise teel ühe põhjendades kaks asja selgeste kätte: 1) mõistma, **kudas** kofku wõi maha arwatakse, kaswatatakse wõi mõõdetakse ning jautatakse, 2) ühtlasi sellega kaaluma ning ära tundma, **millal** kofku, maha arwatakse, kaswatatakse, mõõdetakse wõi jautatakse.

Näitus. a) Wiis naela ja kolm naela on kofku kahetja naela; see on kofku arwamine. b) Et kolm naela üle jääb, kui wiieft naelast kaks naela ära wõetakse, õpetab mahaarwamine. d) Et neli korda kaks naela kahetja naela on, näitab kaswatamine. e) Mitu korda kaks naela kümne naela sisse mahub, saame mõõtmise läbi aru ning g) kui palju igamees saab, kui wiis meest (igakuks ühepaljus) kofku kümme naela saapad, awaldata jautamine.

b. Kudas arwud üksteisega ühte seutakse, on kergem kätte õppida, aga üksnes hää õpetus, tüdimata waewanägemine, wäsimata mõtlemine, mitmepidine harjutamine jõuab õppija mõistuse aastate jookkul senna maale harida, et ka raskemate ülesannete sees warsti ära tunneb, mis suguste jääbuste järele antud arwud ning millal nad õpetatud wiisil tulewad ühte siduda. Kes muud ei mõista, kui põhjade tundmata, pähä õpitud walemete abil ülesse

arwata, **mis** wälja tuleb, kui kokku, maha arwata, kaswatada wõi jagada kästakse, on alles masinarehkendaja; aga kes oma rehkendamise töö ja wiisi põhjad ära täab, see on mõistliku rehkendaja nime wõrt. **Wifs** tehakse, mis tehakse, paistab iseäranis wäljarehkendamise wiiside aga ka seletuste ning põhjenduste seest silma.

## § 2.

### Rehkendamise kasu.

Rehkendamise kasu on kahepidine: 1) teda mõistes wõid sa ennast sagedaste pettuse ning petmise wõi muu kahju eest hoida; 2) teda õppides harid sa suurel määdul oma waimu, iseäranis mõtlemise rammu. „Rehkendamine on waimu luist.“

## § 3.

### Spetamise tee.

Rehkendamine ei anna oma õpetusi õppijale mitte kõnete ning juttude waid „**eksemplite**“ ehk näituste waral. Igal eksemplil on kolm jagu: 1) ülesanne, 2) wäljarehkendamine, 3) wäljarehkendus. Wahe, kus üks hakkab ning teine lõpeb, olgu selgeste tunda. Ülesanne annab esiteks tingimised kostuse otsimiseks üles ning teisets küsimuse. Wäljarehkendamine otsib ning leiab kostuse. — Wäljarehkendus annab kostuse üles.

#### Näitus.

1. Ülesanne. 5  $\mathcal{H}$  wõid maksab 1 rbl. 30 kop.; mis maksab 15  $\mathcal{H}$ ?
2. Wäljarehkendamine. 15  $\mathcal{H}$  on 3 korda 5  $\mathcal{H}$ , seepärast ka hinda 3 korda 130 kop., ehk 3 rbl. 90 kop.
3. Wäljarehkendus. 15  $\mathcal{H}$  wõid maksab 3 rbl. 90 kop.

Rehkendamise tee käib katsetest ning näitustest läbi üleüldiste õpetuste saadawale. — Aga ei mitte siin ja sääl file silda kaudu sõites ning wanfril wedelebes wõi koguni

tõllas pehmil padjul puhates, — ei! waid palja jalu kindlaste ning kannatlikult ise edasi kõndides, reisitakse rõõmsa rehendamise riiki.

#### § 4.

**Opetuse materjal ning kõnelemise keel.**

##### 1. Suurused.

a) Kes mõne ülesannete kogu tahaks läbi lugeda, näeks, et ilmas muud ei küsita kui: mitu? kui palju? kui kallilt? kui suur? kui kaua? millal? kui paks? lai? pikk? ning sarnaselt. Sest on mõista, et rehendamaja (enamiste) muud ühest asjast ei taha täada, kui tema **suurusit**.

##### 2. Arwud.

b) Sõnad, mis mingi asja suurusit täielikult täada annawad, nimetatakse arwusõnadeks ning nendest täada antud suurused **arwudeks**. Kui seega näituseks ööldakse: Peeter on neli jalga pikk, siis on mõista, et rehendamise suuruse ehk arwu tähendajaks siia arwusõna „neli“ pandud on.

##### 3. Arwusõnad.

d) Arwusid on lugemata palju, seega peaks ka arwusõnu ehk arwude tähendajaid igas keeles lugemata palju olema. Aga et see wäga rängaks läheks ja keegi neid meeles pidada ei jõuaks, siis on näituseks meite keel paljalt 14 isefugust arwusõna loonud: üks, kaks, kolm, neli, wiis, kuus, seitse, kahelksa, üheksa, kümme, sada, tuhat, pool ning weerand, kõik teised arwusõnad — kui neid tarwis läheb — luuakse nende põhjusõnade sidumiste wõi muutmiste läbi, näituseks: kaks=sada-kolm-kümme=wiis. Üle selle tarwitatakse suuremate astmete tähendajateks wõõra keele sõnu, näituseks: piljonilised.

e) Iga arwusõna (kuid 1 mitte) seutakse Gesti keeles kolmanda muutega ehk infinitiivusega ühte, näituseks: wiis inimest, kolmandit wakka, üks lord, kaks lorda, kolm kümmend n. n. e. Üksna wiltu on „wiis inimesed“, „kaks wakat“ n. n. e. — Muudetes jäägu nimesõna ikka ainusse



seisma; ütle seepärast: wiie inimesega, aga mitte wiie inimestega, kahe hobuse jaoks, mitte kahe hobuste jaoks. n. n. e. Tegusõnad, mis arvusõnaga seotud nimesõna pihta käiwad, wõiwad ka paljuses seista, ehk küll ainus ka siingi loomulikum ja õigem on. Sa wõid seepärast ütelda: aias kaswab wiis puud, aias kaswawad wiis puud, — Tartus elab 25 tuhat inimest, ehk: Tartus elawad 25 tuhat inimest.

#### 4. Õpetuse osad.

g) Arwud on oma saamise ehk sündimise poolest kas täisarwud wõi murrud, näituseks: wiis, weerand; oma nime poolest kas nimega ehk tarwitatud wõi nimeta ehk paljad, näituseks: 3 inimest, kaks; nimega arwud on kas ühe ainu nimega, wõi mitme nimega, näituseks: 5 rubla, 3 perkapunda 2 punda 4 naela; nimega arwud on üksteise wastu kas 1) ühe nimelised, näituseks: 5 naela, 7 naela; wõi 2) sugunimelised, näituseks: 5 wersta, 3 penikoormat; wõi 3) wõeranimelised, näituseks: 8 aastat, 4 härja. Seda mõõda õpetame siis esmalt nimega ning nimeta täisarwudega, siis nimega ning nimeta murdudega rehkendama, pärast seume veel korra mõlemad kokku.

h) Tähtsad nimed rehkendamises on mõõtude suurused, mis igakõiks pähä õppigu.

Waata toises Ülesannete kogus, lehek. 14.

#### 5. Wahe arwu ning numbri wahel.

i) Nagu iga sõna kirja ülesse panna wõialse, nõnda ka iga arvusõna. Ometi on arwude kirjalikuks täendamiseks amnest ajast isesugused tähed, mis **numbriteks** nimetatakse, pruugitawale wõetud. Nad on seda nagu: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Nagu meil nüüd paljalt 14 isesugust arvusõna on, nõnda on paljalt kümme isesugust arwutähte ehk numbrit, ning nagu meie nende nelja-kümmet sõna abiga ometi kõik arwud ära ütelda wõime, nõnda wõime meie nende kümme numbri abiga kõik arwud ülesse kirjutada. Wahe numbri ning arwu wahel tuleb kangeste kinni hoida. Kreeklased ning Roomlased pruukisiwad helitähed ka arwu-

tähtedeks; näituseks: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000.

## § 5.

### Rehkendamise kirjakeel.

#### Ettevalmistamine.

- a) 10 ühelist . . . . nimetatakse üheks „kümneliseks“.
- |                              |   |   |                              |
|------------------------------|---|---|------------------------------|
| 10 kümnelist                 | „ | „ | sajaliseks.                  |
| 10 sajalist                  | „ | „ | tuhandeliseks.               |
| 10 tuhandelist               | „ | „ | kümne-tuhandeliseks.         |
| 10 kümne-tuhandelist         | „ | „ | saja-tuhandeliseks.          |
| 10 saja-tuhandelist          | „ | „ | miljoniliseks.               |
| 10 miljonilist               | „ | „ | kümne-miljoniliseks.         |
| 10 kümne-miljonilist         | „ | „ | saja-miljoniliseks.          |
| 10 saja-miljonilist          | „ | „ | tuhande-miljoniliseks.       |
| 10 tuhande-miljonilist       | „ | „ | kümne-tuhande-miljoniliseks. |
| 10 kümne-tuhande-miljonilist | „ | „ | saja-tuhande-miljoniliseks.  |
| 10 saja-tuhande-miljonilist  | „ | „ | miljoniliseks. n. n. e.      |

#### 1. Kirjutamise sääbused.

b) Suur ja tähtjas arvude kirjutamise sääbus on, et iga number kui ta ühe koha kõrgemale (paremalt pahemale arvatud) kirjutatakse kümme korda suuremat arvu kui enne tähendab. Selle terava sääbuse varal on kergelt võimalik paljalt kümme numbriga (kui null puuduse tähendajaks pruugitakse) kõik arvud ülesse kirjutada.

d) Kui seega esimese koha ehk astme pääle ühelised kirjutatakse, siis kirjutatakse seda sääbust mööda teise koha pääle kümnelised, kolmanda pääle sajalised, neljanda pääle tuhandelised, viienda pääle kümne-tuhandelised, kuienda pääle saja-tuhandelised, seitsmenda pääle miljonilised. n. n. e.

e) Seda õpetust mööda, et iga järgmise koha hind 10 korda oma kõrval seisva alama koha hinna suurune on, ehk et alama koha hind järgmise kõrgema koha hinna kümnes jagu on, võib astmerida nii pitkaks kui taht kududa. „Üks, kümme, sada“ on need kolm sõna, mis siis ikka jälle pruu-

gitawale tulewad. X Nendega saab läbi, sest nagu 7-da koha pääle, tehakse ka 13-da, 19-da, 25-da, 31-se, n. n. e. koha pääle jaam, millele wõõrast keelest nimi wõetakse.

Esimese (astmerca) jaama nimi on „miljon“.

Tõise „ „ „piljon“.

Kolmanda „ „ „triljon“.

Neljanda „ „ „kwadriljon“.

Wiienda „ „ „kwinkwiljon“. n. n. e.

Ühest jaamast tõise on ikka kuus waheliiget, millele nimed antakse, nagu § 5, a õpetab.

g) Reid õpetusi mööda tähendab seega näituseks:

4 seitsmenda koha pääl 4 miljonilist.

4 kuienda „ „ 4 saja-tuhandelist.

4 wiienda „ „ 4 kümne-tuhandelist.

4 neljanda „ „ 4 tuhandelist.

4 kolmanda „ „ 4 sajalist.

4 tõise „ „ 4 künnelist.

4 esimese „ „ 4 ühelist.

**Täh.** Seda mööda peab üks 4 mis esimesest kohast weel ühe koha alamale kirjutatakse 4 künnendikku, sest koha alamale 4 sajandikku (nagu künnendikmurdude õpetus näitab) tähendama.

## 2. Lugemise ning kirjutamise kergitus.

h) Lugemise ning kirjutamise kergituseks jautatakse loetaw wõi kirjutataw arw esiotsa komade abil liikidesse. Kuuleb kõrwa „tuhat“, kirjutab käsi numbri kõrwa alla koma; kuulakse „miljon“, „piljon“ kirjutatakse üks wõi kaks koma numbri kõrwa üles.

Näituseks: 7 piljoni, 564 tuhat, 432 miljoni 672 tuhat, 421.

Kirjuta: 7'564,432'672,421.

## 3. Kokkuütlemise järeduused.

i) Antud olgu 758'736,321 kokku ütelda. Siin ning sarnasel korral tuleb kaks asja tähele panna:

1) Üheliised ning künneliised ühendatakse wälja rääkides ühtedeks, ühe-tuhandelised ning kümne-tuhandelised tuhan-

deteks, nõndasamma ühe-miljonilised ning kümne-miljo-  
 = nilised miljonideks; n. n. e. Seepärast peate ütleva  
 58 miljoni, 36 tuhat, 21.

2) Mehjanda, viienda ning kuenda koha pääl seisavad  
 arvud, mille ühine nimi „tuhat“ on. See liignimi  
 võldakse paljas üks kord. Seepärast ei pea teie mitte  
 ütleva: 7 sada-tuhat, 36 tuhat, vaid: 736 tuhat;  
 üleüldse räägitakse ikka numbrid mis kaks koma wahel  
 seisavad kõik (kolm) korraldi (ühe hingega) wälja.  
 Seepärast tuleb ülemine arv lugeda:  
 758 miljoni, 736 tuhat, 321.

#### 4. Nimele lühendused.

k) Mõõtude nimed lühendatakse kirjas mitmel wiisil ära.  
 Näitused:

- 1) 5 aast. 6 f. 7 p. 2 n., loe: 5 aastat 6 kuud 7 päewa  
 2 nädalat.
- 2) 8 wdr. 2 tp., loe: 8 wedru 2 toopi.
- 3) 6 ft. 2 ff. 3 tt., loe: 6 setwerti 2 setwerikku 3 karnitsat.
- 4) 5' 6", loe: 5 jalga 6 tolli.
- 5) 2 pr $\overline{w}$  4 pn $\overline{w}$  6  $\overline{w}$ , loe: 2 perkapunda 4 punda 6 naela.
- 6) 5 pr $\overline{w}$  2 p $\overline{w}$  1 l $\overline{w}$ , loe: 5 perkuwitsi 2 puuda 1 leisi.

#### 5. Muud märgid.

l) Muudest märkidest, mis weel rehkendamise kirjakeeles  
 pruugitakse, peame järgmised meeles:

- 1) Plüstrift + on koftuarwamise märk, tähendab „ning“,  
 „ja“.
- 2) Märk = tähendab „on“ („ehk“).  
 Näitus: 6 + 2 = 8. Loe: 6 ning 2 on 8.
- 3) Märk ÷ ehk — on mahaarwamise märk ning tähendab  
 „wähem“, „ära“. Näitus: 5 — 2 = 3. Loe:  
 5 vähem 2 on 3, 2 ära 5-est on 3.
- 4) Plüstrift X wõi . wõi klamrid on kaswatamise märk  
 ning tähendab „kord, korda“. Näitus: 5 X 6 = 1 X  
 30 = 2 (15). Loe: 5 korda 6 on 1 kord 30 ehk  
 2 korda 15.

5) Koolon : wõi | on jagamise märk. Jagaja seisab kriipsu sees, aga kooloni taga. Näitus:  $5|10 = 2$ ;  $10:5 = 2$ .  
Loe: 5 läheb 10 sisse 2 korda, kümme wiiele on 2.

6) Märk % tähendab „saja päält“ wõi „protsenti“. Näitus:  $5\% = 5$  protsenti.

7) Murdude kirjutamise juures tuleb tähele panna, et esmalt wälja räägitaw arw murrujoone pääle, pärast wälja räägitaw murrujoone alla kirjutatakse. Näitus:  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ . Loe: üks kolmandik, wiis seitsmendikku. Küm-  
nendikmurdude kirjutamises pruugitakse koma wõi punkt täisarwude ning murdude lahutajaks.

Näitus:  $3,5$ ;  $2.3$ . Loe:  $3\frac{5}{10}$ ,  $2\frac{3}{10}$ .

8) Tähtsad märgid rehkendamises on klamrid. Esmalt rehkendatakse iga wälja, mis klamrite sees on kätstud, lühemaisi klamritest pikematele edasi minnes ning ühen-  
datakse mis kaswatamise ning jagamise märkide läbi seutud on.

N.  $[(32 + 8) 5 + 300 - 100] : [(32 : 2 \times 8)] 100 = 2$ .

See on rehkendamise keelest Eesti keele ümber pandud:

1) Arwa 32 ning 8 kofku ( $= 40$ ); kaswata, mis wälja tuleb, 5-ga ( $= 5 \times 40 = 200$ ); wõta nüüd 100 ära 3-mest sajast ( $= 200$ ) ning arwa ülejääbaw endise kaswatuse juure ( $= 200 + 200 = 400$ ).

2) Jaga nüüd  $2 \times 8$  ehk 16 | 32-he sisse ( $= 2$ ) ning ning kaswata see jagu 100-ga ( $= 200$ ). 3) Kui sa nüüd weel wiimse klamri saadawa ( $= 200$ ) esimese klamri saadawa ( $= 400$ ) sisse jagad, ilmub 2 (sest  $400 : 200 = 2$ ).

9) Märk  $\nabla$  tähendab „on suurem“; märk  $\angle$  „on wähem“. N.  $6 \nabla 2$ ; loe: 6 on kahest suurem.  $5 \angle 10$ ; loe: 5 on kümnest wähem.

## Esimene osa: Täisarvud.

Esimene päätükk: Nimeta ning ühe nimega täisarvud.

Esimene samm: Kõkkuarvamine.

### § 6.

Kudas kōkku arvatakse.

A. Pääst.

a) Ülesanded. 1)  $8 \text{ } \text{H} + 7 \text{ } \text{H} = ?$  2)  $98 + 15 = ?$   
3)  $522 + 345 = ?$  4)  $527 + 398 = ?$

b) Väljarehkendamise viisid. 1)  $8 \text{ } \text{H} + 2 \text{ } \text{H} = 10$ ,  $5 \text{ } \text{H}$  juure  $15 \text{ } \text{H}$ , seega:  $8 \text{ } \text{H} + 7 \text{ } \text{H} = 15 \text{ } \text{H}$ . 2)  $98 + 2 = 100$ ,  $13$  juure  $113$ , seega:  $98 + 15 = 113$ .

3)  $500 + 300 = 800$   
 $20 + 40 = 60$   
 $2 + 5 = 7$  }  $800 + 60 + 7 = 867$ .  
 Seega:  $522 + 345 = 867$ .

4)  $500 + 300 = 800$   
 $20 + 90 = 110$   
 kōkku  $910$  }  $910 + 15 = 925$ .

$7 + 8 = 15$  } Seega:  $527 + 398 = 925$ .

Wõi: Paneme esmalt nii palju juure, et  $400$  täis saab.  $398 + 2 = 400$ . Et nüüd  $527$  juure panna oli,  $2$  juba juure pandi, siis on veel  $525 - 400 = 125$  le juure panna  $= 925$ .

d) Üleüldine juht. Kõhanimelised arvatakse kõhanimeliste juure, kõrgemast astmest madalamale edasi minnes, pärast seatakse kõigi astmete summad üheks summaks. Mida vähem hinnalisi kōhti kōkkuarvataval on, seda kergem on ta tõise kōkkuarvatawa juure lišada.

B. Kirjalikult.

Säädus. Kõhanimelised kirjutatakse kõhanimeliste alla.

I. Läbimineputa.

Mäitus. a) Ülesanne.  $562365 + 25620 = ?$

b) Ülesjääd ning väljarehendamine.

Et.	Rt.	L.	S.	R.	Ü.
5	6	2	3	6	5
+	2	5	6	2	0
5	8	7	9	8	5

Kokkuarwatawad (on arwud, midi  
kokku arwatakse).

Summa (on kokkuarwamise saadaw).

d) Väljarehendamise wiis.

5 ü. + 0 ühelist = 5 ü., mis summa triipju alla üheliste kohta kirjutatakse,

6 f. + 2 kümnel. = 8 f., " " " " " " " " " " " "

3 f. + 6 sajalist = 9 f., " " " " " " " " " " " "

2 t. + 5 tuhand. = 7 t., " " " " " " " " " " " "

6 ft. + 2 kümne-t. = 8 ft., " " " " " " " " " " " "

5 ft. + 0 saja-t. = 5 t., " " " " " " " " " " " "

Seega tuleb wälja 587 tuhat, 985.

### III. Läbiminefuga.

a) Ülesanne. Arwa kokku 9562354 + 8980500 +  
62356 + 6456 + 7254.

b) Ülesjääd ning väljarehendamine.

9 5 6 2 3 5 4

8 9 8 0 5 0 0

6 2 3 5 6

6 4 5 6

7 2 5 4

---

1 8 6 1 8 9 2 0

1. Seletaw väljarehendamise wiis.

Kõige selgem on ühelistega pääle hakata:

Üheliiste rida. 4 ü. + 0 ü. = 4 ü., + 6 ü. = 10 ü.,

+ 6 ü. = 16 ü., + 4 ü. = 20 ü. ehk 0 ühelist,

mis alla kirjutatakse ning 2 f., mis meeles peetakse.

Kümneliste rida. 2 f. üheliiste reast + 5 f. = 7 f.,

+ 0 f. = 7 f., + 5 f. = 12 f., + 2 × 5 f. = 22 f.

ehk 2 f. alla, 2 saj. meele.

Sajaliste rida. 2 f. kümneliste reast + 3 f. = 5 f.,

+ 5 f. = 10 f., + 3 f. = 13 f., + 4 f. = 17 f.,

+ 2 f. = 19 f. ehk 9 sajalist alla ning 1 tuh.

meele. n. n. e.

## 2. Nobe wäljarehkendamise wiis.

Iga rida arwatakse kohanime ütle mata kofku, aga õige koha pääle kirjutamisega tunnistatakse, et õiete mõeldud.

Esimene rida.  $4 + 6 = 10$ , 6 juure 16, 4 juure 20;  
0 alla, 2 meele.

Teine rida.  $4 \times 5 = 20$ , 2 meelest juure = 22,  
2 alla, 2 meele.

Kolmas rida.  $3 + 5 = 8$ ,  $+ 3 = 11$ ,  $+ 4 = 15$ ,  
 $+ 2 = 17$ ,  $+ 2$  meelest on 19; 9 alla, 1 meele.  
n. n. e.

d) Üleüldine juht. Ühelistega pääle hakates, arwatakse astmete järge pidi kohanimelised kohanimeste juure. Igal korral saadud summa lahutatakse nõnda kahte osasse, et alla kirjutataw arw ühekohaline ning meeles peetaw arw olgu kas ühe- või kahekohaline täisarw on.  $24 \text{ ü.} = 4 \text{ ü.} + 2 \text{ k.}$ ,  $24 \text{ k.} = 4 \text{ k.} + 2 \text{ ü.}$ ,  
 $124 \text{ s.} = 4 \text{ s.} + 12 \text{ t.}$ ,  $9 \text{ ü.} = 9 \text{ ü.} + 0 \text{ k.}$  n. n. e.

## § 7.

Millal kofku arwatakse.

a) Ülesanded. 1) Peeter andis Juhanile 4 kopikat oma rahast, seepärast jäi talle omale weel 62; kui palju oli tal seega enne olnud?

2) Wene maal on rahu ajal 575 tuhat sõameest, aga sõa ajal 788 tuhat meest enam; mitu meest Wene walitus seega wõib sõtta jaata?

b) Wäljarehkendamised. 1) Kui Peeter seega need 4 kop. Juhani käest jälle tagasi saab ning oma 62-ke kop. juure paneb (= kofku arwab), siis on tal  $62 + 4 = 66 \text{ k.}$ , see on niipalju nagu tal enne oli.

2) Sõa ajal astuwad 788 meest weel 575-le mehele juure, see on: arwatakse nendega kofku, seega on sõa ajal  $575 + 788 = 1363$  tuhat meest.



## Tõine samm: Mahaarwamine.

### § 8.

Kudas maha arwatakse.

A. Pääst.

a) Ülesanded. 1)  $14 \text{ ₮} - 9 \text{ ₮} = ?$  2)  $100 - 62 = ?$   
3)  $125 - 36 = ?$  4)  $300 - 259 = ?$  5)  $365 - 234 = ?$  6)  $989 - 799 = ?$

b) Wäljarehkendamise wiisid. 1) Esimalt wõtame nii palju ära et 10 üle jääb:  $14 \text{ ₮} - 4 \text{ ₮} = 10 \text{ ₮}$ , nüüd on veel 5 ₮ maha wõtta:  $10 \text{ ₮} - 5 \text{ ₮} = 5 \text{ ₮}$ . Seega:  $14 \text{ ₮} - 9 = 5 \text{ ₮}$ .

2)  $100 - 60 = 40$ ,  $40 - 2 = 38$ , seega:  $100 - 62 = 38$ .

3) Esimalt wõtame nii palju maha, et 100 üle jääb:  $125 - 25 = 100$ , nüüd on 100-jast veel 11 maha wõtta, jääb 89 üle.

4) Esimalt wõtame mahaarwatawast 200 ära:  $300 - 200 = 100$ , nüüd 100-jast ära 50 = 50, nüüd 50-dest 9 ära = 41. Seega on  $300 - 259 = 41$ .

Wõi kokkuarwamise abiga: 259-jast kunni 260-ni on 1 samm, 260-dest 300-ni on 40, kokku 41.

**Täh.** See wiimne wäljarehkendamise wiis on wäga tähtjas.

5)  $365 - 200 = 165$ ,  $165 - 30 = 135$ ,  
 $135 - 4 = 131$ . Seega:  $365 - 234 = 131$ .

6)  $989 - 799!$

Esimene wäljarehkendamise wiis.

$989 - 700 = 289$ ,  $289 - 90 = 199$ ,  $199 - 9 = 190$ .

Tõine wäljarehkendamise wiis.

$989 - 789 = 200$ ,  $200 - 10 = 190$ .

Kolmas wäljarehkendamise wiis.

799-jast kunni 800-ni on 1 samm, 800-jast 989-ni = 189, kokku 190.

Neljäs wäljarehkendamise wiis.

Wõtame 799-ja asemel 800 ära 989-jast, jääb 189, nüüd paneme puuduwa ühe jälle juure = 190.

- d) Üleüldine juht. Igauks mahaarwatava liige võetakse üfsikult kõigest wähendatawast ära kõrgemast astmest madalamale ebasi minnes. Mida enam wäljarehkendamises künnelistest või sajalistest läbimineku eest hoietakse, seda kõrgemaks läheb mahaarwamine.

## B. Kirjalikult.

**Eäädus.** Kohanimelised kirjutatakse kohanimeliste, mahaarwataw wähendatawa alla.

### I. Laenuta.

- a) Ülesanne.  $5653970 - 233650 = ?$

- b) Ülesääd ning wäljarehkendamine.

W.	St.	Rt.	L.	S.	R.	Ü.	
5	6	5	3	9	7	0	Wähendataw (on arw, millest ära w.).
—	2	3	3	6	5	0	Mahaarwataw (on arw, mida ära w.).
5	4	2	0	3	2	0	Ülejäädaw (on mahaarwamisesaadam).

- d) Wäljarehkendamise wiis.

0 ü.	0 ühelistest . . .	jääb 0 ühelist,	mis trüpsu alla üheltöte kohta kirj.
5 l.	7-mest künnelistest	" 2 künnelist,	" " künnelöte " "
6 f.	9-sast sajalistest	" 3 sajalist,	" " sajalöte " "
3 t.	3-mest tuhandelistest	" 0 tuhandelist,	" " tuhandelöte " "
3 kt.	5-est kümne-tuh.	" 2 kümne-tuh.,	" " kümne-tuh. " "
2 ft.	6-est saja-tuh.	" 4 saja-tuh.,	" " saja-tuh. " "
0 m.	5-est miljonilistest	" 5 miljonilist,	" " miljonilöte " "

Seega tuleb wälja 5'420,320.

### II. Laenuga.

- a) Ülesanne.  $40043240 \div 31982958 = ?$

- b) Ülesääd ning wäljarehkendamine.

1. Seletaw kirjalik nägu.

10 10 10      10 10 10

4. 0 0 4 3. 2. 4. 0

10. 10. 14      11 13 10

3 1 9 8 2 9 5 8

8 0 6 0 2 8 2

2. Jäädaw kirjalik nägu.

4 0 0 4 3 2 4 0

3 1 9 8 2 9 5 8

8 0 6 0 2 8 2

## 1. Seletaw wäljarehkendamise wiis

## a) Ühelisted arwatakse maha.

8 ühelist ei wõi mitte 0 ühelistest maha wõtta, seepärast lahutatakse kõrwal seisaw 4 kümnelist 3-meks + 1-heks kümneliseks ehk 3-meks kümneliseks + 10-neks ühelisteks, ehk lühemalt ütelda: 1 kümneline ehk 10 ühelist laenatakse nullile appi, nõnda et nüüd  $(10 + 0 =)$  10-nest ühelistest 8 ühelist maha arwata wõib  $= 2$  ü.

## b) Kümnelised arwatakse maha.

5 kümnelist ei wõi mitte 3-mest kümnelisest maha wõtta, seepärast wõetakse 1 s.  $= 10$  f. 3-le kümnelisele weel juure, kokku 13 f. sest 5 f. maha  $= 8$  f.

## d) Sajalised arwatakse maha.

1-le sajalisele wõetakse 1 tuhandeline  $= 10$  s. appi, kokku 11 s.; 11 s. — 9 s.  $= 2$  s.

## e) Tõised astmed wõetakse maha.

2 tuhandelist 2-hest tuhandelisest jääb 0 t. Nüüd lahutame 4 kmilj.  $= 3$  km. + 1 kmiljoniliseks ehk 3 km. + 10 miljoniliseks, 10 milj. lahutame jälle  $= 9$  m. + 1 m. ehk 9 m. + 10 st., 10 sajatuhandelist lahutam'  $= 9$  st. + 1 st. ehk 9 st. + 10 kümne-tuhandeliseksse 10 ft. + 4 ft.  $= 14$  ft.

Nüüd wõtame maha:

$$14 \text{ ft.} - 8 \text{ ft.} = 6 \text{ ft.}$$

$$9 \text{ st.} - 9 \text{ st.} = 0 \text{ st.}$$

$$9 \text{ m.} - 1 \text{ m.} = 8 \text{ m.}$$

$$3 \text{ km.} - 3 \text{ km.} = 0 \text{ km.}$$

## 2. Nobe wäljarehkendamise wiis.

8 ära 10-nest jääb 2, 5 ära 13-nest jääb 8, 9 ära 11-nest jääb 2, 2 ära 2-hest jääb 0,  $14 - 8 = 6$ ,  $9 - 9 = 0$ ,  $9 - 1 = 8$ ,  $3 - 3 = 0$  (mida etteotsa ei kirjutata).

d) Üleüldine juht. Ühelistega pääle hakates, arwatakse astmete järge pidi kohanimeelised kohanimeelistest maha.

## § 9.

Millal maha arvatakse.

- a) Ülesanded. 1) Adam sai 930, Metusala 969 aastat wanaks; mitu aastat Adam nooremalt juri?  
 2) Ma panin weel 15 muna katlasse ning nüüd oli neid endistega ühtekokku 32 tükki keemas; mitu muna seega enne seda katlas oli?
- b) Väljarehkendamised. 1) 930-est kuni 969-ni on 39. Oleks seega Adam weel 39 aastat maa pääl elanud, siis ta oleks Metusala wanuseks saanud. Seega juri A. 39 aastat nooremalt.  
 2) Kui need pärast pandud 15 muna jälle katlast välja võetakse, see on 32-hest munast maha arvatakse, siis jääb  $32 - 15 = 17$  muna järele. Seega oli enne seda 17 muna katlas.

## § 10.

Kokku ning mahaarvamise proov.

- a) Kokkuarvamise proov.

1) Üleüldine õpetus. Kui  $5 + 7 = 12$ , siis peab kui 5 ning 7 mõlemad jälle kokku 12-est ära võetakse 0 üle jääma. Selle sees seisab: Mahaarvamine on kokkuarvamise proov, sest summa  $\div$  kokkuarvatawad  $= 0$ .

- 2) Suurem näitus.

231 a.)

50 b.)

180 d.)

} Kokkuarvatawad

461 Summa.

a. — 231

230

d. — 180

50

b. — 50

0

} Proov.

Seletus. Summa oli 461.

Summa osad olivad 231, 50,

180. Kõik kolm osa võeti

saadud summast maha, null

pidi seega üle jääma; mis tun-

nistab, et diete oli kokku ar-

watud.

## b) Mahaarvamise proov.

1) Üleülbine õpetus. Kui Juhan 15-nest rublast 7 rubla ära kautab, jääb 8 rubla üle. Pannakse ära kadunud 7 rbl. jälle 8-ja rubla juure, peab 15 rubla wälja tulema; wõi: arwatasse üle jäänud 8 rubla saadub 15-nest rublast maha, peab ilmuma, kui palju ära kadus. Selle sees seisab:

Koostuarvamine on mahaarvamise proov, sest mahaarwataw + ülejäädaw = wähendataw; aga ka: mahaarwamine on mahaarvamise proov, sest kui ülejäädaw wähendatawast ära wõetakse, peab mahaarwataw ilmuma.

## 2) Suurem näitus.

Esimene proov.

3273 Wähendataw.

— 1925 Mahaarwataw.

1348 Ülejäädaw.

3273 Mahaarwatawa ning ülejäädawa summa.

Teine proov.

3273 Wähendataw.

1348 Ülejäädaw.

1926 Ülejäädawa ning wähendatawa waherw pole siin mitte antud mahaarwatawa suurune (1925), seega peab siin kuskil pool wiga leitama.

### Kolmas samm: Kaswatamine.

#### § 11.

Kudas kaswatatakse.

A. Pääst.

a) Ülesanded. 1) Spi pisitene üks=lord=üks ning üks=ühe=sisse pähä, sest ilma nende mõlemate mõistmata ei ole kellelgi võimalik nobedaste rehkendada.

2) Kudas kaswatatakse mingit arwu 10-ne, 100-ja, 1000-dega . . . . iga kümne astmega?

3) Muud kasvatamised. a)  $5 \times 300 \text{ \textcircled{!}}$  b)  $300 \times 5 \text{ \textcircled{!}}$   
 d)  $30 \times 40 \text{ \textcircled{!}}$  e)  $3 \times 69 \text{ \textcircled{!}}$  g)  $30 \times 235 \text{ \textcircled{!}}$  h)  $64 \times 5 \text{ \textcircled{!}}$   
 i)  $12 \times 13 \text{ \textcircled{!}}$  k)  $15 \times 16 \text{ \textcircled{!}}$  l)  $11 \times 12 \text{ \textcircled{!}}$  m)  $25 \times 16 \text{ \textcircled{!}}$   
 n)  $99 \times 75 \text{ \textcircled{!}}$  — Lisa. o)  $2 \times 3 \times 4 \times 5 = ?$

b) Üleüldised väljarehkendamise viisid.

1. Üks-kord-üks ning üks-ühe-sisse.

a) Seletus. Kümme esimest täisarvu nimetatakse algusarvudeks. Üks-kord-ühes kasvatatakse iga algusarvu iga algusarwuga. Sel kombel saadub üks-kord-ühe kasvatused nimetatakse algusarwude pisikesteks jaamadeks. Üks-ühe-sisse jagab iga algusarvu iga oma jaama sisse.

Näitus. Viie jaamad on:  $(1 \times 5 =) 5$ ,  $(2 \times 5 =) 10$ ,  $(3 \times 5 =) 15$ ,  $(4 \times 5 =) 20$ ,  $(5 \times 5 =) 25$ , n. n. e.

Seega läheb  $5 \mid 5 = 1$  sisse  $1 \times$ ,  $5 \mid 10 = 2$ ,  $5 \mid 15 = 3$ ,  $5 \mid 20 = 4$ , n. n. e.

Kes üks-ühe-sisse üks-kord-ühest ära lahutada tahab, on nagu mees, kes ühe jalaga püüab jooksta. Et üks-kord-üks ning tema wend üks-ühe-sisse kõige edespidi rehkendamise aluspõhi on, et nemad mõlemad kui elkjad tähed alamas matemaikas säravad, siis püüdku igamees nende olekust täielikult aru saada. Ürgu õppigu seepärast keegi masina wiisil ette trükitud või kirjutatud kirja järele neid pähä, waid loogu omale ise iga kasvatuse ning jaama filma ette nähtawale ning õppigu siis pähä. See loomine aga võib kahel wiisil sündida, kas kofkuarwamise läbi, näituseks:  $5 \times 9 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 45$ , (nagu näha, 9 mahub 45-e sisse 5 korda), või weel parem näitamise läbi. Ühe näituse paneme siia eeskujuks üles.

b) Näitus.

●	●	●	●	●	$1 \times 5$	}	$15$
●	●	●	●	●	$1 \times 5$		
●	●	●	●	●	$1 \times 5$		
┌	┌	┌	┌	┌			
×	×	×	×	×			
∞	∞	∞	∞	∞			
⏟							
$5 \times 3 = 15.$							

Selle ning iga sarnase näituse seest saab 11 õpetust, mis ära waadates paha õpitakse:

1)  $1 \times 15 = 15$  ning 2)  $15 \times 1 = 15$ . 3) 15 lähed 15-ne sisse 1 kord ning 4) 1 lähed 15-ne sisse 15 korda. — 5)  $3 \times 5 = 15$  ning 6)  $5 \times 3 = 15$ . 7) 5 lähed 15 sisse 3 korda ning 8) 3 lähed 15-ne sisse 5 korda. Üle selle on veel näha, et 9) 15-nes jagu 15-dest 1, et 10) 5-es jagu 15-dest 3 ning 11) et 3-mas jagu 15-dest 5 on.

Oled sa sel kombel üks-kord-ühe läbi õppinud, siis sa mõistab teba ka pruukida. Sa tead ning näed, et kasvatavad ümberwähendamise läbi kaswatuse suurust ei muuda:  $5 \times 3 = 3 \times 5$ , ja oled see oma waimule jäädawaks tähduseks harjutanud, et iga kaswatav täieste oma kaswatuse sisse lähed:  $5 \times 3 = 15$ ,  $15 : 3 = 5$ ,  $15 : 5 = 3$ . See kõik on hoopis tähtsam, kui sa ise veel arwad. Kes algus-aruudega mõistab kaswatada, mõistab ka teiste aruudega kaswatada, sest need teised on paljalt nime poolest teised, aga sääduste poolest ühed.

$$3 \times 4 \text{ ühelist} = 12 \text{ ü. ning}$$

$$3 \times 4 \text{ sajalist} = 12 \text{ s.}$$

Kes jaamade sisse mõistab jagada, mõistab ka jaamade waheraruude sisse jagada, kes pisikeste jaamade sisse mõistab jagada, saab ka suurtest warsti aru, sest iga suur jaam sünnib kui pisikene 10-nega kaswatatakse (wõi 10-ne astmega). N. 5-e suured jaamad on: 50, 100, 150, 200, 250, 300, n. n. e.; seepärast peab ka wäljatulek siin 10 korda endise suurune olema, kui seega 5 | 15-ne sisse 3 korda lähed, siis peab ta 150-ne sisse 30 korda minema. Kui 5 | 15-ne sisse 3 korda, aga 20-ne sisse 4 korda lähed, nõh siis on selgeste mõista, et ta iga arwu sisse, mis 15-dest suurem ning 20-dest wäiksem on, ka 3 korda peab minema, muudku et iga kord weel midagi üle jääb.

2. Kümme wõi kümne aste kaswatatawaks.

Rudas 10-ga wõi 100-ga . . . kümne astmega kaswa-

tatakse ning jagatakse, paistab kirjaliku ning päästrehkendamise tarwis arvude kirjutamise säädusest silma.

Näituseks arvame välja kui palju  $10 \times 24$ ,  $100 \times 17$  ning  $1000 \times 4$  on, n. n. e.

Wõetakse 1 üheline 10 korda, siis saab 1 kümnelise, wõetakse aga 24 ühelist 10 korda, siis saab 24 kümnelist, see on 240.

Wõetakse 1 üheline 100 korda, siis saab 1 sajalise, wõetakse aga 17 ühelist 100 korda, siis saab 17 sajalist, see on 1700.

Wõetakse 1 üheline 1000 korda, saab 1 tuhandelise, wõetakse 4 ühelist 1000 korda, saab 4 tuhandelist.

Seft on mõista, et iga antud arv 10-ne, 100-ja, 1000-de, 10000-dega, n. n. e. kaswatatakse, kui talle 1, 2, 3, 4, n. n. e., nulli otja kirjutatakse wõi mõeldakse.

Nende kahe punkti õpetuste abiga sünnivad kõik tõised võimalikud kaswatamised kirjalikus ning päästrehkendamises.

### 3. Muud kaswatamised.

a)  $5 \times 3 \text{ \textit{H}} = 15 \text{ \textit{H}}$ ,  $5 \times 300 \text{ \textit{H}}$  on seega  $100 \times 15 = 1500 \text{ \textit{H}}$ .

b)  $3 \times 5 \text{ \textit{H}} = 15 \text{ \textit{H}}$ ,  $300 \times 5 \text{ \textit{H}}$  on seega  $100 \times 15 = 1500 \text{ \textit{H}}$ .

d)  $3 \times 4 = 12$ ,  $3 \times 40$  on seega  $10 \times 12 = 120$ , aga  $30 \times 40$  on seega  $10 \times 120 = 1200$ .

e)  $3 \times 60 = 180$ ,  $3 \times 9 = 27$ , kofku  $180 + 27 = 207$ .

g)  $3 \times 200 = 600$ ,  $3 \times 30 = 90$ ,  $3 \times 5 = 15$ , kofku 705,  $30 \times 235$  on seega  $10 \times 705 = 7050$ .

h)  $64 \times 5$ -e asemel ütleme pigem  $5 \times 64$ !  
 $5 \times 60 = 300$ ,  $5 \times 4 = 20$ ,  $300 + 20 = 320$ .

i) Esialt kaswatame  $10 \times 13 = 130$ , siis  $2 \times 13 = 26$ , kofku  $130 + 26 = 156$ .

k)  $15 \times 16!$   $10 \times 16 = 160$ ,  $5 \times 16 = 80$ , kofku 240.

d) Jseäralised wäljarehkendamise wiisid.

h)  $64 \times 5!$  Et  $64 = 8 \times 8$ , siis wõtame esialt  $8 \times 5 = 40$ , siis  $8 \times 40 = 320$ .



i) Kasvatame a)  $12 \times 13$  ning b)  $15 \times 16$  kirjalisult:

a) $13$	b) $16$
$12$	$15$
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
$26$	$80$
$13$	$16$
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
$156$	$240$

Kui meie teravaste nende kahe eksempli otša vaatame, võime omale siit ilusa noberehkendamise viisi wälja ahwatleba:

a)  $12 \times 13$ -ne kaswatus 156 on kofku pandud 6-est, see on antud arwude üheliste kaswatusest ( $2 \times 3 = 6$ ) ning 150-est. Mil kombel on aga 150 sündinud? 100 on selle läbi sündinud, et  $10 \times 10$  kaswatati, ning 50 on selle läbi sündinud, et üheliste summa ( $3 + 2 = 5$ ) 10-ga kaswatati, nagu

a) all näha on. Tõisiks:

b) Kaswatus  $240 = 210 + 30$ . Siin on loud just nagu a) all. 30 on antud arwude kaswatus, sest  $5 \times 6 = 30$ . Ka 210 on just nagu enne 150 sündinud, sest  $210 = 100 + 110$ , 100 on  $10 \times 10$ -ne kaswatus ning 110 on üheliste summa ( $5 + 6 = 11$ ) kümnega kaswatatud.

Kes mitu niisugust näitust, kus kumbki kaswataw kümnest suurem, aga 20-est wäiksem peab olema, läbi vaatame, leiab omale seega niisuguse arwude kaswata-mise tarwis järgmise üleüldise juhi:

Kui faks kahetahalist arwu, mis kumbki 10-est üle, aga 20-est alla käiwad, kaswatada antakse, siis arwa esiteks antud kaswatawate ühelised kofku,

on ühelistest saadud summa 2,	süs wõetakse antud arwude kaswatuses 120.
" " 3,	" " " 130.
" " 4,	" " " 140.
" " 5,	" " " 150.
" " 6,	" " " 160.
" " 7,	" " " 170.
" " 8,	" " " 180.

on ühelistest saadub summa 9, siis wõetakse antud arwude kaskwatuseks	190.
" " 10,	200.
" " 11,	210.
" " 12,	220.
" " 13,	230.
" " 14,	240.
" " 15,	250.
" " 16,	260.
" " 17,	270.
" " 18,	280.
" " 19,	290.

Sel kombel saadub kaskwatusele arwa siis weel antud arwude üheliste kaskwatus juure, mis läbi otjuskaskwatus ilmub.

Näitus.  $14 \times 15!$  Üheliste summa on  $4 + 5 = 9$ , seega kaskwatus 190, üheliste kaskwatus on  $4 \times 5 = 20$ , kofku  $190 + 20 = 210$ . Seega:  $14 \times 15 = 210$ .

Teine näitus.  $18 \times 19!$  Üheliste summa ( $8 + 9 =$ ) 17 kaskfib 270 kaskwatuseks wõtta, üheliste kaskwatus  $8 \times 9$  kaskfib 72 weel 270-ule juure panna Seega  $18 \times 19 = 270 + 72 = 342$ . Miks see nõnda on, selgub ülewal näidatud niisuguste kaskwatuste sündimise läbi.

1) Kui $11 \times 12$ kirjalkult kaskwatatakse siis	12
näikse, et kaskwatuse esimene ning wiimne	11
number ka kaskwatatava esimehe ning wiimne	12
on ning et kaskwatuse wahelmine number	12
(3) kaskwatatava esimese ning wiimse numbri	132
summa on, sest $1 + 2 = 3$ .	

Kui seega näituseks  $11 \times 16$  kaskwatada kasktakse, siis ilmub kaskwatus nobedaste kui kaskwatatava numbrita waele nende summanumber kirjutatakse ( $1 + 6 = 7$ ).  $11 \times 16 = 176$ .

m)  $25 \times 16!$  Et 25 weerand saajast on, siis peab kaskwatus seksjamaks jääma, kui 4-ias jagu 16-dest ( $= 4$ ) saajaga kaskwatatakse  $= 400$ , wõi  $16 | 25$ -ga kaskwatatakse, mis hoopis enam aega tarwitab.

n) Siin wõtame  $99 \times 75$ -e asemel pigem  $100 \times 75 = 7500$ . Et aga nüüd  $1 \times 75$  paljuks on, ilmub õige kaskwatus, kui 7500-ajast 75 maha arwatatakse  $= 7425$ .

**Liisa.** o)  $2 \times 3 \times 4 \times 5$  tähendab: kasvata  $2 \times 3$   
(see on 6)  $4 \times 5$  (see on 20) korda, saad  $6 \times 20 = 120$ .

e) Üleüldine juht. On kasvataja algusarv, siis kasvatakse iga kasvataja liige temaga, on kasvataja mõni muu arv, siis kasvatakse iga kasvataja liige iga kasvataja liikmega kõrgemast astmest alamale ebaft minnes, wii-naks wõetakse kõik saadud kasvatused üheks summaks ehk otsustuskasvatuseks kofku.

## B. Kirjalikult.

**Säädus.** Kasvataja kirjutatakse kasvataw alla.

### I. Kasvataja ühekohaline.

a) Ülesanne.  $4 \times 54326$ .

b) Ülesääd ning wäljarehendamine.

$54326$ Kaswataw	(on arv, mida kasvatakse.)	} Kaswataw on kasvataw ning kasvataja ühine nimi.
$\times 4$ Kaswataja	(ütleb mitu korda kasvataw wõtta tuleb.)	
$217304$ Kaswatus	(on kasvatomise saadaw).	

d) Wäljarehendamise wiis.

Ragu päästrehendamisest tääda, kasvatakse iga kasvataw liige kasvatajaga, siin neljaga, kõik saadud kasvatused wõetakse warsti üheks summaks kofku. Seega:

1. Seletawalt:

$4 \times 6$  ü. = 24 ü. ehk 4 ü., mis alla kirjutatakse + 2 f. mis meeles petakse.

$4 \times 2$  f. = 8 f., + 2 f. meelest = 10 f., 0 alla, 1 meele.

$4 \times 3$  s. = 12 s., + 1 s. " = 13 s., 3 " 1 "

$4 \times 4$  t. = 16 t., + 1 t. " = 17 t., 7 " 1 "

$4 \times 5$  ft. = 20 ft., + 1 ft. " = 21 f. = 2 ft. + 1 ft.

2. Hobedaste ilma astmenime nimetamata, õigesse kohta kirjutades:

$4 \times 6 = 24$ , 4 alla 2 meele.

$4 \times 2 = 8$ , + 2 = 10, 0 alla, 1 meele.

$4 \times 3 = 12$ , + 1 = 13, 3 " 1 " n. n. e.

Seega tuleb wälja 217,304.

## II. Kasvatataja mitmekohaline.

a) Ülesanne. Kui palju on  $23045 \times 524021$ ?

b) Ülesjääd ning väljarehendamine.

$$524021$$

$$\times 23045$$


---


$$2620105 \text{ üheliste rind.}$$

$$2096084 \text{ kümmeliste rind.}$$

$$1572063 \text{ tuhandeliste rind.}$$

$$1048042 \text{ kümne-tuhandeliste rind.}$$


---


$$12076063945$$

$$524021$$

$$\times 23045$$


---


$$1048042 \text{ kümne-tuhandeliste rind.}$$

$$1572063 \text{ tuhandeliste rind.}$$

$$2096084 \text{ kümmeliste rind.}$$

$$2620105 \text{ üheliste rind.}$$


---


$$12076063945$$

1. Seletaw väljarehendamise wiis.

Päästrehkendamisest on meil täada, et iga kasvatatava liige iga kasvatataja liikmega kasvatatakse, pärast kõik saadud kasvatused kokkuarvamise jäädust mööda otsus-kasvatuseks kokku võetakse.

Seega tuleb siin 524021 esmalt 5-ga, siis 40-ga pärast 3000-ga, siis veel 20000-ga kasvatada ning viimaks kõik 4 saadud kasvatust üheks summaks kokku siduda, nagu ees seisvast näitusest isegi filma paistab, muudku et nullid kirjutamata jättime, sest et nende summa otsus-kasvatuse suurus muuta ei jõua.

2. Nobe väljarehendamise wiis.

Kohanimi jäägu ütlemata, — iga liige kasvatatakse iga liikmega üheliste (algusarvude) jäädust mööda, muudku et õige koha päale kirjutamise läbi tunnistatakse, et enam mõeldakse kui üteldakse.

- d) Üleüldine juht. Ühelistega pääle hakates kaswata-  
takse kaswatataw iga kaswataja liikmaga, saadud kaswa-  
tused arwatakse wiimaks otsuskaswatuses kokku. ■

## § 12.

Millal kaswatatakse.

- a) Ülesanded. 1) 1  $\mathcal{R}$  wõid maksab 25 kop.; mis mak-  
sab 4  $\mathcal{R}$ ?

2) Kooli ruuduline tuba oli 5 sülda pikk ning 3 sülda  
lai; mitu ruutsülda tuba seega suur oli?

3) Mandamine. a) 5  $\mathcal{R}$  2  $\mathcal{R} = ? \mathcal{R}$ . b) Mitu  
korda on Mihklile päike tõusnud, sest et ta 95 aastat  
9 k. 27 p. wana on?

4) Ühel põllul 9 lõikajat, igaüks lõikab 9 päewa,  
igal päewal 9 hakki, igal hakil 9 wihku, igal wihul 9  
pentäit, igal pentäiel 9 kõrt; mitu kõrt?

- b) Väljarehkendamised.

1) 4-ja naela sees on 4 ühte naela, seega peab ka  
hinda 4 ühe naela hind olema, ehk lühemalt: 1  $\mathcal{R}$  mak-  
sab 25 kop., 4  $\mathcal{R}$  maksab  $4 \times 25 = 100$  kop. = 1 rubla.

- 2) 


 5 sülda pikk.

Sii nähes wõime ütelda: Oles  
tuba 5 s. pikk ning 1-he sülla laiune  
olewat, siis oles seega toas 5 ruut-  
sülda ruumi, et ta aga 3 sülda lai  
on, siis peab ka ruumi  $3 \times 5 = 15$   
ruutsülda olema.

3. Mandamine.

- a) 1  $\mathcal{R}$  on 20  $\mathcal{B}$ , 5  $\mathcal{R}$  on  $5 \times 20 = 100 \mathcal{B}$ , paneme  
süa weel 2  $\mathcal{B}$  juure = 102  $\mathcal{B}$ .

- b) Et päike iga päew 1 kord tõuseb, on tarwis otsida,  
mitu päewa wanamees elanud on.

Alandamise kirjalik nägu.

$\times 95$  a. 9 f. 27 p.

12

190

95

1140 f.

9 f. +

$\times 1149$  f.

30

34470 p.

27 p. +

34497 p.

Wäljarehkendus. Päike on  
talle 34497 korba tõusnud.

Seletus. Esialt muudame  
aastad kuudeks: 1 a. = 12 f.,  
95 a. =  $95 \times 12$  f. = 1140 f.,  
ning arvame siis antud 9 kuud  
juure = 1140 kuud; nüüd  
alandame kuud päevadeks: 1  
kuu = 30 p., seega 1149 f.  
=  $1149 \times 30$  p. = 34470 p.  
olema. Panna see siis veel  
antud 27 p. juure, siis ilmub  
et 95 a. 9 f. 27 p. = 34497 p.

d) Üleüldine juht. Mõõtude nimega arvud alandatakse  
antud astmest järgmiseks, kui nad astme arvuga (see sõna  
tähenab siin mõõtude suuruse tähendajat arvu) kas-  
watatakse.

4) Kõrku pandud kasvatamine.

Algüks lõikab 9 päeva, 9 lõikajat lõikavad seega  
 $9 \times 9 = 81$  päeva; ühel päeval 9 hakki, 81-hel päeval  
seega  $81 \times 9$  h. = 729 hakki; ühel hakil 9 viisku, 729  
hakil  $729 \times 9$  w. = 6561 viisku; ühel viikul 9 pentäit,  
6561 viikul  $6561 \times 9$  p. = 59049 pentäit; ühel pen-  
täiel 9 fört, 59049 pentäiel  $59049 \times 9 = 531441$  fört.  
Seega lõigati 531441 fört.

## Reljas samm: Jagamine.

### § 13.

Kudas jagatakse.

1. Ettevalmistajad seletused.

a) Jagamine langeb kahte liiki, mis ühelt poolt üsna wõo-  
rad, teiselt sugulased üksteisega on. Kes jagamist tarvi-  
tatud ülesannetes mõistlikult pruukida tahab, peab kan-

geste wahet „mõõtmise“ ning „jautamise“ wahel tegema. Kui bölbakse: 5 küünart riidet mahub 50-ne küünra riide sisse 10 korda, siis mõõdetakse 50 küünart 5-e küünraga; — aga kui bölbakse: 5 meest teeniswad kofku (igauks ühepaljus) 50 rubla, seega teenis üks mees 5-da jau sest, see on 10 rubla, siis jautatakse 50 rubla wiide ühesuurusse jalku. „5 läheb 50-ne sisse 10 korda,“ on mõõtmine, „5-es jagu 50-dest on 10,“ see on jautamine. Kõige selgemine paistab mõõtmise ning jautamise wahel näitamise läbi filma: —

III — III Siit näikse, et 3 kuue sisse 2 korda mahub.

II — II — II Aga siit näikse, et 3-mas jagu 6-est on 2.

Kui ma näitusüks otsin, mitu korda 3 | 12 sisse läheb, siis ma otsin kaswatatajat, sest kostus: 4 korda — ütleb et 3 tuleb 4 korda wõtta, kui 12 peab ilmuma; aga küsin ma, kui suur 3-mas jagu 12-dest on, siis ma otsin kaswatatawat, sest kostus 4 ütleb, et 4 tuleb kolm korda wõtta, kui 12 peab ilmuma. Nagu näha, on jautamise ning mõõtmise jaadawad oma ühtede hulga poolest ühesuurused: 4 läheb 12-ne sisse 3 korda ning 4-jas jagu 12-dest on ka 3. See on jagades tarwis tähele panna.

**Täh.** Jautatakse üks arv wõi ast kahte, kolme, nelja, wiide, kuude, n. n. e. ühtesuurusse jalku, siis on iga jau nimi  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ , n. n. e.

- b) Ons jagaja ning jagataw mõlemad nimeta — näitusüks 15 : 5, siis wõib niisugune jagamine mõõtmist ning jautamist tähendada, sest küsimused: mitu korda läheb 5 | 15-ne sisse? ning kui suur on 5-es jagu 15-dest? on mõlemad mõistlikud; ons jagaja nimeta ning jagaja nimega — näitusüks: 15  $\mathcal{W}$  : 5, siis wõib jagamine üksnes jautamist tähendada, sest nimeta arv ei wõi mitte nimega arwu sees olla; ons jagaja ning jagataw ühe wõi sugunimelised — näitusüks: 15  $\mathcal{W}$  : 5  $\mathcal{W}$  wõi 15  $\mathcal{W}$  : 3 loodi, siis on mõõtmine käsil, sest nimega arv ei wõi iial bölda, mitmesse jalku mingi tõine arv jautada tuleb; ons jagaja ning jagataw wõõranimelised — näitusüks: 15 aastat : 5  $\mathcal{W}$  wõi: 15 ühelist : 5  $\mathcal{W}$ , siis ei tähenda jagamine ei

mõõtmist ega jautamist, ta ei tähenda midagi; üks jagaja  $\times$  murd — näituseks  $4 : \frac{1}{3}$ , siis tuleb kün küsida, mitu korda läheb  $\frac{1}{3} | 4$ -ja sisse; — jautamist ei või niisugune jagamine tähendada, sest muidu peaks  $\frac{1}{3}$  ütelda võima, mitmesse ühesuurusse jalku 4 jautada tuleb.

Jagamine tarvitab väga palju harjutamist. Sadade kaupa peab igamees jagamise ülesandeid välja arvama, kes nobedaks ja kindlaks rehkendajaks tahab saada. „Kaua tehtud kaunistene, pea tehtud pillapalla.“

## 2. Jagamine ise.

### A. Pääst.

#### a) Ülesanded.

- 1) a)  $16000, 1600, 160, 16 : 4 = ?$
- b)  $84, 70, 56, 42, 28, 14 : 7 = ?$
- d)  $160 : 8 = ?$   $320 : 8 = ?$   $(160 + 320) : 8 = ?$
- e)  $164 : 4 = ?$   $84 : 4 = ?$   $(164 - 84) : 4 = ?$
- g)  $12 : 4 = ?$   $120 : 40 = ?$   $1200 : 400 = ?$
- h)  $81 : 81 = ?$   $81 : 27 = ?$   $81 : 9 = ?$   $81 : 3 = ?$   
 $81 : 1 = ?$

2) 

8, 6, 7, 5, 4, 3, 2, 1
------------------------

 Jaga 10 iga ruuduarvu sisse.

- 3) a)  $987 \bar{x} : 7 \bar{x} = ?$  b)  $882 \bar{x} : 42 = ?$  d)  $715 : 4 = ?$
- b) Väljarehkendamise viisid ning õpetused.

a. Juhatajad tähendused. 1) Nagu algusarvudel oma pisikesed ning suured jaamad on, nõnda ka tõistel arvudel, näituseks: 12-ne jaamad ehk arvud, mis sisse 12 täieste läheb on: 12,  $(2 \times 12 =)$  24,  $(3 \times 12 =)$  36,  $(4 \times 12 =)$  48, 60, 72, n. n. e. Jga arv läheb oma jaama sisse täieste ning kergeste.

2) Jga kord kui mitte filma ei paista, kui mitu korda antud jagaja antud jagatava sisse mahub, lahutatakse jagatav nõnda jagaja jaamadest ära, et see selgeste filma paistab.

Näituseks. Mitu korda läheb  $7 | 847$ -me sisse?



Rostus.  $847 = 700 + 140 + 7$ . 7 läheb 700-ja sisse 100  $\times$ , 140-ne sisse 20  $\times$ , 7-me sisse 1  $\times$ , kokku 121 korda.

Kes seega üks-kord-ühe ning mahaarvamise nii häste on kätte õppinud, et nobedaste ning diete lahutada mõistab, sellele on jagamine paljas manguasi.

3) Kui jagataw mitte jagaja jaam pole, wõetakse enamiste esimeseks lahutusliikmeks kõige esimene jaam, mis jagatawast pisem on.

Näitus. Mitu korda läheb 5 | 27-me sisse?

Rostus. 5-e jaam 27-me ees on 25, 5 läheb 25-e sisse 5 korda, aga 30-ne sisse 6 korda, seega peab ka 5 | 27-me sisse 5 korda minema; kui aga 5  $\times$  5 wõetakse, saab 25, antud oli 27, seega jääb weel 2 jagada.

## b. Väljarehkendamised.

### 1.

a) 4 läheb, nagu  $1 \times 1$  õpetab 16-ne sisse 4 korda, et nüüd 160 kümme korda 16-ne suurune on, siis peab ka tema neljas jagu 10 korda 16-ne neljanda jau suurune, seega  $10 \times 4 = 40$  olema. Sellesamma fääbuse järele peab 4 | 1600-ja sisse 400, ning 16 tuhande sisse 4 tuhat korda minema. — Üleüldse õpi rehkendades astme nimele pääle nagu muude nimele pääle waatma.

b) 7 läheb 14-ne sisse 2 korda,  $28 = 2 \times 14$ , seega läheb 7 | 28 sisse  $2 + 2 = 4$  korda,  $42 = 3 \times 14$ , seega läheb 7 | 42 sisse  $2 + 2 + 2 = 6$  korda, 7 | 56 sisse  $2 + 2 + 2 + 2$  ehk 8 korda, 70 on  $5 \times 14$ , seega läheb 7 ta sisse  $5 \times 2 = 10 \times$ ,  $84 = 6 \times 14$ , seega läheb 7 ta sisse  $6 \times 2 = 12$  korda. Mende kase punkti seest paistawad 3 tarwilist üleüldist õpetust wälja:

### Õpetus 1.

Iga arw läheb oma jaamade ehk kawatuste sisse täieste.

### Õpetus 2.

Arw (n. 7), mis ühte tõist arwu (n. 14) täieste jagab, jagab ka iga selle tõise arwu mitmekorrast täieste (n.  $3 \times 14 = 42$  . —  $42 : 7 = 6$ )

## Dpetus 3.

Mida möbba jagataw kaswab wõi kahaneb, jeda möbba kaswab wõi kahaneb ka jagu, kui jagajat ei muudeta.

N. 25 läheb 100-ja sisse 4 korda, seega peab 25 | 700-ja sisse  $7 \times 4 = 28$  korda minema.

- d) 8-sas jagu 16-dest ühelisest on 2 ühelist, seega 16-dest sajalisest = 2 sajalist = 200.  $8 | 32 = 4$ , seega 320-ne 8-sas jagu = 40. Et nüüd  $8 | 160$ -ne sisse 20 korda ning 320-ne sisse 40 korda läheb, siis on mõista, et ta  $(160 + 320 =)$  480-ne sisse  $20 + 40 = 60$  korda läheb. Selle sees seisab warjul

## Dpetus 4.

Arw mis kahe arwu sisse üfsikult täieste läheb, läheb ka nende kahe arwu summa sisse täieste.

- e) 4-ias jagu 160-dest on 40, 4-ias jagu 4-just on 1, kokku 41. 4-ias jagu 80-dest on 20, 4-ias jagu 4-just on 1, kokku 21. Et nüüd 4-ias jagu 164-dest = 41 ning 84-just 21 on, siis on mõista, et 4-ias jagu 164 — 84-just ehk 80-dest ka  $(41 - 21 =)$  20 on. Selle seest langeb wälja

## Dpetus 5.

Arw, mis kahte tõist arwu täieste jagab, jagab ka nende ülejäädawat täieste.

- g) 4 ühelist on 12-ne ühelise sees 4 korda, 4 kümnelist on 12-ne kümnelise sees ka 4 korda ning 4 sajalist on 12-ne sajalise sees niisamma 4 korda. Sest on näha

## Dpetus 6.

Kui jagaja ning jagataw mõlemad ühte möbba kaswawad (kaswatamise läbi) wõi kahanewad (jagamise läbi), jääb jagu endise suuruseks, see on muutmataks.

- h)  $81 | 81 = 1$ ,  $81 = 3 \times 27$ , seega läheb 27 | 81-he sisse 3 korda,  $9 | 81 = 9$ , 3 läheb 60-ne sisse 20 korda, 21-he sisse 7 korda, seega läheb 3 | 81-he sisse 27 korda, 1 läheb 81-he sisse 81 korda. — Iga jagaja oli ees

miniija kolmandik, aga iga jagu ees miniija kolmekordne.  
Sest on mõista.

Spetus 7.

Mida mõbda jagaja kaswab, seda mõbda jagu kahaneb;  
mida mõbda jagaja kahaneb, seda mõbda jagu kaswab,  
fui jagatawat ei muudeta.

2. Jagaja jagatawast pisem.

										10

Rõrwal seiswaisi joonestest  
paistab filma, et 10-nes  
jagu 1-hest joonest on 10,  
seega 2-hest, 3-mest, 4-jast,  
5-est, 7-mest, 6-est, 8-ast  
joonest, 2, 3, 4, 5, 7,  
6, 8 korda nii palju, see  
on 2, 3, 4, 5, 7, 6, 8  
kõnwendikku ehk lühibalt  
kirjutatud:

$\frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{10}, \frac{6}{10}, \frac{8}{10}$ .

3. a) Esialt lahutame 987 7-me jaamadeks:

$$987 = 700 + 280 + 7.$$

Nüüd jagame üks haawalt iga jaama sisse:

$$7 \mid 700 = 100, \quad 7 \mid 280 = 40, \quad 7 \mid 7 = 1.$$

Siimaks paneme kõik 3 jagu otjusjauks kokku:

$$100 + 40 + 1 = 141.$$

Seega mahub 7  $\bar{x}$  | 987  $\bar{x}$  sisse 141 korda.

b)  $882 \bar{x} = 840 \bar{x} + 42 \bar{x}$ . 42-hes jagu 840-nest  
naelast on 20  $\bar{x}$ , 42-hest naelast = 1  $\bar{x}$ , kokku 41  $\bar{x}$ .

d)  $715 = 400 + 280 + 32 + 3$ .

$$4 \mid 400 = 100$$

$$4 \mid 280 = 70$$

$$4 \mid 32 = 8$$

$$4 \mid 3 = \frac{3}{4}.$$

Seega lähäb 4 | 715-ne sisse 178  $\frac{3}{4}$  korda.

d) Üleüldine juht. Esialt lahutatakse jagataw jagaja  
jaamadeks koost ära, siis jagatakse jagaja iga sel kombel

jündinud jagatava liikme sisse, wiimaks wõetakse kõik saadud jaud üheks summaks kokku.

B. Kirjalikult.

**Sääbus.** Jagatav kirjutatakse flamri sisse, jagaja flamri ette, jagu flamri tahta.

$$\begin{array}{r|l}
 N. & 3 \quad | \quad 5 \ 6 \ 7 \ 4 \quad | \quad 1 \ 5 \ 5 \ 8 \\
 \text{Jagaja.} & \text{Jagatav.} \quad | \quad \text{Jagu.}
 \end{array}$$

**Seletus.** Jagaja ütleb, mitmele jautakse, wõi millega mõõdetakse, see on: millega jagatakse. Jagatav on see arm, mida jautatakse wõi mõõdetakse, see on: mida jagatakse. Jagu on jagamise saadaw.

L. Jagaja ühekohaline.

a) Ülesanne. 89254 : 7!

b) Ülesääb ning väljarehkendamine.

a) Seletaw kirjalik nägu.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r|l}
 7 & \begin{array}{cccccc}
 \ddot{8} & \dot{9} & \dot{2} & \dot{5} & \dot{4} & \ddot{1} \\
 8 & 9 & 2 & 5 & 4 & 1 & 2 & 7 & 5 & 0 & \frac{1}{4} \\
 \hline
 - & 7 & \text{tt.} & : & : & : & : & : & : & : & : \\
 \hline
 & 1 & 9 & \text{t.} & : & : & : & : & : & : & : \\
 - & 1 & 4 & \text{t.} & : & : & : & : & : & : & : \\
 \hline
 & & & 5 & 2 & \text{f.} & : & : & : & : & : \\
 - & & & 4 & 9 & \text{f.} & : & : & : & : & : \\
 \hline
 & & & & & 3 & 5 & \text{f.} & : & : & : \\
 & & & & & 3 & 5 & \text{f.} & : & : & : \\
 \hline
 & & & & & & 7 & | & 4 & \ddot{u}. & = & \frac{1}{4}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

b) Säädaw kirjalik nägu.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r|l}
 7 & \begin{array}{cccccc}
 \ddot{8} & \dot{9} & \dot{2} & \dot{5} & \dot{4} & \ddot{1} \\
 8 & 9 & 2 & 5 & 4 & 1 & 2 & 7 & 5 & 0 & \frac{1}{4} \\
 \hline
 & & & & & & 7 & & & & \\
 \hline
 & & & & & & & 1 & 9 & & \\
 \hline
 & & & & & & & & 1 & 4 & \\
 \hline
 & & & & & & & & & 5 & 2 \\
 \hline
 & & & & & & & & & 4 & 9 \\
 \hline
 & & & & & & & & & 3 & 5 \\
 \hline
 & & & & & & & & & 3 & 5 \\
 \hline
 & & & & & & & & & & 4
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

d) Väljarehkendamise wiis. Nagu päästki jautatakse kõige kõrgema astmega hakates iga jagatava liige 7-se jalku, nagu kästud on. Seega:

1. Seletawalt: 7-mes jagu 8-sast kümne-tuhandeliseft on 1 ft.

Kui aga 7-mes jagu 1 ft. on, siis on jo paljalt  $7 \times 1$  ft. = 7 ft. täieste ära jautatud ning et 8 ft. jautada oli, siis on nüüd weel 1 ft. jautada. See jautamata jäänud

1 kümne-tuhandeline muudetakse, (seft et temast enam täit kümne-tuhandelist ei saa, kui 7-le jautatakse) 10-neks tuhandeliseks ning et ülesandest weel 9 tuhandelist jautamisele tuleb, siis on meil tõiseks 7-mes jagu 19-nest tuhandeliseft otsida.  $7 | 19$  t. on nagu  $1 \times 1$  õpetab 2

tuhandelist, ons aga 7-mes jagu 2 t., siis on jo paljalt  $7 \times 2$  t. = 14 t. täieste ära jautatud, et aga 19 t. jautada oli, siis on nüüd weel, nagu väljarehkendamises mahaarvamise läbi näha saadi, 5 tuhandelist ehk 50 sajalist ära jautada, millele weel ülesandest 2 sajalist juure wõetakse, nõnda et nüüd 52 sajalist jautamisele tulewad.

$7 | 52$  s. = 7 s.,  $7 \times 7$  s. = 49 s., seega jääb jautada 52 s. — 49 s. = 3 s. ehk 30 f., millega ülesande 5 kümnelist ühendatakse:  $7 | 35$  f. = 5 f.,  $7 \times 5$  f. = 35 f.

Seega on weel 4 ü. 7-le jautada =  $\frac{4}{7}$ . Et nüüd iga jagatava liige 7-meks on jautatud, siis on ülesande tahtmine ära täidetud.

2. Nobe väljarehkendamise wiis.

Ilma kohanime ütlemata, muudku digesse kohta kirjutades, jagatakse iga lorb nagu üheliste sisse:

7 läheb 8 sisse  $1 \times, 1 \times 7 = 7$ , üle jääb 1, 9 kõrwa = 19.

7 " 19 "  $2 \times, 2 \times 7 = 14$ , " 5, 2 " = 52.

7 " 52 "  $7 \times, 7 \times 7 = 49$ , " 3, 5 " = 35.

7 " 35 "  $5 \times, 5 \times 7 = 35$ , " 0, 4 " = 4.

Terweid ühelist ei saa, mis nulliga tähendatakse.

Seega tuleb wälja 12,750 $\frac{4}{7}$ .

Tähele panna! Endistest õpetustest on täada, et kui näituseks  $3 \left| \begin{array}{c} 15 \\ 15 \end{array} \right| 5$  mõõtmist tähendab,  $5 \times 3$  tuleb kas-

watades ütelda, aga kui ta jautamist tähendab, tuleb  $3 \times 5$  ütelda, sest mõttes on 5, jautades 3 kaswataja.

## II. Jagaja mitmekohaline.

a) Ülesanded.  $329 \mid 17285676 = ?$

b) Ülesjääd ning wääharendamine.

$$\begin{array}{r|l} \text{b. } 329 & 17285676 \mid 52540^{16}/_{329}. \\ & 1645 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{a. } 593 & 25943 \mid 43^{444}/_{593}. \\ & 2372 \\ \hline & 2223 \\ & 1779 \\ \hline & 444 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 835 \\ 658 \\ \hline 1776 \\ 1645 \\ \hline 1317 \\ 1316 \end{array}$$

16 (Ülejääk.)

### 1. Seletaw wääharendamise wiis.

593-mas jagu 2-hest kümne-tuhandeliseft ei wõi mitte 1 terve kümne-tuhandeline olla, sest siis peaks kõige wähemalt 593 kümne-tuhandelist jautada olema,  $5\frac{1}{3} \mid 2$ -hest ft. ei wõi ka mitte terve tuhandeline ega sajaline olla, aga et et 2 ft. = 2000 kümmeliste, siis wõib tema  $5\frac{1}{3}$  küll terve kümmeline olla. Meie wõiksite nüüd  $593 \mid 2000$  kümmelise sisse jagada, aga pärast peaksime ometi 5 t., 9 j., 4 f. ka ära jautama, ühendame kõik warsi kümmelisteks ning jautame ühtlasi, nõnda hoiame asjata segamise ning töö eest. 2 ft. + 5 t. + 9 j. + 4 f. on kokku 2594 f. — Aga kui suur on nüüd  $5\frac{1}{3}$  sest arwust? Et 593 oma suuruse poolest 600-ja ligikal seisab ning  $600 \mid 2594$  ehk  $6 \mid 25$ -est 4 on, siis on arwata, et ka  $5\frac{1}{3} \mid 2594$ -jast 4 on. Kui aga  $5\frac{1}{3}$  ühest arwust 4 f. on, siis on jo paljalt  $593 \times 4 = 2372$  f. ära jautatud, seega veel jautada 222 f. ehk 2220 ühelist, millele veel ülesandest 3 üh. juure wõetakse. n. n. e. Just nagu pääst ning punkt I. all.

## 2. Kõbe väljarehendamise viis.

Jagame nagu üheliste sisse ilma astmenime ütle mata. Et  $329$  oma suuruse poolest  $300$ -ja ligidal on ning et  $300 \mid 1728$  või  $3 \mid 17$  sisse  $5$  korda läheb, siis on loota, et ka  $329 \mid 1728$  sisse arvata  $5$  korda läheb, aga et  $5 \times 329 = 1645$ , siis jääb veel  $83$  jagada; edasi:  $5$  maha  $= 835$ ,  $329$  läheb  $835$  sisse  $2$  korda,  $2$  korda  $329 = 658$ , üle jääb  $177$ , n. n. e. just nagu punkt I. all.

- d) Üleüldine juht. Kõige kõrgemast astmest hakates jagatakse jagaja iga jagatava astme (liikme) sisse. Igal korral üle jäädav jagatava liige muudatakse või alandatakse järgmise astmeni, n. n. e. kuni ühelisteni.

## § 14.

Millal jagatakse.

- a) Ülesanded. 1)  $5 \text{ } \overline{00}$  võid maksis  $170$  kop.; seega  $1 \text{ } \overline{00}$ ?  
 2) Lihuniku isand, Mesikäpp, ostnud saja rubla eest veisid, maksnud  $20$  rubla tühist; mitu oli ta ostnud?  
 3) a. Mitu nädalat on Toomas wana, sest et ta  $224$  päewa wana on?  
 b. Üleenda  $1$  miljon sekundi nädalateni.  
 4)  $72$  meest teenisivad, igauks ühepaljus, koku  $648$  rubla, igauks andis oma raha kolmandiku päärahaks; kui palju seega igauks pääraha maksis?  
 5) a. Kust tunnukse kas  $2$  või  $4$ ;  $10$ ,  $5$ ;  $3$ ,  $9$ ;  $6$  täieste mingi antud arvu sisse lähevad?  
 b. Lahuta  $1980$  algusklaswatawateks.  
 d. Dtsi, mis arv on  $18$ -ne ning  $48$ -ja kõige suurem ühine jagaja?  
 e. Arwa wälja, misjugune arv on  $32$ -he  $15$ -ne ning  $18$ -ne ühine kõige wäiksem jagatav?
- b) Väljarehendamised.

## 1. Jautamine.

$170$  kop. tuleb wiide ühesuurusse jalku jautada, et aru saaks, palju  $1 \text{ } \overline{00}$  maksab:  $\frac{1}{5} \mid 170 \text{ } \overline{00} = 34$  kop.

## 2. Mõõtmine.

100 rubla tuleb 20-ne rublaga mõõta, et aru saaks mitu weist osteti, sest: kui mitu korda Meesikäpal 20 rubla oli anda, nii mitu korda ta ühe weise sai,  $100 \text{ r.} = 5 \times 20 \text{ r.}$ , seega sai ta 5 weist.

## 3. Ülendamine.

a. 224 päewa tuleb 7-me päewaga mõõta, et aru saaks mitu nädalat Toomas wana on; sest  $1 \times 7$  päewa on 1 näd.,  $2 \times 7 \text{ p.}$  on 2 näd.,  $3 \times 7 \text{ p.} = 3$  näd.,  $4 \times 7 \text{ p.} = 4$  näd.; seega: kui mitu korda 7 päewa 224-ja päewa sees, nii mitu nädalat on. 224 päewa  $= 32 \times 7 \text{ p.}$  Seega 224 p.  $= 32$  nädalat.

Et 32 näd. õige on, ilmub kui 32 näd. jälle päewadeni alandatakse  $= 7 \times 32 \text{ p.} = 224$  päewa.

b. Sellesamma põhja pääl seisab järgmine

Ülendamise kirjalik nägu.

	60	24	7	
60	1000000	16666	277	11
	60	120	24	7
	400	466	37	4 päewa.
	360	420	24	
	400	466	13	tundi.
	360	420		
	400	46		min.
	360			
	400			
	360			
	40			

Wäljarehendus.

1 milj. sekundi  $= 1$  näd. 4 p.  
13 t. 46 min. 40 sek.

**Seletus.** Esialt mõõdeti miljon sek. 60 sekunniga, mis läbi 16666 minutit pidiwad ilmuma ning 40 sek. üle jääna; siis muudeti saadub min. 60-ne minutiga mõõtes 277-meis tunnis 46-eis minutiks ümber; et nüüd päewal 24 tundi on, siis pidi jagamine 24-ga näitama, et 277 tunni sees 11 päewa on; et 7 päewa aga 11 p.



fisse paljas 1 kord mahub ning 4 p. weel üle jääb, siis langeb seda mööda 11 p. üheks näbalaks ning 4-jaks päevaks.

d) Üleüldine juht. Mõõtude nimega arvud ülendatakse antud astmest järgmise ülemani, kui nad astme arvuga mõõdetakse.

#### 4. Kofku pandud jagamine.

Et  $72 = 8 \times 9$ , siis võtame esmalt teenitud rahast: 648-jast rublast 8-da jau, saame 81 rubla; kui nüüd see kahetsandit weel 9-jaks jautatakse, siis saab 9 rubla, see on seega antud arvu  $\frac{1}{72}$ . Et nüüd igamees oma oma rahast kolmandiku päärahaks ära maksab, siis on igalühel seega  $\frac{1}{3} | 9$  r. ehk 3 rubla hõbedat maksta.

#### 5. Iseäralised, murdudele ette walmistajad jagamised.

a. Tundemärgid.

Näitus. 2 läheb 246-e fisse täieste, aga 247-me fisse ei lähe ta mitte täieste.

Kes jagades järele tahab katsuda, leiab, et

1.

2 jagab iga arvu täieste, mille wiimast numbrit ta täieste jagab. See tuleb seft, et 2 muidugi § 13, õpetus 1-he järele iga kümnelise, seega ka iga kümnelise mitmekorrase fisse peab minema. Seega on paljas ühelisi tarwis tähele panna.

2.

Näitus. 4 läheb 464-ja fisse täieste, aga ei mitte 462-he fisse.

Katsumiste läbi leitakse, et

4 jagab iga arvu täieste, mille kümneliste ning üheliste summa (2 wiimast numbrit) ta täieste jagab. See tuleb seft, et 4 sajalise sees kaswataw on, seega ka iga saja-mitmekorrase, see on tuhandelise, kümnetuhandelise, n. n. e. fisse täieste peab minema. Seega on tundemärki otsides üksnes kahte wiimast kohta tarwis tähele panna.

3. Näitus. 10 läheb täieste 500-ja sisse, aga 505 sisse ei lähe ta mitte täieste, 5 läheb 500 ning ka 505 sisse täieste, aga 504-ja sisse, näituseks, ei lähe ta mitte täieste.

Järele katjudes leitakse, et 10 jagab iga arvu täieste, mille wiimne number 0 on, ning 5 jagab iga arvu täieste, mille wiimse numbri sisse ta täieste läheb, mis seega 0 või 5 peab olema. See tuleb sest, et 5 ning 10 muidugi iga kümnelise ning kümnelise mitmekorraste sisse peab minema § 13, dp. 1. järele. Seega on üksnes wiimast kohta tarwis tähele panna.

4.

**Seletus 1.** Iga täisarvu numbrite hinna summa nimetatakse selle arvu ristsummaks. 245-e ristsumma on seega  $2 + 4 + 5 = 11$ .

**Seletus 2.** Ristsumiste läbi võib näha, et iga arv kahte osasse langeb: a) üheksa mitmekordseks, b) (antud) arvu ristsummaseks. Näitus. Kui olgu 31-hest ta ristsumma 4 maha arvatakse, jääb 27, see on  $3 \times 9$  järele, kui 125-est ta ristsumma 8 ära lahutatakse, jääb 117, see on  $13 \times 9$  üle.

125 on seega kokku pandud ise oma ristsummast + üheksa mitmekordsest, n. n. e.

Et see nõnda on, näeme, miks see nõnda on, mõistame, kui mõtleme, mil kombel meite arvud sünnivad ning kirjutatakse. (Vaata Mõistlikus reh. I. 160.)

Et nüüd iga arv oma kaswatusse sisse täieste läheb, siis lähewad 3 ning 9 iga arvu selle osa sisse täieste, mis pärast ristsumma ärawõtmist tast weel üle jääb, kui nüüd 3 või 9 ka ristsumma enese sisse lähewad, siis lähewad nad kõige antud arvu sisse täieste § 13, 4-dat õpetust mööda. Seega:

3 ning 9 jagawad iga arvu täieste, mille ristsumma nad täieste jagawad. N. 3 läheb 1533 sisse täieste,

jest ta lähed ( $1 + 5 + 3 + 3 =$ ) 12-ne sisse täieste;  
 9 lähed 324-ja sisse täieste, jest ta lähed ( $3 + 2 + 4 =$ )  
 9-ja sisse täieste.

5.

Lähewad 2 ning 3 mõlemad täieste mingi arwu sisse,  
 siis on nad mõlemad selle arwu sees kaswatawad. On  
 aga 2 ning 3 mingis arwus kaswatawad, siis on 6  
 (jest see on  $2 \times 3$ ) ses arwus kaswataw ning peab seega  
 selle arwu sisse täieste minema. Seega:

6 jagab iga arwu täieste, mida 2 ning 3 täieste  
 jagawad. N. 6 lähed täieste 126 sisse, jest 2 ning 3  
 lähewad kumbki ta sisse täieste.

**Täh.** Kirjuta nüüd need õpetused omale jagades kätte.

b. Alguskaswatawad.

1. Seletus. Iga täisarw, mille sisse pakjas ta ise ning  
 1 täieste lähewad nimetatakse alguskaswatawaks. 5 ning  
 2 on seega (6 ning 12 pole mitte) alguskaswatawad.

2. Ülesande wäljarehkendamise kirjalis nägu.

2	2	3	3	5	
1980	990	495	165	55	11
18	8	3	15	55	
18	19	19	15		
18	18	18	15		
	10	15			
	10	15			

3. Wäljarehkendamise wiis.

Et alguskaswataw 2 antud arwu sees on, tunnistas  
 tagumine number 0, et 990 forda ta sees on, saame  
 jagades aru.

1980 on seega  $2 \times 990$ ;

aga ka 990-ne sees on weel alguskaswataw 2 olemas,  
 nagu tundemärk näitab, jagades näeme, et ta 495  
 forda ta sees on.

1980 on seega  $2 \times 2 \times 495$ .

Just sarnaselt edasi mõeldes, leiame 495-e ning 165-e seest tundemärkide ning jagamise varal algustasvatawad 3 wälja, niijammi et  $55 = 5 \times 11$ .

$$\text{Seega } 1980 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11.$$

#### d. Kõige suurem ühine jagaja.

(lühendatud: f. s. ü. j.).

1. Seletus. 2 läheb täieste 8 ning ka 12 sisse; 2 on seega 8-sa ning 12-ne ühine jagaja. Aga ka 4 läheb kummagi antud arwu sisse täieste ning et suuremat täisarwu enam ei ole, mis ühtlasi 8-sa ning 12-ne sisse täieste läheb, siis on 4 nende kahe arwu f. s. ü. j.

2. Ülesande wäljarehkendamise kirjalt nägu.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 48 \\ \hline & 36 \end{array} \quad 2$$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 18 \\ \hline & 12 \end{array} \quad 1$$

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{6} & 12 \\ \hline & 12 \end{array} \quad 2$$

3. Wäljarehkendamise wiis.

Wäiksem antud arwudest jagatakse suurema sisse, ülejääk endise jagaja sisse, n. n. e. kuni 0 üle jääb.

Wimne jagaja on antud arwude kõige f. s. ü. j. Miks?

4. Põhjendus. a) 6 läheb 6-e ning, nagu jagamine näitab, ka 12-ne sisse täieste, seega peab ta ka nende arwude summa, see on 18-ne sisse täieste minema. Et seega 6 | 18-ne sisse täieste läheb, peab ta ka § 13-ne õpetusi mööda 18-ne mitmekordse, see on  $(2 \times 18 =)$  36-e sisse minema, seega ka  $(36 + 12 =)$  48-sa sisse. Seega läheb 6 täieste 18-ne ning 48-sa sisse.

b) Aga 6 on ka teiselt mõlemate antud arwude kõige suurem ü. j. Sest olgu mingi 6-est suurem arw ühiseks jagajaks arwata, see peaks ju seega 48-sa ning 18-ne sisse täieste minema, seega ka 12-ne sisse, seega ka 6-e sisse § 13, õpetus 5-e järele. Seega peaks mingi kuuest suurem arw, 6-e sisse täieste minema, mis võimatu on. Seega on 6 siis 48-sa ning 18-ne a) kõige suurem, b) ühine jagaja.

### e. Rõige wäiksem ühine jagataw.

(lühendatud: f. w. ü. j.).

1. Seletus. 7 läheb 35-e sisse täieste, 5 ka; 35 on seega 7-me ning 5-e ühine jagataw, ning et wähemat täisarwu ei ole, mille sisse 7 ning 5 täieste läbewad, on 35 seitseme ning 5-e f. w. ü. j.

2. Ülesande wäljarehkendamise kirjalik nägu.

$$a. 32 = 2. 2. 2. 2. 2$$

$$b. 18 = 2. 3. 3$$

$$d. 15 = 3. 5$$

Seega on antud arwude 2. 2. 2. 2. 2. 3. 3. 5 ehk 1440. f. w. ü. j.

3. Wäljarehkendamise wiis.

Tga antud arw lahutatakse alguskaswatawateks. Rõige wähema ü. j. alguskaswatawateks wõeti 5 kahte, 2 kolme ning 1 wiis, — see on: nii mitu kahte, kolme, wiite (n. sarnaselt), kui neid selle antud arwu sees oli, kus neid kõige rohkem oli. Miks on aga sel kombel saadud kaswatus antud a. f. w. ü. j. ?

4. Põhjendus. a) Et 32, 18 ning 15 kõik üsfsikult 1440-ne sisse mahuwad, on selge, sest nad on jo 1440-ne sündimise läbi tema kaswatawateks saanud. 1440 on seega nende ühine jagataw.

(= 81 × b) Et aga 1440 ka nende arwude f. w. ü. j. on, selgub, kui mõtleme, et ta sees paljalt 5 kahte alguskaswatawateks on, wähem ei wõi mitte kui 32 ta sisse peab minema, 2 kolme pidi alguskaswatawateks wõtama, muidu ei lähe 18 mitte sisse, ning ilma wõteta ei lähe 15 mitte mingi arwu sisse täieste.

Seega on 1440 antud kolme arwu f. w. ü. jagataw.

**Täh.** R. w. ü. j. on murdude päänimetaja. Waata laiemalt Rõistlikus rehkendajas lehes. 167.

## § 15.

**Kasvatamise ning jagamise proov.**

Kui  $5 \times 4 = 20$ , siis peab  $5 \mid 20$  sees 4 korda ning  $4 \mid 20$  sees 5 korda olema ning kui  $5 \mid 20$ -ne sees 4 korda on, siis peab  $4 \times 5$  ka jälle 20 olema. Selle täadmise abiga võime proovida, kas diete kasvatatud või jagatud on.

Jagamine on seega kasvatamise nagu kasvatamise jagamise proov. Kasvatus jagatud kasvataja läbi on kasvataw, jagaja  $\times$  jagu = jagataw.

## § 16.

**Õpetamine.**

## 1. Kolmeliikme arvamine.

a) Ülesanded. 1) 5  $\mathcal{B}$  võid maksab 1 r. 25 kop.; mis maksab 7  $\mathcal{B}$ ? 2) 3  $\mathcal{L}$  2  $\mathcal{B}$  kaupa maksab 124 rubla; mis 5  $\mathcal{B}$ ?

b) Väljarehkendamise viisid.

1) 5  $\mathcal{B}$  maksab 125 kop., 1  $\mathcal{B}$  maksab selle hinna 5-da jau ehk 25 kop., aga 7  $\mathcal{B}$  maksab  $7 \times 25 = 1$  r. 75 kop.

2) 3  $\mathcal{L}$  2  $\mathcal{B}$  ehk ühendatud: 62  $\mathcal{B}$  maksab 124 rubla, 1  $\mathcal{B}$  maksab  $\frac{1}{2} \mid 124$ -jast rublast, see on 2 rbl., aga 5  $\mathcal{B}$  maksab  $5 \times 2$  r. = 10 r. hõbedat.

d) Üleüldine juht. Esimese liikme päält minnakse 1-he pääle, 1-he päält kolmanda liikme pääle. Enne seda ühendatakse, mis tarvis.

## 2. Täniuste õpetuste sidumine.

a) Ülesanne. Teener Toomas pidi aastas 80 rubla ning ülikonna riidid palka saama, aga 6-e kuu pärast lasti Toomas lahti ning anti talle ülikond riidid ning 30 rbl., palgaks; kui kallid oli see ülikond?

b) Väljarehkendamise. Poole aasta pärast oli Juhani õigus 40 rubla ning  $\frac{1}{2}$  ülikonda pärida. Talle anti 10 rubla vähem aga selle eest  $\frac{1}{2}$  ülikonda enam, sest ta sai jo terve ülikonna. Seega maksab pool ülikonda 10 rubla, seega täis ülikond  $2 \times 10 = 20$  rbl.

## 3. Lõputähendus.

Mahaarvamine, kasvatamine ning jagamine on kõik kolm kokkuarvamiseft jündinud ning sulavod jügawama waatamise eest temaga jälle ühte.

Seft kui böldakse: arwa 2-he juure 4, siis see tähendab: astu 2-hest hakates 4 sammu edasi, arw kuhu ja sel kombel saad, nimetatakse antud arwude summaks. — Kui böldakse: arwa 4 kuuest maha, siis ei tähenda see muud kui astu 6-est 4 sammu tagasi, arw kuhu ja sel kombel saad, nimetatakse ülejääbawaks. Wõi: kui küsitakse, mis üle jääb, kui 8 ära wõetakse 15-nest, siis wõib selle pääle wäga häste kokkuarwamisega kostuse leida, sest 8-sast 10-ni on 2 sammu, 10-nest 15-ni = 5, seega kokku  $2 + 5 = 7$ . Mahaarvamine on seega kokkuarvamine. — Kui böldakse: kaswata 5 neljaga, siis see tähendab, arwa kokku  $5 + 5 + 5 + 5$  saad 20. Kasvatamine on seega isemoodi (nobe) kokkuarvamine. — Kui böldakse: jaga 5 | 15-ne sisse, siis se tähendab, katsu mitu korda ja 5 ära wõid wõtta ehk maha arwata 15-nest,  $15 - 5 - 5 - 5 = 0$ . Kostus:  $3 \times$ . Jagamine on seega isesugune nobe mahaarvamine ning et mahaarvamine kokkuarvamine on, siis on ka jagamine kokkuarvamine, sest ka kokkuarvamise läbi wõib aru saada mitu korda 5 wõtta tuleb, ennegu 15 täis saab:  $5 + 5 = 10$ ,  $+ 5 = 15$ , seega  $3 \times$ .

Seega wõime digusega ütelda, et rehkendamine paljalt 2 asja kätte harjutab: 1) **kudas** kokku arwatakse, 2) **millal** kokku arwatakse; mõlematele aga ajab **miks?** hinge sisse.

Seega wõime digusega ütelda, et rehkendamine paljalt 2 asja kätte harjutab: 1) **kudas** kokku arwatakse, 2) **millal** kokku arwatakse; mõlematele aga ajab **miks?** hinge sisse.

**Teine päätüff. Mitme nimega täisarvud.**

**Esimene samm: Kõfkuarwamine.**

**§ 17.**

Kudas kofku arwatakse.

- a) Ülesanded. 1)  $19 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 31 \text{ loodi} + 31 \text{ loodi} = ?$   
 2)  $19 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 21 \text{ loodi} + 18 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 23 \text{ loodi} = ?$
- b) Wäljarehkendamise wiisid.
- 1) Esialt paneme loobidele nii palju juure, et nael täis saab:  $19 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 31 \text{ lb.} + 1 \text{ lb.} = 19 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 32 \text{ lb.}$  ehk  $20 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } \text{ehk } 1 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } ; + 30 \text{ loodi} = 1 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 30 \text{ loodi.}$
- 2)  $19 \text{ } \overline{\text{W}} + 18 \text{ } \overline{\text{W}} = 37 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ ehk } 1 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 17 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } , 21 \text{ lb.} + 23 \text{ lb.} = 44 \text{ lb.}$  ehk  $1 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 12 \text{ lb.} ; 1 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 17 \text{ } \overline{\text{W}} + 1 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 12 \text{ lb.} = 1 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 18 \text{ } \overline{\text{W}} \text{ } 12 \text{ loodi.}$
- d) Üleüldine juht. Ühenimelised arwatakse ühenimeliste kõige kõrgemast nimest pääle hakates, iga wäljatulek ülendatakse wõimalikult kõrgele.

**B. Kirjalikult.**

**Saadus.** Ühenimelised kirjutatakse ühenimeliste alla.

- a) Ülesanne. Arwa kofku 72 aastat 6 kuud 15 päewa 12 tundi + 56 a. 10 k. 20 t. + 8 k. 25 p.
- b) Wäljarehkendamise kirjalik nägu.
- |                                 |              |              |       |
|---------------------------------|--------------|--------------|-------|
| 72 a.                           | 6 k.         | 15 p.        | 12 t. |
| 56 "                            | 10 "         | — "          | 20 "  |
| — "                             | 8 "          | 25 "         | — "   |
| $\frac{2}{}$                    | $\frac{1}{}$ | $\frac{1}{}$ |       |
| <hr/>                           |              |              |       |
| Summa. 130 a. 25 k. 41 p. 32 t. |              |              |       |
- Ümbermuude. 130 a. 1 k. 11 p. 8 t.

**Seletus.** Esialt arwati tunnid kofku ning ülendati päewadeni, siis ülendamise läbi saadud päewad ning antud päewad, mis jälle kuudeni ülendati, n. n. e.



- d) Üleüldine juht. Mlmasi nimest pääle hakates arwatakse ühenimelised liikmed üksikult kokku, igafordne wäljatulek ülendatakse eelmise nimeni.

## § 18.

Millal kokku arwatakse.

- a) Ülesanne. Peeter teenis eile 2 rubla 35 kop., täna 75 kop. enam; kui palju raha tal nüüd teenitud on?
- b) Wäljarehkendamine. Täna ta teenis seega  $235 + 75 = 310$  kop., kui ta oma eilse raha 235 f. siia juure paneb, siis ta näeb, et  $235 + 310 = 5$  r. 45 kop. teenitud on.

## Tõine samm: Mahaarwamine.

## § 19.

Kudas maha arwatakse.

A. P ä ä st.

- a) Ülesanded. 1)  $29$  rubla  $\div 75$  kop. = ?  
2)  $4$   $\mathcal{H}$  8 loodi  $\div 2$   $\mathcal{H}$  10 loodi = ?
- b) Wäljarehkamise wiisid.
- 1)  $29$  r. =  $28$  r. 100 kop., wõtame sest 75 kop. ära, jääb  $28$  r. 25 kop.
- 2)  $4$   $\mathcal{H}$  8 loodi wähem  $2$   $\mathcal{H}$  on  $2$   $\mathcal{H}$  8 loodi,  $2$   $\mathcal{H}$  8 lo. wähem 8 loodi on  $2$   $\mathcal{H}$ ,  $2$   $\mathcal{H}$  on  $1$   $\mathcal{H}$  32 loodi,  $1$   $\mathcal{H}$  32 lo. wähem 2 loodi on  $1$   $\mathcal{H}$  30 loodi. Seega  $4$   $\mathcal{H}$  8 loodi  $\div 2$   $\mathcal{H}$  10 loodi =  $1$   $\mathcal{H}$  30 loodi.
- d) Üleüldine juht. Sga mahaarwatawa liige wõetakse üksikult oma nimelisest wähendatawa liikmest ära kõrgemalt nimest pääle hakates; ons mõni wähendatawa liige mahaarwatawa liikmest pisem, siis lahutatakse eelmine wähendatawa liige koost ära ning antakse tõine lahutusliige järgmise wähendatawa liikmele abiks.

## B. Kirjalikult.

**Saadus.** Ühenimelised kirjutatakse ühenimeliste, mahaarvataw vähendatava alla.

a) Ülesanne. 285 prfp. 12 pnd. 14  $\mathcal{R}$   $\div$  197 prfp. 19 pnd. 18  $\mathcal{R}$  5 loodi = ?

b) Väljarehendamise kirjalik nägu.

$$\begin{array}{r}
 20 \quad 20 \quad 32 \\
 285. \text{ prfp. } 12. \text{ pnd. } 14. \mathcal{R} \quad 0 \text{ loodi.} \\
 \hline
 31 \quad 33 \quad 32 \\
 \div 197 \quad " \quad 19 \quad " \quad 18 \quad " \quad 5 \quad " \\
 \hline
 87 \text{ prfp. } 12 \text{ pnd. } 15 \mathcal{R} \quad 27
 \end{array}$$

**Seletus.** Esialt muudeti 1  $\mathcal{R}$  loodideks, et 5 loodi maha arvata võiks, siis muudeti 1 pnd. naelteks ning arvati 13 naelaga kokku, n. n. e. kõik just nagu nimeta arvudega maha arvates.

d) Üleüldine juht. Alamast nimest pääle hakates, arvatakse iga mahaarvata liige oma nimelisest vähendatava liikmest maha; kui see tast väiksem on, laenatakse eelmisest vähendatava liikmest järgmisele abi.

## § 20.

Millal maha arvatakse.

a) Ülesanne. Peetrit oli tuhat rubla renti maksta. Ta andis wõlapärijale raha asemele 153 setwerdist 5 setwerikust nii palju, et ta omale weel 53 st. 5 fl. seemneks jäi ning arwas 9 rbl. setwerdist; kui palju tal seega weel wõlgu on?

b) Väljarehendamine. Et ta omale weel 53 st. 5 fl. järele jättis, siis sai wõlapärija seda mööda 153 st. 5 fl.  $\div$  53 st. 5 fl. ehk 100 st. à 9 rbl., ehk 900 rbl., seega jääb weel 100 rbl. wõlgu.

## § 21.

Et ka siin kofkuarwamine mahaarwamise ning mahaarwamine kofkuarwamise proom on, on muidugi mõista. Üleüldse seisawad nimeta, nimega ning mitme nimega arwud nendesammade jääduste walitfufe all.

## Kolmas samm: Kaswatamine.

## § 22.

Kudas kaswatatakse.

A. P ä ä ft.

- a) Ülesanded. 1)  $2 \times 4$  riisi 2 raamatut 11 poognat.  
2)  $5 \times 15$  raamatut 23 poognat.

b) Wäljarehkendamise wiisid.

1)  $2 \times 4$  riisi = 8 r.,  $2 \times 2$  r. = 4 r.,  $2 \times 11$  p. = 22 p., kofku: 8 riisi 4 raamatut 22 poognat.

2)  $5 \times 15$  rt. = 75 rt. ehf 3 riisi 15 rt.,  $5 \times 23$  p. = 115 p. ehf 4 rt. 19 p., kofku: 3 riisi 19 rt. 19 p.

d) Üleüldine juht. Kõrgemast nimest hakates, kaswatatakse iga kaswatatava liige kaswatajaga, wäljatulek ühendatakse iga korral wõimalikult kõrgemale, wiimaks wõetatakse kõik üfsitub kaswatused otjustkaswatusets kofku.

## B. Kirjalikult.

**SääduS.** Kaswataja kirjutatakse iga kaswatatava liikme alla.

a) Ülesanne.  $24 \times 5$  ft. 4 ft. 3 ft. = ?

d) Wäljarehkendamise kirjalik nägu.

$\times 24$	$\times 24$	$\times 24$
5 ft.	4 ft.	3 ft.
20	16	12
10	8	6
<u>13</u>	<u>9</u>	

Kaswatus. 133 ft. 105 ft. 72 ft.

Ümbermuude. 133 ft. 1 ft. — ft.

**Seletus.** Karnitsate kaswatus 72 ft = 9 ft. arwati  
 setwerikkude kaswatusse juure, saadub 105 muudeti  
 13 ft. 1 setwerikkude ümber, setwertide kaswatusse  
 arwati 13 ft. juure.

d) Üleüldine juht. Mmasta nimest pääle hakates, kas-  
 watatakse iga kaswatatawa liige üffikult kaswatajaga,  
 igafordne wäljatulek ilendatakse eelmise liikmeni ning  
 arwatakse ta kaswatusse juure.

**§ 23.** Millal kaswatatakse.

a) Ülesanded. 1) Peremees sai wiljakkaliduse läbi paljas  
 2 seemet; palju see oli, sest et ta 16 ft. 4 ft. maha  
 külwis? 2) Weskikiwi käib sekunniga 3 korda ümber;  
 mitu korda seega 2-he tunnis 4 minutis?

b) Wäljarehkendamised.  
 1) See oli seega  $2 \times 16$  ft. 4 ft. ehk 32 ft. 1 ft.  
 2) Kui mitu sekundi ta ümber käib, nii mitu korda 3 korda.  
 $2$  t. 4 m. = 7440 sekundi. 1-he sekunnis 3 korda,  
 7440-nes sek. 7440 korda 3 korda, see on 22320 korda.

## Rehjas samm: Jagamine.

**§ 24.**

Kudas jagatakse.

A. P ä ä ft.

a) Ülesanded. 1) Kui juur on 5-es jagu 24-jast perka-  
 punnast 13-nest punnast 10-nest naelast? (Jautamine).  
 2) Mitu korda mahub 5 naela 20 leisika sisse?  
 3) Mitu korda läheb 12 ft. 5 ft. | 25 ft. 2 ft. sisse?  
 (Mootmised.)

b) Wäljarehkendamise wiisid.  
 1)  $\frac{1}{5} | 24$  prtp. = 4 prtp., jautamata jääb 4 prtp. ehk  
 80 punda. 80 punda + ülesandes antud 13 punda  
 = 93 punda, 5-es jagu sest on 18 pnd., jautamata

jäi 3 pnd. ehk 60 ₮. —  $60 ₮ + 10 ₮ = 70 ₮$ ,  
 $\frac{1}{5} | 70$ -nest naelast = 14 ₮. Seega:  $\frac{1}{5} | 24$  prkp.  
 13 pnd. 10 ₮ = 4 prkp. 18 pnd. 14 ₮.

2) 5 ₮ on 1-he leifika sees 4 korda, seega 20 leifika  
 $20 \times 4 = 80$  korda.

3) 12 ft. 5 ff. = 101 ff. — 25 ft. 2 ff. = 202 ff.  
 101 ff. on 202-he ff. sees 2 korda, seega ka 12 ft 5 ff.  
 | 25 ft. 2 ff. sees 2 X.

d) Üleüldised juhid. Kõrgemast liikmest (nimest) pääle hakates, jautatakse iga jautatava liige ära. Igal korral üle jäädaw jautatava liige muudetakse alama astmeni ehk nimeni (just nagu nimeta arvudega jagades.) — Mõõtes mõõdetakse üksnes üheliikmelised, ühenimelised ühe-liikmeliste, ühenimeliste arvudega (mida mõõda seega ülesanne ümber muuta tuleb, kui tarwis).

### B. Kirjalikult.

**Eäädus.** Jagaja kirjutatakse klamri ette, jagu klamri taga, jagatav klamri wabele.

a) Ülesanded. 1) Kui suur on  $\frac{1}{3} | 264$  pnd. 15 ₮ ?  
 2) Mitu korda mahub 1 perkuwits 2 puuda 2-he perka-punna 8 punna sisse?

b) Väljarehendamiste kirjalikud näud.

#### 1. Jautamine.

23 | 264 pnd. 15 ₮ | 11 pnd.

253

X 11 pnd.

20 + 15 ₮

23 | 235 ₮ | 10 ₮

230

X 5 ₮

32

#### 2. Mõõtmine.

a. Ülesande ümbermuutmine.

1 prkw. 2 pd. 2 prkp. 8 pnd.

10 + 2 pd. 20 + 8 pnd.

X 12 pd.

40

X 48

20

Mõõtja ümberm. 480 ₮

960 ₮

b. Mõõtmine.

23 | 160 lb. |  $6\frac{22}{23}$  lb.

138

480 ₮ | 960 ₮ | 2 korda.

960

22 lb. Väljarehendus. 11 pnd. 10 ₮  $6\frac{22}{23}$  lb  
 Seletus seisab täieste päästväljarehendamise wiist sees.

- d) Üleüldised juhid. Jautamine mitme nime arvudega sünnib just nagu jautamine nimeta arvudega, ka mõõtja ümbermuude jagatakse mõõdetava ümbermuute sisse, nagu nimeta arvud nimeta arvude sisse.

## § 25.

Millal jagatakse.

- a) Ülesanded. 1) Kott Jaak ostis 25 rbl. 20 kop. eest võid; kui palju ta selle eest sai, sest et 1 r. 25 kop. maksis?  
2) 5 punda 12 r. maksab 2 r. 24 kop.; mis maksab 1 r.?
- b) Väljarehendamised.
- 1) Kui mitu korda 25 kop. makseti, nii mitu korda 1 r. saadi.  $2525 \text{ kop.} = 101 \times 25 \text{ kop.}$  Seega osteti 101 r. ehk 5 punda 1 r. võid.
- 2) 224 kop. tuleb nii mitmesse ühesuurusse jakku jautada, kui mitu naela ostetud on, et aru saaks, palju 1 r. maksab.  $5 \text{ punda } 12 \text{ r.} = 112 \text{ r.}$  112 r. maksab 224 kop., seega 1 r. 2 kop.

## § 26.

Et ka siin kasvatamine jagamise ning jagamine kasvatamise proov on, on muudugi mõista.

**Viies samm: Aja arvamine.**

## § 27.

Millal aja arvamist tarvis läheb.

Kui antakse:

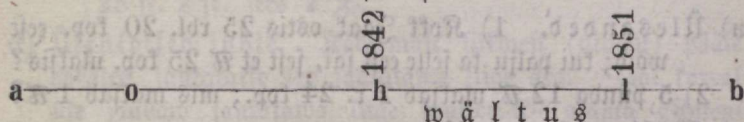
- I. Kas hakatus ning lõpetus ja vältust tahetakse täada. (w)  
Näitus. Jüri sündis 1842, juri 1851; kui wanaks ta sai?
- II. Või lõpetus ning vältus ja hakatust tahetakse täada. (h)  
N. Jüri juri aastal 1851, ta oli siis 7 aastat wana; millal ta sündinud oli?

III. Kõik hakatus ning wältus ja lõpetust tahetakse täada. (1)  
 N. Jüri sündis 1842, elas 9 aastat; millal ta  
 suri?

## 28.

Kudas aja arwamist tehakse.

1. Sptused.



Joon a b tähendagu aega; punkt o ta sees tähendagu Kris-  
 tuse sündimise päewa, punkt h filmapiltu, kus Kristuse sündi-  
 misest saadik 1842 aastat möödas, punkt l filmapiltu, kus  
 Kr. sündimisest saadik 1851 aastat möödas oli; siis tähendab  
 joone osa h ning l wahel neid aastaid mis 1842-hest 1851-ni  
 wältasiwad. Kui pilt see wältus oli, saab aru, kui lõpetuse  
 filmapilgust (1851) hakatuse filmapilt (1842) maha arwa-  
 takse. Seega:

Sptus 1.

Kui lõpetusest hakatus maha wõetakse, ilmub näitus.

$$\text{Lühidalt: } l \div h = w.$$

Alga kudas saame lõpetusest hakatusele? Kui lõpetusest  
 (9 aastat) tagasi kunni hakatuseni minnakse. Seega:

Sptus 2.

Kui lõpetusest wältus maha wõetakse, ilmub hakatus.

$$\text{Lühidalt: } l \div w = h.$$

King kudas saame hakatusest (1842-hest) lõpetuseni  
 (1851-ni)? Kui hakatusest (9 aastat =) wältuse paljus  
 edasi läheme. Seega:

Sptus 3.

Kui hakatusele wältus juure pannakse, ilmub lõpetus.

$$\text{Lühidalt: } h + w = l.$$

Üle selle tuleb veel 2 õpetust meeles pidada:

#### Õpetus 4.

Kuusi pääwadeks muutes tuleb meeles pidada, et Kiiunla kuul iga liigpäewa aastal 29, muidu 28 päewa, et Jüri, Jaani, Mihkli ning Mardi kuul 30, nii et tõistel kuudel 31 päewa on.

#### Õpetus 5.

Enne wäljarehkendamist ning hakatuse ja lõpetuse otsimisel pärast wäljarehkendamist tuleb antud aeg kalendri keelest mööda läinud aega ümber muuta wõi leitud ajapunkt kalendri keele.

N. Kui wõlbi: 1811-sel aastal 5-dal Mail kellu 6 p. l., siis oli täieste mööda läinud 1810 aastat 4 kuud 4 päewa 18 tundi ning kui 1810 aastat 4 k. 4 p. 18 t. möödas oli, siis kirjutati: 1811 Mai kuu 5-dal kellu 6 p. l.

#### Näitus.

a) Ülesanne. Mihkel Juri 1848-dal aastal 2. Märtsil kellu  $\frac{3}{4}7$  h. ära, ta oli 1835-dal aastal 14. Nowembril kellu  $\frac{1}{2}6$  õhtu sündinud; kui wanaks ta sai?

b) Wäljarehkendamise kirjalik nägu.

Surma päewal oli möödas õpetus 5-e järele:

12 29 24

1847 a. 2 k. 1 p. 6 t. 45 m. (see on lõp. punkt)

13 29 30

Sündimise päewal 1834 a. 10 k. 13 p. 17 t. 30 m. (see on hak. punkt)

Seega õp. 1 järele 12 a. 3 k. 16 p. 13 t. 15 m. wana.

d) Seletus. Mahaarwamine sündis nagu muidu. 1 kuu pidime laenama. Et 2 kuud antud on, on laenataw kuu tõine kuu ehk Kiiunla kuu, millel, sest et ta 1848-da aasta järele, 29 päewa on.

**Täh.** Ka lõpetuse ning hakatuse wäljaarwamine sünnib antud wiie õpetuse waral fergeste.



## § 29.

**Lõputähendus.** Mitme nimega arwud on rehkendajal igal pool kinnipidajaks ees. — Ei kustil ei jõua nemad nagu murrud wõi täisarwud fergil tiiwul kõrgele lennata waid lohisewad ifka paffu kombel koormaks takka järele. — Ülem matematika ei pane neid sugugi tähele, aga meil on nad häda pärast tarwis. — Mendest arusaamine on küll üsna ferge, aga oma wäga laialise oleku pärast tahawad nad enam ruumi ja aega, kui nad ise waimu harimise kasu jõuawad tuna. Zuba esimeses päätükis pidime neid õpetama hakkama, tõise päätüki pärisiwad nad täitsa omale ning ka tõises osas peame weel ifka takka järele uypitama. See higi pühitakse pehme rätifuga rehkendajate otsa cest ära, kui Brantslaste uued mõõdud (meeter ja gramm) walitsuse poolest pruugitawale lubatakse.

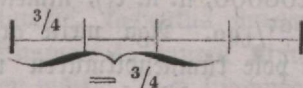
# Tõine osa: Murrud.

## Ettevõlmistamine.

### § 30.

Murru sünnitamise ning osad.

- a)  $\frac{3}{4}$  sünnib kui 1 terve nelja ühesuurusse jalku jautatakse ning 3 niisugust jagu võetakse;  $\frac{3}{4}$  sünnib ka, kui 3 ühesuurust tervet (igaiüks) nelja ühesuurusse jalku jautatakse ning igaüks tervest 1 niisugune jagu võetakse; nagu järgmised jooned näitavad.



$\frac{1}{4}$			
$\frac{1}{4}$			
$\frac{1}{4}$			
roottu			
$\frac{3}{4}$			

Jautame seega 1 rubla 4-ja ühesuurusse jalku, saame 25 kop., võtame 25 kop. 3 korda, saame 75 kop. ehk  $\frac{3}{4}$  rubla. Aga ka, kui 3 rubla nelja ühesuurusse jalku jagame, saame ka 75 kop.

- b) Sarnaselt sünnib iga muu murd.
- d) Ühtlasi on murrusündimise läbi selge, kuidas murrud arvates kokku seutakse:  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$ ;  $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$ ;  $2 \times \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ ;  $\frac{4}{4} : \frac{2}{4} = 2$ , 4-ja jagu  $\frac{4}{4}$ -dikust on  $\frac{1}{4}$ .
- e) Spi murru nime pääle nagu muu nime pääle vaatama.
- g) Nagu näha, kirjutatakse murd kahe arvu ning murrujoone varal:  $\frac{3}{4}$ , arv 4, mis ütleb, et terve nelja ühesuurusse jalku on jautatud; hüütakse „nimetajaks“, arv 3, mis jagude hulga üles loeb „lugejaks.“
- h) Murru sündimisest selgub, et  $\frac{3}{4}$  muud ei tähenda, kui: jaga 4 kolme sisse, murd  $\frac{3}{4}$  on seda mõõda jagu, nime-taja 4 on jagaja, lugeja 3 on jagatav.

## § 31.

Murre jagud.

- 1) Sga mure, mille lugeja 1 on (fuid  $\frac{1}{1}$  mitte) nimetatakse algusmurreks ehk algmurreks:  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ .
- 2) Sga mure, mis terwest wähem on, nimetatakse lihtmurreks:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{1}{7}$ .
- 3) Sga mure, mis terve suurune, wõi terwest suurem on, nimetatakse liigmurreks:  $\frac{14}{7}$ ,  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{8}{3}$ .
- 4) Täisarw murruga ühendatud nimetatakse segamurreks:  $5\frac{3}{4}$ .
- 5) Murrud ühesuuruste nimetajatega on ühenimelised murrud:  $\frac{5}{7}$ ,  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{4}{7}$ .
- 6) Murrud mitmesuuruste nimetajatega on wõõranimelised murrud:  $\frac{5}{7}$ ,  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{3}{5}$ .
- 7) Sga mure, mille nimetaja kas künne wõi künne aste on (100, 1000, 10000, 100000, n. n. e.), nimetatakse künnenäidismurreks:  $\frac{5}{10}$ ,  $\frac{67}{100}$ . Sga meite arwude kirjutamise jäädust mööda, pole künnenäidismurre nimetajat mitte tarwis alla kirjutada, sest see on muidugi tääda, et iga astmerea koht kõrwal seiswa allama koha künnenäidiskulise hinnaline on, — nagu meie ja ka näituseks numbrile, mis neljanda koha pääl seisab mitte kõrwa ei kirjuta, et ta tuhandeline on, seda ütleb koht ise. — Murrekoma läbi antakse tääda, kus täisi arw lõpeb.

N. 1) 0,5. 2) 5,7. 3) 8,0007. 4) 0,024.

Loe: 1)  $\frac{5}{10}$ . 2)  $5\frac{7}{10}$ . 3)  $8\frac{007}{1000}$ . 4) 24 tuhandikulist.

**Täh.** Künnenäidismurdudega rehkendatakse seda mööda, naga täisarwudega.

## § 32.

Liigmurreks muutmine ning tagasi.

- a) Ülesanded. 1) Mitu neljandiku on 5 terve sees? Mitu terwet on 20-ne neljandiku sees?
- 2) Muuda  $6\frac{3}{5}$  liigmurreks ning tagasi jälle terweks lihtmurruga.

b) Väljarehkendamise viisid.

1) Ühel terwel on  $\frac{4}{4}$ , 5=el terwel on  $5 \times \frac{4}{4}$ , see on  $\frac{20}{4}$ .  
Tagasi:  $\frac{4}{4} = 1$  terwe, kui mitu korda  $\frac{4}{4} | \frac{20}{4}$  sisse mahub, nii mitu terwet saab, seega 5 terwet.

2) 1 terwe  $= \frac{5}{5}$ , 6 terwet  $= 6 \times \frac{5}{5} = \frac{30}{5}$ , siia paneme antud  $\frac{3}{5}$  weel juure, seega  $6\frac{3}{5} = \frac{33}{5}$ .  
Tagasi:  $\frac{5}{5}$  on 1 terwe, kui mitu korda 5 wiendikku 33-ne wiendikku sisse mahub, nii mitu terwet ta sees on.

$$\text{Seega: } \frac{33}{5} \left| \begin{array}{l} 33 \\ 30 \end{array} \right| \frac{6\frac{3}{5}}{3}$$

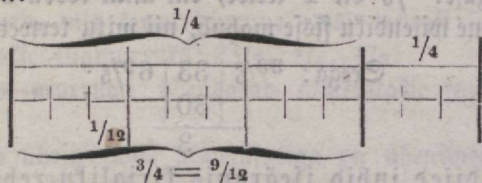
d) Üleüldised juhid iseäranis kirjaliku rehkendamise tarwis. 1) Täisarw muudetakse liigmurruks, kui teda antud nimetajaga kaswatatakse ning kaswatusele antud nimetaja nimetajaks antakse. Segamurd muudetakse liigmurruks, kui ta täisarw ta murru nimetajaga kaswatatakse, kaswatus murru lugeja juure arwatatakse ning summale ta murru nimetaja nimetajaks antakse. Sest on mõista 2) et liigmurd jälle endiseks tagasi muudetakse, kui nimetaja lugeja sisse jagatakse.

### § 33.

Laiendamine ning lühendamine.

a) Nagu nähtud:  $\frac{3}{4}$  on jagu, 3 jagataw, 4 jagaja. § 13-ne õpetustest on tääda, et jagu kaswab, kui jagataw kaswab, kui seega lugeja kaswab, kaswab murru hind:  $\frac{6}{4}$  on seega poole suurem kui  $\frac{3}{4}$ , ehk teisiti ütelda: kui lugeja kahaneb, kahaneb murru hind:  $\frac{1}{4} \nabla \frac{3}{4}$ .  
— Üle selle on tääda, et jagu seda mööda kahaneb, mida mööda jagaja kaswab, kui seega nimetaja kaswab, kahaneb murru hind:  $\frac{1}{4} \nabla \frac{1}{7} \bullet \frac{1}{12}$  on 3-mas jagu  $\frac{1}{4}$ -dikust, ehk teisiti ütelda: kui nimetaja kahaneb, kaswab murru hind:  $\frac{2}{5} \nabla \frac{2}{10}$ . Kolmandaks on meil sest ning § 13-dest tääda, et jagu seksjamaks jääb, kui jagaja ning jagataw ühte mööda kaswawad või kahanevad.

Kui seega nimetaja 4 ning lugeja 3 mõlemad näituseks 3-ga kasvatatakse, ilmub murd  $\left(\frac{3 \times 3}{3 \times 4}\right) \frac{9}{12}$ , mis just  $\frac{3}{4}$ -diku suurune on, ehk teisiti ütelda: kui lugeja ning nimetaja ühise jagajaga jagatakse, jääb murre hind muutmata  $\frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$ , nagu ka järgmisest viirgabest näha on:



- b) Esmine — punkt a all kätte juhutatud — murre ümbermuutmine nimetatakse laiendamiseks, tõine lühendamiseks, mõlemad jätavad murre hinna seksjamaiks, aga murre näu nad muudavad ümber.
- d) Et kümnendik murre nimetaja kas 10 või 10-ne aste peab olema, siis on mõista, et kümnendikmurdude üksnes kas kümne või 10-ne astmetega lühendada ning laiendada võib:  $0,54 = 0,5400$ .
- e) Murdu võib seega nii kava lühendada, kuni lugejal nimetajaga veel ühised kasvatawaid on. Lugeja ning nimetaja ühine kõige suurem jagaja lühendab ühe korraga iga murre otsani ära.

### § 34.

Päänimetaja alla panemine.

- a) Ülesanded. 1) Tee  $\frac{4}{5}$  ning  $\frac{5}{7}$  35-endikudeks.  
 2) Pane  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{3}{4}$  päänimetaja alla.  
 3) Tee  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{25}$ ,  $\frac{7}{15}$ ,  $\frac{5}{12}$  ühenimeliseks.

b) Väljarehendamise viisid.

- 1) 1 terwe on  $\frac{35}{35}$ ,  $\frac{1}{5}$  on 5-est jagu sest ehk  $\frac{7}{35}$ ,  $\frac{4}{5}$  on  $4 \times \frac{7}{35} = \frac{28}{35}$ .  
 1 " "  $\frac{35}{35}$ ,  $\frac{1}{7}$  " 7-mes " " "  $\frac{5}{35}$ ,  $\frac{5}{7}$  "  $5 \times \frac{5}{35} = \frac{25}{35}$ .  
 2) Kõige tähtsam murdudele ettevalmistamine on päänimetaja alla panemine, teda läheb murdudega reh-

kendades jagedaste tarwis. — Antud murdude päänimetaja on nende murdude nimetajate kõige väiksem ühine jagataw, mida § 14-n õpetuste järele mõistame otsida. — See  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{3}{4}$  ühenimeliseks, tähendab: laienda iga antud murdu nii kaugele kuni kõik kolm ühe nime pääle wälja tulewad. — Seega peawad kõik kolm nimetajat 6, 8, 4 selle ühise otsitawa nime sisse täieste minema, seega peab see nimi nende nimetajate ühine jagataw olema. Ühisid jagatawaid on palju, kõige parem noberehkendamisele on kõige väiksem ühine jagataw. § 14-ne õpetuste järele on 6-e, 8-ja, 4-ja üheni kõige väiksem jagataw 24, — seega tulewad need 3 antud murdu punkt b all näidatud wiisil 24-jandikkudeks muuta.

3) Päänimetaja alla panemise kirjalik nägu.

1. Otsi päänimetaja § 14-ne õpetuste järele üles, ta on siin 300.
2. Päänimetaja alla panemine.

Antud arwud.	Päänimetaja sisse jagamine.	Uued lugejad.	Muudetud murrud.	Seletused.
a. $\frac{3}{4}$	$300 : 4 = 75$	$3 \times 75 = 225$	$\frac{225}{300}$	a. $1 = \frac{300}{300}$
b. $\frac{5}{25}$	$300 : 25 = 12$	$5 \times 12 = 60$	$\frac{60}{300}$	$\frac{1}{4} = \frac{75}{300}$
d. $\frac{7}{15}$	$300 : 15 = 20$	$7 \times 20 = 140$	$\frac{140}{300}$	$\frac{3}{4} = \frac{225}{300}$
e. $\frac{5}{12}$	$300 : 12 = 25$	$5 \times 25 = 125$	$\frac{125}{300}$	n. n. e.

d) Üleüldine juht. Murrud pannakse päänimetaja alla, kui nenda nimetajad päänimetaja sisse jagatakse, saadub jaub antud lugejatega kaswatatakse ning kaswatusele päänimetaja nimetajaks antakse.

## § 35.

Pääsäämus iga murdwäljatuleku kohta.

Iga murd lühendatakse otsani, iga liigmurd muudetakse segamurruks wõi täisarwuks tagasi.

## Esimene samm: Kõrku ning mahaarwamine.

### § 36.

Kudas kõrku wõi maha arwatakse.

a) Ülesanded.

1) Kui palju on  $2\frac{5}{8}$  n.  $3\frac{7}{8}$ ? Kui palju on  $2\frac{3}{10} \div 7\frac{1}{10}$ ?

2)  $7\frac{5}{9} \bar{w} + 8\frac{2}{3} \bar{w} = ?$   $8\frac{1}{2} \bar{w} - 5\frac{4}{5} \bar{w} = ?$

3)  $5\frac{2}{3} + 7\frac{3}{15} + 4\frac{7}{10} = ?$   $674\frac{31}{53} \div 116\frac{9}{10} = ?$

b) Wäljarehkendamise wiisid.

1)  $2 + 3 = 5$ ,  $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$ ,  $5 + 1 = 6$ , jellele veel ( $\frac{4}{8}$  ehk)  $\frac{1}{2}$  juure  $= 6\frac{1}{2}$ . —  $2\frac{3}{10} \div \frac{3}{10} = 2$ , sest on nüüd veel  $\frac{4}{10}$  ehk  $\frac{2}{5}$  ära wõtta, — see pärast lahutame  $2 = 1 + \frac{5}{5}$  ehk  $1\frac{5}{5}$  dikuks, sest  $\frac{2}{5}$  maha, jääb  $1\frac{3}{5}$ .

2) Nagu endistest õpetustest täada, ei wõi wõõranimelisi suurusi mitte kõrku siduda, olgu nad seega ühenimeliseks tehtud. Kolmandikud ning üheksandikud lähewad ühte üheksandikkudes:  $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ . Seega tuleb  $7\frac{5}{9} \bar{w} + 8\frac{6}{9} \bar{w}$  nagu 1) all kõrku arwata.

Pooled ning wiendikud sulawad kümnendikkudes ühte:

$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ ,  $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ . Seega wõtame  $8\frac{5}{10}$  kusk  $5\frac{8}{10}$  dikku ära nagu 1) all näidatud.

3) Wäljarehkendamise kirjalik nägu.

Päänimetaja 30

$5\frac{2}{3}$	20
$7\frac{3}{15}$	6
$4\frac{7}{10}$	21
$16 + (\frac{47}{30} =) 1\frac{17}{30}$	

Summa =  $17\frac{17}{30}$

$674.\frac{31}{53}$	$530$	)
	$310$	)
	$840$	
$-116\frac{9}{10}$	$-477$	
$557 +$	$363\frac{30}{530}$	

Ülejäädaw =  $557\frac{363}{530}$

**Seletus.** Et, nagu päästrehkendamisejt näha, ühenimeliseks tehtud murdude lugejad üksi kõrku arwatakse, kirjutame nad suurema selguse pärast päänimetaja alla. Täisarwude summa oli 16, murdude  $1\frac{17}{30}$ , kõrku  $17\frac{17}{30}$ .

**Seletus.** Kirjutamise wiis nagu kõrkuarwamisel. — Et aga  $\frac{477}{530}$  mitte  $\frac{310}{530}$  nest maha wõtta ei wõi, siis lahutati  $674 = 673 + \frac{530}{530}$  kusk ning saadi kõrkuarwamise läbi nõnda  $\frac{840}{530}$  wähendatawaks.

- d) Üleüldine juht. Ühenimelised murrud arvatakse kokku või maha, kui nende lugejad kokku või maha arvatakse ning jaadawale ühine nimetaja nimetajaks antakse; — wõeranimelised tehakse ennemine ühenimeliseks.

### § 37.

Millal kokku või maha arvatakse.

- a) Ülesanne. Kaupmees N. wõttis esmaspäewal  $26\frac{5}{6}$  rbl. fiisse, teisipäewal  $3\frac{1}{2}$  rbl. enam ning kešknädalal  $5\frac{1}{2}$  rbl. enam kui esmaspäewal ning teisipäewal kokku, aga neljapäewal  $10\frac{1}{2}$  rbl. wähem kui nimetatud kolmel päewal kokku; kui palju raha tal seda mööda on?

- b) Kaalumine, kuidas kostus ennast annab leida:

Tal oli seega esmaspäewal:  $26\frac{5}{6}$  rbl.

teisipäewal  $26\frac{5}{6}$  rbl. +  $3\frac{1}{2}$  rbl.

kešknädalal  $26\frac{5}{6}$  r. +  $26\frac{5}{6}$  r. +  $3\frac{1}{2}$  r. +  $5\frac{1}{2}$  r.

neljapäewal ( $26\frac{5}{6}$  r. +  $26\frac{5}{6}$  r. +  $3\frac{1}{2}$  r. +  $26\frac{5}{6}$  r. +  $26\frac{5}{6}$  r. +  $3\frac{1}{2}$  r.  $5\frac{1}{2}$  r.) ÷  $10\frac{1}{2}$  r.

(Seega kokku [ $8(26\frac{5}{6}$  r.) + ( $4 \times 3\frac{1}{2}$  r.) + ( $2 \times 5\frac{1}{2}$  r.)] ÷  $10\frac{1}{2}$  r. = ?

Kuidas kaswatatakse, õpime warji.

### § 38.

Et ka siin kokkuarwamisega mahaarwamist ning mahaarwamisega kokkuarwamist proowida wõib, on mõista.

**Tõine samm: Kaswatamine ning jautamine.**

### § 39.

Kuidas kaswatatakse ning jautatakse.

- b) Ülesanded. 1)  $5 \times 2\frac{2}{15} \text{ W} = ?$   
 2) Kui suur on 3=mas jagu 2=leſt,  $\frac{1}{4}$ =dikust,  $\frac{3}{4}$ =dikust,  $2\frac{1}{2}$ =leſt  
 3)  $\frac{1}{5} \times 3 = ?$   $\frac{4}{5} \times 3 = ?$   $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = ?$   
 4)  $16 \times \frac{5}{6} \times \frac{11}{12} \times \frac{9}{10} \times 1\frac{26}{55} = ?$



b) Wäljarehkendamise wiisid.

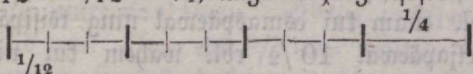
1)  $5 \times 2 \bar{H} = 10 \bar{H}$ ,  $5 \times \frac{2}{15} \bar{H} = \frac{10}{15}$  ehk  $\frac{2}{3} \bar{H}$ , kokku  $10\frac{2}{3} \bar{H}$ .

Wõdi:  $2\frac{2}{15} = \frac{32}{15}$ ,  $5 \times \frac{32}{15} = \frac{160}{15} = 10\frac{2}{3}$ .

2) Kolmas jagu 1-hest on  $\frac{1}{3}$ , seega 2-hest  $\frac{2}{3}$ .

Kui murd (jagu) 3 korda vähemaks peab minema, peab § 33 järele nimetaja 3 kord suuremaks minema:

kolmas jagu  $\frac{1}{4}$ -dist on seega  $\frac{1}{4 \times 3} = \frac{1}{12}$ , seega  $\frac{3}{4}$ -dist 3 korda  $\frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ , nagu ka järgmisest kriipsust

näha on: 

$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ . Neljas jagu ühest poolest on  $\frac{1}{8}$ , seega wiieft poolest  $\frac{5}{8}$ .

3)  $\frac{1}{5} \times 3$  tähendab: võta 5-es jagu kolmest, — jaad  $\frac{3}{5}$ , kui aga  $\frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5}$ , siis on  $\frac{4}{5} \times 3 = 4 \times \frac{3}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ .

$\frac{2}{5} \times \frac{4}{5}$  tähendab: võta  $\frac{4}{5}$ -diku 3-mas jagu 2 korda:  $\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$ ,  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ . Meist näitustest lan-  
langeb wälja:

d) Üleüldine juht. a. Murrud kaswatatakse kui lugejad lugejatega nimetajad nimetajatega kaswatatakse, see maksab iseäranis kirjalisu rehendamise kohta; b. murrud jautatakse, kui jagatava nimetaja jagajaga kaswatatakse.

4) Kaswatamise kirjalis nägu.

$$\text{Seega: } \frac{\overset{4}{16} \times \overset{5}{5} \times \overset{11}{11} \times \overset{9}{9} \times \overset{27}{81}}{\underset{2}{1} \times \underset{3}{6} \times \underset{2}{12} \times \underset{2}{18} \times \underset{5}{55}} = \frac{3 \times 27}{5} = 16\frac{1}{5}.$$

**Seletus.** Wäga tähtjas on iseäranis edespidiſele kolmeliikme arwamiſele, et häſte oſawalt ſarnasi kaswatusi nagu ſiin murrujoone pääl ſeiſab oſkatakse lühendada. — Et lühendamine wäljatuleku hinda ei muuda, on enne tääda, et ta aga rehendamise tööb wäga ſergitab, on näha; ſee-päraſt ſündigu lühendamine enne kaswatuse kokkuwõtmiſt, nagu ikka — ſel kombel, et ühiſed kaswatavad jagamiſe

läbi nimetajatest ning lugejatest ära jäetakse; nõnda siin:  
 $\frac{11}{55}$ =difu ajemele kirjutasime  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{5}{10}$ =difu ajemele  $\frac{1}{2}$  n. n. e.  
 funni antud arvud  $\frac{3 \times 27}{5}$ =difuks kokku sulastivad.

## § 40.

Millal kasvatatakse wõi jautatakse.

- a.  $\frac{5}{6}$  aastat, mitu päewa? 1 aasta = 12 kuud,  $\frac{1}{6}$  aastat = 2 kuud,  $\frac{6}{6}$  a. =  $5 \times 2 = 10$  k. — 1 kuu = 30 p., 10 kuud = 300 päewa. (Mlandamine).
- b.  $2\frac{2}{5}$  ₮, mitu leifikat? 1 ₮ =  $\frac{1}{20}$  leifikat,  $\frac{1}{5}$  naela on  $\frac{1}{5} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{100}$  leifikat ning  $2\frac{2}{5}$  ₮ ehk  $2\frac{4}{10}$  ₮ on  $12 \times \frac{1}{100} = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$  leifikat. (Mlandamine.).
- d. Toomas sai 30-nest perkapunnast 15 punnast  $\frac{2}{3}$ =difu; kui palju see on? 3-mas jagu sest on 10 prkp. 5 pnd., 2 korda 3-mas jagu on seega 20 prkp. 10 pnd. (Kasvatamine ning jautamine.)
- e.  $16\frac{1}{2}$  naela anti 5-le mehele ühewõrra; palju saab iga-mees?  
 $\frac{1}{5} | 16\frac{1}{2}$  naelast = 3 ₮;  $1\frac{1}{2}$  ₮, mis üle jäi = 48 loodi;  
 $\frac{1}{5} | 48$  loodist = 9 loodi; 3 loodi, mis üle jäi = 12 kwentinit;  
 $\frac{1}{5} | 12$  kwentinist =  $2\frac{2}{5}$  fw. Seega  $\frac{1}{5} | 16\frac{1}{2}$  n. = 3 ₮ 3ld.  $2\frac{2}{5}$  fw. (Jautamine.)

g. Muuda  $3\frac{1}{5}$  wersokit kirjalikult penikoormateks.

1 Wäljarehkendamise kirjalik nägu.

$$\frac{18}{5 \times 18 \times 3 \times 500 \times 7} = \frac{1}{52500} \text{ penikoormat.}$$

Seletus. Waata § 14 üleüldine juht ning § 39 üleüldine juht, b. (Mõistlik rehkendaja lehek. 233.)

h. a) 1 ₮ maksab  $\frac{3}{4}$  rbl.; mis maksab seda mööda  $\frac{5}{6}$  ₮?  
 b)  $\frac{5}{6}$  ₮ maksab  $\frac{3}{5}$  rubla; mis maksab 1 ₮?

Kostus. a) Kui 1 ₮  $\frac{3}{4}$  rbl. maksab, siis maksab

$\frac{1}{6}$  ₮ 6-da jau sest hinnast, see on  $(\frac{3}{4 \times 6} =)$   $\frac{1}{8}$  rbl., seega  $\frac{5}{6}$  ₮.  $5 \times \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$  rbl.

b) Kui  $\frac{5}{6}$  ₮  $\frac{3}{5}$  rubla maksab, siis maksab  $\frac{1}{6}$  ₮ selle hinna 5-da jau, see on  $\frac{3}{25}$  rbl.,  $\frac{6}{6}$  ₮ ehk 1 täis nael

massjab 6 korda nii palju  $= 6 \times \frac{3}{25} = \frac{18}{25}$  rbl. ehk 72 kopikat.

- i. Sga asi kaalub wee sees enam kui õhus. Marmoril kiwi kaalub oma raskusest wee sees  $\frac{4}{11}$ ; kui raske on seega marmoril tükki, mis wee sees 14  $\bar{w}$  21 loodi kaalub?  $\frac{4}{11}$  kaub marmoril raskusest wee sees ära, seega on 14  $\bar{w}$  21 loodi paljas  $\frac{7}{11}$  muudu raskusest. Dns  $\frac{7}{11}$  marmorist 14  $\bar{w}$  21 loodi, siis on  $\frac{1}{11}$  takt 2  $\bar{w}$  3 loodi, seega  $\frac{11}{11}$  ehk marmoril tõsine raskus  $11 \times 2 \bar{w} 3$  loodi  $= 22 \bar{w} 33$  loodi  $= 1 \bar{w} 3 \bar{w} 1$  lb.

### Kolmas samm: Jagamine.

#### § 41.

Rudas jagatakse.

- a) Ülesanded. 1)  $\frac{8}{9} : \frac{2}{9} = ?$   $2 : 3 = ?$   $\frac{2}{15} : \frac{4}{15} = ?$   
 2)  $\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = ?$   $2\frac{5}{6} : 2\frac{1}{3} = ?$   
 3)  $\frac{5}{6} : \frac{3}{4} = ?$   
 4)  $356\frac{2}{3} : 4\frac{1}{2} = ?$

- b) Väljarehkendamise viisid.

- 1) Ühenimelised jagatakse ükstoise sisse.

Ettewalmistusest on meil täada, et  $\frac{2}{9} | \frac{8}{9}$  sisse niisamma palju kord läheb nagu  $2 | 8$  sisse, see on 4 korda. — 3-mas jagu 2-hest on  $\frac{2}{3}$ , seega: 3 läheb 2-he sisse ka  $\frac{2}{3}$  korda, see tähendab: Kui kolme kolmendik 2 korda võetakse, jääb 2.  $\frac{4}{15} | \frac{2}{15}$  sisse nagu  $4 | 2$ -he sisse  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  korda.

Juht. Ühenimelised murrud jagatakse ükstoise sisse kui nende lugejad ükstoise sisse jagatakse.

- 2) Võõranimelised tehakse ennemine ühenimeliseks ning jagatakse siis nagu punkt 1) all:  $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ ,  $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ ;  $\frac{8}{12} | \frac{3}{12}$  sisse  $\frac{3}{8}$  korda, seega  $\frac{2}{3} | \frac{1}{4}$  sisse ka  $\frac{3}{8}$  korda. Segamurrud muudetakse pääst ning kirjalt enne jagamist liigmurdudeks:  $2\frac{5}{6} = \frac{17}{6}$ ,  $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3} = \frac{14}{6}$ ;  $\frac{14}{6} | \frac{17}{6}$  sisse  $\frac{17}{14} = 1\frac{3}{4}$  korda.

3) Kga ka ilma ühenimeliseks tegemata võib arvu 1-he ning algmurru abiga võrdanimelised / murrud üksteisele sisse jagada:  $\frac{3}{4} \mid \frac{5}{6} = ?$

Ennemine tuletame meele, et murd jagajaks üksnes mõõtmist võib tähendada.

a) 1 läheb  $\frac{5}{6}$  sisse  $\frac{5}{6}$  korda.

$$\frac{1}{4} \text{ " } \frac{5}{6} \text{ " } 4 \times \frac{5}{6} = \frac{10}{3}.$$

$$\frac{3}{4} \text{ " } \frac{5}{6} \text{ " } \frac{1}{3} \times \frac{10}{3} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9} \times.$$

b)  $\frac{3}{4}$  on 1 sees  $\frac{4}{3}$  korda, seega  $\frac{5}{6}$  sees  $\frac{5 \times 4}{6 \times 3} = 1\frac{1}{9}$  korda.

d) 3 " 5 "  $\frac{5}{3}$  korda.

$$3 \text{ " } \frac{5}{6} \text{ " } \frac{5}{3 \times 6} \text{ korda.}$$

$$\frac{3}{4} \text{ " } \frac{5}{6} \text{ " } \frac{4 \times 5}{3 \times 6} = 1\frac{1}{9} \text{ korda.}$$

d) Kes teravaste iseäranis viimse väljarehendamise viisi pääle vastab, see näeb, et üsna loomulikult kombel ning iseenesest jagamine ennast kasvatamiseks ümber muudab, ning jagaja ennast ümber pöörab  $\frac{5}{6}$ :  $\frac{3}{4}$ -dikust sai välja-rehendamise teel  $\frac{5 \times 4}{6 \times 3}$ . Seega võime omale nobeda ning kirjaltiku rehendamise tarvis juhiks võtta: Pööra jagaja ümber ning kasvata.

4) Jagamise kirjaltik nägu.

**Saadus.** Täisarvud ning segamurrud muudetakse ümber.

$$\frac{1070}{3} \cdot \frac{9}{2} = \frac{1070 \times 2}{3 \times 9} = \frac{2140}{27} \left| \begin{array}{l} 2140 \\ 189 \\ \hline 250 \\ 243 \\ \hline 7/27 \end{array} \right.$$

## § 42.

Millal jagatakse.

a) Kga kooli laps sai  $\frac{3}{4}$  raamatut paberit kingituseks; mitu last oli, sest et 24 riisi ära kingiti?

W. Kui mitu korda  $\frac{3}{4}$  raamatut, nii mitu korda üks foolilaps. 24 riiji = 480 r. ehk  $640 \times \frac{3}{4}$  r. Seega oli 640 laji.

b)  $265\frac{1}{5}$  tundi, mitu päeva?

W. Kui mitu korda 24 tundi, nii mitu päeva.  $265\frac{1}{5}$  t. =  $264$  t. +  $\frac{6}{5}$  tundi.  $264$  t. =  $11 \times 24$  t.,  $\frac{6}{5}$  t. =  $\frac{1}{20} \times 24$  t. Seega:  $265\frac{1}{5}$  t. =  $11\frac{1}{20}$  t.

d) Arwa kirjalikult wälja, mitu korda 3 ff.  $2\frac{1}{5}$  ff. | 7 ff.  $7\frac{1}{10}$  farnitsašt maha arwata wõib?

W. 5 ff.  $2\frac{1}{5}$  ff. =  $13\frac{1}{5}$  ff. — 7 ff.  $7\frac{1}{10}$  ff. =  $63\frac{1}{10}$  ff.

$$\frac{631 \cdot 131}{10 \cdot 5} = \frac{631 \times 5}{10 \times 131} = \frac{631}{262} = 2 \frac{107}{262} \text{ korda.}$$

e) Isearanis tähtjad mõistuse harijad on 9 jagamise küsimust. (Waata Mõistlikus rehkendajas lehel. 239).

### § 43.

Raswatamine on jagamise, jagamine raswatamise proow.

### § 44. (Liija)

Kümnendimurrud.

Dma sündimise ning oleku läbi, millest § 31-ses kõnelesime, langewad kümnendimurrud kõigiti harilikude murrude ning täisarwude sääduste walitjuse alla, muudku et murrukoma kohta tähele panna tuleb. Ta on ikka murrude ning täisarwude lahutaja. Saagu mõnest näitusest:

Näitus 1. Kõkkuarwamine.

a) Ülesanne. Arwa koku:  $2,59 + 7,942!$

b) Wäljarehkendamine. 2,59

7,942

---

10,532

d) Seletus. Waata § 36 ning 6.

## Näitus 2. Mahaarvamine.

a) Ülesanne.  $3,56 - 0,98723!$ b) Wäljarehkendamine.  $3,56000$  $0,98723$  $2,57277$ 

d) Seletus. Waata § 36, § 8 ning § 33, d.

## Näitus 3. Kaswatamine.

a) Ülesanne.  $0,007 \times 0,5 = ?$ b) Wäljarehkendamine.  $0,5$  $0,007$  $0,0035$ 

d) Seletus. Siin kästakse kümneidüfusid tuhandidüfistega kaswatada, seega peawad kümne-tuhandidüfised ümuma (sest  $10 \times 1000 = 10000$ ), seega peab kaswatusel 4 murru kohta olema, see on just nii palju nagu antud kaswatawatel kokku. Sest langeb wälja:

e) Suht. Kümneidüfmurdude kaswatusele antakse niipalju murru kohta nagu kaswatawatel, neid kokku on.

## Näitus 4. Jagamine.

a) Ülesanne.  $5,32 : 0,9$ .

b) Wäljarehkendamine.

 $9 \overline{) 53,2} \mid 5,91111 \dots$  $45$  $82$  $81$  $10$  $9$  $10$  $9$  $10$  $9$  $10$  $9$ 

d) Seletus. Enne jagama hakkamist kautatakse jagaja koma ära, seega wõetakse siin 0,9 asemel 10 korda suurem arv 9, et aga wäljatulek sekskümneks jääks, tuleb ka jagatava koma § 13-ne õpetuste järele üks koht paremale kirjutada. Nüüd jagatakse  $9 \overline{) 53,2}$ -he sisse nagu täisarwude sisse, muudku et koma jalku kirjutatakse, kus terwed lõppefiwad. 1 üheline muudeti 10-neks kümneidüfusiks, 1 kümneidüfusine 10-neks sajandidüfusiks, n. n. e.

Lisa 1. Iga harilik mure muudab ennast kinnendimurruks, kui ees minijal wiisil nimetaja lugeja sisse jagatakse, sest?

Lisa 2. Waata Wõistl. reh. lehek. 246, II.

b. 33 § 45.

### Tänuiste õpetuste sidumine.

- a) Ülesanne. Suurde weetõrde kallab 3-me toru läbi wet. Toru I täidab tõrre 16 tunniga, toru II 24-ja, toru III 48 tunniga, aga aul tõrre põhjas wiib tõrre 12 tunniga tühjaks. Kui nüüd kõi 3 toru ühe korraga täitma ning aul tühendamata panna, mitme tunni pärast saab siis tõrs täide? (Reedülesanne.)
- b) Wäljarehendamine.

Toru I täidab tunniga  $\frac{1}{16}$  tõrt.

„ II „ „ „ „  $\frac{1}{24}$  „ „

„ III „ „ „ „  $\frac{1}{48}$  „ „

Kõik kolm toru täidawad seega tunniga  $\frac{6}{48}$  tõrt, aul wiib tunniga  $\frac{1}{12}$  tõrt tühjaks, seega tõuseb tunniga  $\frac{6}{48} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$  tõrt wet täide.

Et seega kõi tõrs ääre taja täis saaks, läheb 24 korda nii palju aega ära, see on 24 tundi.

45	
28	
81	
10	
e	
10	
e	
10	
e	
10	
e	

## Kolmas osa: Tarwitatud täisarvud ning murrud.

Esimene peatükk: Kolmeliikme arvamine.

### § 46.

Rubas kolmeliikme arvamist tehakse.

#### A. Pääft.

a) Ülesanded.

- 1)  $5\frac{3}{4}$  ₮ maksab  $11\frac{1}{2}$  kop.; mis maksab  $3\frac{2}{7}$  ₮?
- 2) Voorimehel on nii palju kaeru, et ta  $1\frac{7}{9}$  kuud oma hobused jõuab toita, kui ta neile  $6\frac{3}{4}$  külimittu päewas ära söötab; kui kaua ta seega läbi ajab, kui ta neile  $1\frac{1}{6}$  külimittu päewas annab?
- 3) 4 naest teenivad 6 päewaga 8 rubla; kui palju seda mööda 12 naest 3-me päewaga?
- 4) Kui 5 meest päewas 16 tundi tööd teevad, saab maja-parandamine 4 nädalaga walmis; mitu nädalat peakfiwad seda mööda 10 meest, kes 12 tundi päewas teevad, selleksama töö kallal ära kulutama?

b) Wäljarehkendamise wiisid.

#### 1.

Esialt muudame segamurrud liigmurdudeks, sest siis on hõlpsam rehkendada, seega:  $2\frac{3}{4}$  ₮ maksab  $2\frac{3}{2}$  kop.; mis  $2\frac{3}{7}$  ₮? Nüüd läheme esimese liikme päält ta algusmuru pääle:  $2\frac{3}{4}$  ₮ maksab  $2\frac{3}{2}$  kop.,  $\frac{1}{4}$  ₮ maksab selle hinna 23-mändiku ehk  $\frac{1}{2}$  kop. — Algusmuru päält saab kergeste 1-he pääle:  $\frac{1}{4}$  ₮ maksab  $\frac{1}{2}$  kop., 1 ₮ maksab  $4 \times \frac{1}{2} = 2$  kop. Nüüd astume 1-he päält kolmanda liikme algusmuru pääle: 1 ₮ maksab 2 kop.,  $\frac{1}{7}$  ₮ maksab selle hinna  $\frac{1}{7}$ , see on  $\frac{2}{7}$  kop. — Wiimaks kolmanda liikme algusmuru päält ta enese pääle:



kui  $\frac{1}{7}$   $\text{R}$   $\frac{2}{7}$  kop. maksab, siis maksab  $\frac{23}{7}$   $\text{R}$ , sest et  
ta  $23 \times \frac{2}{7}$  kop. maksab, just  $6\frac{4}{7}$  kop.

Seega:  $\frac{3^2}{7}$   $\text{R}$  maksab  $6\frac{4}{7}$   $\text{k.}$ , see on umbes  $6\frac{1}{2}$  kop.

2.

Just nagu punkt 1-ke all:

Antakse  $\frac{27}{4}$  külimitu päewas, saab  $\frac{16}{9}$  kuud läbi, — kui  
aga paljalt 1 weerand külimitu päewas antakse, siis peab  
toit 27 korda kauemine ehk 48 kuud ulatama, antakse  
aga  $\frac{4}{4}$  ehk 1 terve külimitu päewas, peab toit 4 korda  
nii nobedaste, see on 12-ne päewaga lõppema. — Antakse  
paljalt  $\frac{1}{6}$  külimitu päewas, siis peab toit 6 korda nii kaua,  
see on 72 kuud ulatama, et aga  $\frac{7}{6}$  külimitu päewas  
antakse, lõpeb toit selle aja 7-dikuga, see on  $10\frac{2}{7}$  kuuga.

3.

Siin on meil 2 kolmeliikme arwamist, mis ühels kogu  
sulatud, järke mööda wäljarehkendada:

4 naest teenivad 6 päewas 8 rubla; seega:

1 naene teenib 6 päewas selle raba  $\frac{1}{4}$  ehk 2 rbl; seega:

12 naest teenivad 6 päewas selle raba 12-nefordse ehk 24 r.; seega:

12 naest teenivad 1 päewas selle hinna  $\frac{1}{6}$  ehk 4 rbl.; seega:

12 naest teenivad 3 päewas selle hinna 3-mefordse ehk 12 rbl.

4.

Kui 5 meest — igaüks päew. 16 t. teeb — läheb 4 näd. aega.

„ 1 mees päewas 16 „ „  $5 \times 4 = 20$  n. aega.

„ 1 „ „ 1 „ „  $16 \times 20 = 320$  n. a.

„ 10 meest — igaüks päew. 1 „ „  $\frac{1}{10} | 320$ -nest näd. =  
32 näd. aega.

„ 10 „ „ „ 12 „ „  $\frac{1}{12} | 32$  nädalast =  
 $2\frac{2}{3}$  näd. aega.

**Täh.** Üleselle waata § 16, § 25 ning § 40.

d) Nende wäljarehkendamise wiiside seest saame 3 järgmist juhti,  
mis ka kirjaliku kolmeliikme arwamise kohta maksawad:

1) Esimese liikme päält minnakse 1-ke pääle, 1 päält  
— kolmanda pääle; n. n. e. nii kaua kui toit antud liik-  
med wäljarehkendusets on kogu sulanud.

2) aga enne arvamise hakatust ühendatakse segamurrud liigmurdudeks, mitmeliikmelised nimega arvud üheliikmeliseks, ühesugused liikmed ühenimeliseks.

(b) 3) Kolmeliikme arvamistes üksteisega seutud suurused on mõni kord jeda loomu, et mida enam või vähem ühest jeda enam või vähem ka teisest võtta tuleb; — mõni kord jälle jeda loomu, et mida enam või vähem ühest jeda vähem või enam teisest võetakse. Seda tuleb kaaludes teravaste tähele panna.

## B. Kirjalikult.

a) Ülesanded.

1) Kaupmees Teber ütles oma poisile: „Sile ma sain 20 prkp. 3  $\mathcal{H}$  kaupa laewa päält ning maksin 200 rbl. 70 kop. wedamise eest, täna ma sain 95 prkp.  $15\frac{1}{2}$   $\mathcal{H}$ ; rehenda ruttu wälja mis jelle eest seega toomise raha tuleb maksta?”

2) 2 meest teewad, kui igalüks päewas  $8\frac{1}{2}$  tundi tööd teeb, 16-ne jala pikkuse müüri  $3\frac{1}{3}$  nädalaga walmis; palju aega läheb jeda mööda 6-el mehel 24-ja jala pikkuse müüri kallal, (kui pikkus ja laius endiseks jääb ning) kui igamees päewas  $9\frac{3}{4}$  tundi töös on?

b) Wäljarehendamise wiisid.

1) Laialine, seletaw wiis.

a. Walmista ette:

Esimene liige.

Kolmas liige.

20 prkp. 30  $\mathcal{H}$  = 8030  $\mathcal{H}$ .

95 prkp.  $15\frac{1}{2}$   $\mathcal{H}$  =

38015  $\frac{1}{2}$   $\mathcal{H}$  =

Alguoliige.

76031  $\mathcal{H}$ .

200 r. 70 k. = 20070 kop.

2

b. Sää üles:

Ringliikmed. 8030  $\mathcal{H}$  20070 kop.

76031

2

d. Loo üles:

Tõmma murrujoon: \_\_\_\_\_ ning kõnele:  
8030  $\mathcal{H}$  maksab 20070 kop. (mis joone pääle tuleb  
kirjutada, sest joone all ta oleks  $\frac{1}{20070}$ , waata punkt d)  
20070 kop.

1  $\mathcal{H}$  maksab selle hinna 8030-da jau, see on  $\frac{20070 \text{ f.}}{8030}$

$\frac{1}{2}$   $\mathcal{H}$  maksab selle hinna poole ehk  $\frac{20080 \text{ f.}}{8030 \times 2}$

aga 76031 poolt  $\mathcal{H}$  maksab ka 76031  $\frac{20070 \text{ f.} \times 76031}{8030 \times 2}$   
forða nii palju ehk

Ülesloode  $\frac{20070 \text{ f.} \times 76031}{8030 \times 2}$

e. Lühenda:

Et 20070-nel ning 8030-nel 10 ühiseks kaswatawks  
on, wõime ülesloode ajemele

$\frac{2007 \text{ f.} \times 76031}{803 \times 2}$  kirjutada.

g. Wõta kofku:

1) Eugejate kaswatus  $2007 \text{ f.} \times 76031 = 152594217 \text{ kop.}$

2) Nimetajate kaswatus  $803 \times 2 = 1606$

3) Pääkaswatus  $= \frac{152594217 \text{ kop.}}{1606}$

h. Muuda pääkaswatus ümber:

$\frac{152594217}{1606} \text{ f.} = 95015 \frac{127}{1606} \text{ f.} = 950 \text{ r. } 15 \frac{127}{1606} \text{ kop.}$

Wäljarehendus. Teder maksis 950 r. 15 f. wedamise eest.

2. Lühem wiis.  $= 300 \text{ r. } 70 \text{ f.}$

a. Ülesääb. 2 m. à  $\frac{1}{2}$  t. päewas 16 j.  $\frac{1}{2}$  näd.

6 " à  $\frac{3}{4}$  " " 24 " ?

d. Ülesloode, lühendus, kofkumõte, ümbermuude

$\frac{10 \text{ n.} \times 2 \times 17 \times 4 \times 24}{3 \times 6 \times 2 \times 39 \times 16} = 153/117 \text{ n. (wäljatulef).}$

**Seletus.** Et kolmeliikme arwamises seutawad arwud üksnes kaswatamise ning jagamise arwud on, oleme päästrehkendamises ära näinud. Et murdu kaswatatakse kui ta lugejat kaswatatakse, lugeja aga murrujoone pääl seisab, siis tuleb iga murdu kaswataja arw murrujoone pääle kaswatajaks kirjutada; et murdu jagatakse kui ta nime-tajat kaswatatakse, siis tuleb iga liige, millest mõistus ütleb, et temaga jagada tuleks, murrujoone alla kaswatajaks kirjutada:

a. Esimene paar liikmeid wiiaakse murrujoone külge.

2 meest pruugiwad, kui nad p.  $\frac{1}{2}$  t. tööd teewad, (6 j. müüri tegemiseks  $\frac{1}{3}$  n. aega,  
1 mees pruugib, kui ta "  $\frac{1}{2}$  " " " 16 j. " " "  $2 \times \frac{1}{3}$  n. a.  
(seega 2 murrujoone pääle).  
6 meest pruugiwad, kui nad "  $\frac{1}{2}$  " " " 16 j. müüri tegemiseks selle aja  $\frac{1}{2}$ ,  
(seega 6 joone alla).

b. Teine paar liikmeid murrujoone külge.

Nii palju aega, nagu siit saabid murrujoone küljes seisab, pruugiwad 6 meest kui nad  $17\frac{1}{2}$  t. päewas teewad, kui nad 1-he tunni päewas teeksiwad siis nad pruugiksiwad  $17\frac{1}{2}$  korda nii palju aega, seega 17 pääle, 2 alla joont. Kui nad  $\frac{1}{4}$  tundi p. teeksiwad, läheks 4 korda nii kaua aega (seega 4 murrujoone pääle), aga et nad  $39\frac{1}{4}$  tundi päewas teewad saab töö selle aja  $\frac{1}{39}$ -ditus walmis, (seega 39 alla.)

d. Kolmas paar liikmeid.

Nii palju aega nagu nüüd jo murrujoone küljes seisab, läheb ära, kui müür 16 jalga pikk on, kui ta aga 24 jalga pikk on, läheb  $2\frac{4}{16}$  korda nii palju aega.

d) Üleüldine juht ning jäämus. Ülesäus kirjutatakse ühenimeliseb liikmed üksteise alla, algusliige enamiste wiimati. Liige haawalt tuuakse kõik antud küsi- ning tingliikmed murrujoone külge. Päästrehkendamises seuti warsti ühte, mis ühte siduda tuli, kirjalisus jääwad arwud, nii kaua lõtku wõtmata, kuni kõik ülesloomise waral murrujoone külge on saanud.

## § 47.

Millal kolmeliikme arvamist tarwis läheb.

a) Ülesanne. 600 kroonumeest peavad linna ümber walli tegema, mis tööga nad 24 nädala 3 päewa jooksul wõiwad walmis saada. (1 n. = 6 päewa.) Aga kuningas soowis, et töö nobedamine lõpetaks ning saadeti seepärast 3 n. 4 p. pärast weel 150 meest juure ning 3 n. 5 p. pärast seda weel 405 meest; kui palju aega seega ülepää selle töö kallal ära kulus?

b) Wäljarehendamine.

1) Suhataja mõte. Siin küsitakse palju aega ülepää walli tegemise kallal ära kulus. Esite teewad 600 meest tööd, siis  $600 + 150 = 750$  m., siis  $750 + 405 = 1155$  m. Mitu päewa teeb iga liik mehi tööd, seep see küsimus on. Esimene liik teeb 3 n. 4 p., tõine 3 n. 5 p. nagu ülesanne ütleb; kui kaua kolmas liik töös on, tuleb otsida.

2) Eetwalmistus. 24 n. 3 p. = 147 p.

3) Abiülesanne. 600 meest oleksiwad 147 päewa sees antud töö walmis teinud, aga 22 päewa pärast, see oli siis kui 600-jal mehel weel 125 päewa oli teha, saadeti 150 meest juure ning nüüd tuleb otsida, kui kaua need 750 meest tööd peawad tegema, et wall walmis saaks?

Rostus. 100 päewa.

4) Pääülesanne. Aga kui 750-nel mehel weel 100 p. ÷ 3 n. 5 p. see on 77 päewa oli teha, anti 405 meest weel abiks; kui kaua nüüd 1155-el mehel seda mööda aga läheb?

Rostus. 8 nädalat 2 päewa.

5) Otsuswäljatulek. Esimene liik tegi 3 n. 5 p., tõine 3 n. 5 p., kolmas 8 n. 2 p., seega on ühte-kokku walli kallal 15 n. 5 päewa töös olnud.

**Tõine püütüff:** Kolmeliikme arvamine mõne  
tõise nime all.

**Esimene samu:** Rahakaswu arvamine.

**Seletus.** Palk mis laenuandja laenuwõtja käest wälja  
laenatud wõi laenatawa raha ehk kapitali eest saab nimeta-  
takse kasuks; ühel aastal 100 rbl. päält saadud kasud (wõi  
kahjud) hüüatakse protsentideks ( $\%$ ).

**§ 48.**

Kudas ning millal rahakaswu arvamist tehakse.

A. P ä ä ft.

a) Ülesanded.

1. Protsendid otsitakse.

1) Mitme prots. pääl on 400 r. wäljas, kui ta a. 28 r. kasu toob?

2) " " " " " " 400 " " " " " " 5 " " 140 " " "

2. Kapital otsitakse.

1) Kui suur see kapital on, mis aastas  $5\%$  pääl 55 rbl.  
kasu toob?

2) Määrane kapital toob 4 aast.  $5\%$  pääl 800 r. kasu?

3. Kasud otsitakse.

1) Mitu r. sai peremees Jüri oma 520 r. eest  $5\%$  pääl aastas?

2) " " " " " " 520 " "  $5\%$  "  $7\frac{1}{2}$  a.?

4. Neg otsitakse.

Mitme aastaga toob 400 rbl.  $5\%$  pääl 60 rbl. kasu?

b) Wäljarehendamise wiisid.

1. Protsendid leitakse.

1) 400 rbl. päält saab 28 rbl., seega 100 rbl. päält  
 $\frac{28}{4} = 7$  rbl., seega  $7\%$ .

2) 5 aastaga saab 140 rbl., 1 aastaga  $\frac{140}{5} = 28$  r.  
— 28 rbl. saab 400 rbl. eest, 100 rbl. eest saab  
 $\frac{28}{4} = 7$  rbl. kasu, seega  $7\%$ .

2. Kapital leitakse.

1) 5 rbl. kasu saab 100 rbl. päält. Kui mitu korda

5 rbl. kasu saajaſe, nii mitu korða peab 100 rbl. kapitali olema.  $55 \text{ rbl.} = 11 \times 5 \text{ rbl.}$ , ſeega oli  $11 \times 100 = 1100 \text{ rbl.}$  kapitali.

- 2) Kui 4 aastaga 800 rbl. kasu saab, ſaab 1 aastaga  $800/4 = 200 \text{ rbl.}$  kasu. Aga mitu rubla kapitali ſeſs peab olema? Et 5 rbl. kasu ſaaks, peab 100 rbl. kapitali olema, (kui mitu korða 5 rbl. kasu wõetakſe, nii mitu korða peab 100 rbl. kapitali olema) —  $200 \text{ r.} = 40 \times 5 \text{ r.}$ , ſeega oli  $40 \times 100 = 4000 \text{ r.}$  kapitali.

### 3. Kasud leitakſe.

- 1) 100 rubla päält ſaab 5 rubla, 500 rbl. päält ſaab  $5 \times 5 = 25 \text{ r.}$ , 20-ne rbl. päält ſaab 1 r. aastas. Seega ſaab Jüri 520 rbl. päält 26 rbl. kasu. See ta ſaab aastaga ſeega
- 2)  $7\frac{1}{2}$  ehk  $15/2$  aastaga  $15/2 \times 26 = 195 \text{ rbl.}$  hõb.

### 4. Teg leitakſe.

100 r. toob 5 rbl. kasu, 400 r. toob  $4 \times 5 = 20 \text{ r.}$  kasu, 20 rbl. ſaab 1 aastaga, 60 rbl. ſaab ſeega 3-me aastaga (ſest  $60 = 3 \times 20$ ).

- d) Üleüldine juht. Rahakaswu arwamine on kõigiti kolmeliikme arwamine. — Seepärast wõib

## B. Kirjalik

rehkendamine ka ühe ainſa näitufega rahul olla.

- a) Ülesanne. Mäherdune  $4\frac{1}{2}$  protſendiline kapital kannab  $3\frac{1}{4}$  aastaga niisama palju kasu, nagu 6900 r.  $2\frac{1}{4} \%$  pääl  $8\frac{2}{3}$  aastaga?

- b) Wäljarehkendamine.

- 1) Ülesſaad.  $\frac{9}{4} \%$  ihaldab  $\frac{26}{3}$  a. 6900 r. kapitali  $\frac{9}{2} \%$  "  $\frac{13}{4}$  " ?

- 2) Ülesloobe  $\frac{6900 \times 9 \times 2 \times 26 \times 4}{4 \times 9 \times 3 \times 13} = 9200 \text{ rbl.}$   
wäljatuleſ

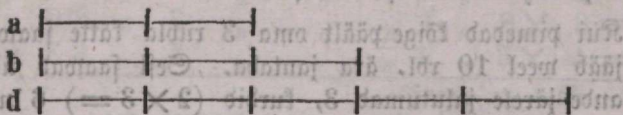
Kaalumine ülesloomiſes. Mida wähem protſentifi, ſeda enam olgu kapitali. Mida wähem wõi enam aastaid, ſeda suurem wõi wäiksem olgu kapital, mis needſammad kasud tahab kanda.

## Tõine samm: Osa arvamine.

### § 49.

Rubas ning millal osaarvamist tehakse.

#### a) Seletuseb.



- 1) Kui joone (või arvu või asja) a sees 2 nii suurt jagu on nagu joone b sees neid 3, siis võibda see rehkendamise keeles: a on b vastu nagu 2 kolme vastu ning kirjutatakse:  $a : b = 2 : 3$ . — Kui d sees 5 niisugust jagu (ühesuurst nagu a sees 1, nagu b sees 3, siis võibda see rehkendamise keeles: d on a on b vastu nagu 5 on 2-ke on 3-me vastu ning kirjutatakse:  $d : a : b = 5 : 2 : 3$ .
- 2) Arvud, mis ütlevad kui suured juurused: üksteise vastu ehk kohta on hüütakse osakuulutajateks:  $a : b = 2 : 3$ , siin on a ning b osakuulutajaks 2 ning 3. Arvamine mis antud arvu osakuulutajaid mööda õpetab ära jautama, hüütakse osa arvamiseks.

**Täb.** Jaud on itta ühesuursed, osad (enamiste) mitesuursed: 6.e jaud on  $3 + 3$ , 6.e osud  $2 + 3 + 1$ .

#### b) Ülesanded.

- 1) Sandilaekas oli 13 rubla. Seft anti pimedatele kõige päält 3 rbl., mis üle jäi, jautati nõnda ära, et jalgutunud 3 osa, kurbid poole enam, aga pimedad veel niipalju said nagu jalutumad ning kurbid koku; kui palju seega iga liik sai?
- 2) 27 õuna jautati nõnda kahte osasse, et tõine osa tõise vastu oli nagu  $\frac{1}{4} : \frac{1}{5}$ ; kui palju seega iga liik sai?
- 3) 24-jast rublast anti tõine osa Marbile, tõine Zuhani, aga Zuhani osa viievõrdne oli Marbi osa kolme võrdse suurune; palju kumbki saanud oli?





Siit on näha, et kui joone a joone b  $\frac{3}{5}$ -kõrguga ühesuurune on, et siis joone a sees 3 niisugust jagu on, nagu joone b sees neid 5, seega on  $a : b = 3 : 5$ . (Tähtjas).

4) A	5	felli	10	päeva	on	nagu	ta	1	fell	$5 \times 10 = 50$	p.
B	7	"	2	"	"	"	"	1	"	$7 \times 2 = 14$	"
D	8	"	3	"	"	"	"	1	"	$8 \times 3 = 24$	"
E	3	"	4	"	"	"	"	1	"	$3 \times 4 = 12$	"

Seega on kogu 100 p., mis selle töö kallal töös olid ning mis eest 100 rbl. saadi; seega saadi 1-he päevaga 1 rbl.

A saab seega  $50 \times 1 = 50$  rbl.

B " "  $14 \times 1 = 14$  "

D " "  $24 \times 1 = 24$  "

E " "  $12 \times 1 = 12$  "

**Kolmas päättüff: Mõned isesugused teerdülesannete väljarehendamise viisid.**

### § 50.

#### 1.

a) Ülesanne. Kaupmees Niil ostis Põdra käest maja, mis 3000 rbl. tuli maksma. Sest rahast pidi Niil 1000 rubla varsi, 1500 rbl. 6-e kuu pärast, 500 rbl. 9 kuu pärast välja maksma; millal on nende kolme summa tehtähtpäev? see tähendab: millal võib Niil kõik oma võla (3000 r.) ühe korraga ära maksta nõnda et kumbki kahju ei saa?

b) Väljarehendamine. Niilil on luba 15 sada rubla 6 kuud pidada, seega oleks tal luba 1 sada rubla  $15 \times 6 = 90$  kuud oma kasuks pruukida; Niilil on üle selle veel luba 500 rbl. 9 kuud omale kasu kanda lasta, see on niisamma palju nagu 100 rbl. 45 kuud.

Miilil on seega luba 1 sada r.  $90 + 45 = 135$  kuub  
 oma kääs pidada, seega 3000 r.  $\frac{1}{30} \times 135 = 4\frac{1}{2}$  kuub.

a) Ülesanne. Peeter peab 500 rbl. 3-me kuu pärast ära  
 maksma, aga ta maksab varsi 200 rbl. ära; millal  
 võib võlaisand jätist tagasi pärima hakata.

b) Väljarehendamine.

500-ja r. kasud 3 kuub on nii suured nagu 100 rbl.  
 kasud 15 kuub (kui protsendid ühekõrgused on), seega  
 võib Peeter 100 rbl. 15 kuub oma kasuks pruukida,  
 seega  $(500 - 200) 300$  r.  $\frac{15}{3} = 5$  kuub. — (Täht-  
 päwa arvamine).

3.

a) Ülesanne. Kui palju wet peab viinapruul 24-ja  
 toobi 60-ne kraadilise piirituse seest lastma ära aurata,  
 sest et piiritus 90-ne kraadiliseks peab tõusma?

b) Väljarehendamine. 24-ja toobi sees on 60 osa  
 piiritust, seega 40 osa wet, see on lühimine ütelda:  
 3 osa piiritust 2 osa wet, seega kokku 5 osa, — 1 osa  
 on seega  $\frac{2^4}{5} = \frac{4^4}{5}$  toopi, seega 3 osa — see on  
 piirituse kogus  $= 3 \times \frac{4^4}{5} = \frac{14^2}{5}$  toopi, seega wet  
 $2 \times \frac{4^4}{5} = \frac{9^3}{5}$  toopi. — Pärast wee äraauramist  
 peab ülesande tahtmise järele 90 osa selget piiritust,  
 seega 10 osa wet üle jääma, see on lühemine ütelda:  
 9 osa piiritust ning 1 osa wet. Piiritust jääb aga  
 $\frac{14^2}{5}$  toopi üle, seega 9 osa  $= \frac{14^2}{5}$  toopi, 1 osa  
 $= \frac{1^3}{5}$  toopi. — 1 osa wet, see on  $\frac{1^3}{5}$  toopi tohib  
 pärast äraauramist veel segatuses olla, enne oli  $\frac{9^3}{5}$  toopi  
 wet, seega peab  $(\frac{9^3}{5} - \frac{1^3}{5}) = 8$  toopi wet ära  
 aurama.

4.

a) Ülesanne. Mil kombel võib kaupmees N. 3 liiki  
 kaupa: A 2 kop.  $\mathcal{H}$ , B 5 f.  $\mathcal{H}$ , D 6 f.  $\mathcal{H}$  segada, et  
 1  $\mathcal{H}$  segatust 4 kop. maksaks?

b) Väljarehendamine. Võtame muude umbes igast  
 liigist 1-he naela (-osa) ning võrdleme tema hinna wahel-  
 ligi hinnaga (see on 4 kopifuga) siis on näha, et:

A jätab 2 kop. sääatud hinnast (= 4-jast kop.) puudu  
 B annab 1-he " " " " " rohkem  
 D annab 2 " " " " " rohkem.  
 Seega saame sel viisil 2 kop. puudust ning ( $1 + 2 =$ )  
 3 kop. rohkust. Et nüüd rohkus puuduse äratajaks ning  
 see läbi wähe liigi hind õige koha pääle lähets, peame  
 2 kop. puudust 3 korda wõtma ning 3 kop. puudust  
 2 korda, see on kokku 0. See sünnib aga, kui wõtakse:

Puuduse tegijast: A liigist 3 oja

Rohkuse toojast: B " 2 " (H) niisamuti

" " D " 2 " (H)

Proow. 3 H A liigist maksab  $3 \times 2 = 6$  kop.

2 H B " "  $2 \times 5 = 10$  "

4 H D " "  $2 \times 6 = 12$  "

7 H maksab seega . . . 28 kop.

1 H " " " 4 l., nagu kästi.

**Täh.** Kus selle asja üle sügawamat õpetust nõuab,  
 waadaku Mõistlikust rehkendajast lehekülg 311 järele.

### 5.

a) Ülesanne. 10 tüdrukut jõuawab sãrgid 12-ne, aga  
 8 tõist tüdrukud needsammad sãrgid 20-ne päewaga wal-  
 mis õmelda. Tõisest liigist pannaakse 6 tüdrukut õmblema;  
 mitu tuleks neile esimesest liigist abiliseks wõtta, et tõõ  
 16-ne päewa jooksul lõpeks?

b) Wäljarehkendamine. 10 tüdrukut esimesest liigist  
 teewad tõõ 12 päewaga walmis, 1 tüdruk teeks seega  
 see tõõ 120-ne päewaga walmis, seega teeks 1 tüdruk  
 sest tõõst 1 päewaga  $\frac{1}{120}$  ära, seega 16-ne päewaga  
 $\frac{16}{120}$  ehk  $\frac{2}{15}$ .

Tõisest liigist teeks 1 tüdruk päwas  $\frac{1}{160}$ , seega 16-ne  
 päewaga  $\frac{16}{160} = \frac{1}{10}$ , seega 6 tüdrukut  $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$   
 ära, seega jääb esimese liigi tüdrukute teha  $\frac{2}{5}$  antud tõõst.  
 1 esimese liigi tüdruk teeb 16-ne päewaga  $\frac{2}{15}$  tõõst  
 ära,  $\frac{2}{5}$  see on  $\frac{6}{15}$  see on  $3 \times \frac{2}{15}$  on weel teha,  
 seega lähed 3 tüdrukut esimesest liigist abiks wõtta.

6

a) Ülesanne. Pane 1 rubla 3-melistest ning 5-elistest kottu, nõnda et sa kottu 30 rahatükki võtad.

b) Väljarehendamine. Võtame katseks kõik 30 tükki viielisi, saame  $30 \times 5 = 150$  kop., see on 50 kop. enam kui tohib. See rohkus alaneb, kui 1-he viielise tagasi anname ning 1-he kolmelise asemele võtame, iga kord 2 kop., ta peab 50 kop. alanema, seega tuleb 25 kolme list, seega 5 viielist võtta.

7.

a) Ülesanne. Wargale, kes 3 päeva à 6 penikoormat oli põgenenud, saadeti kohtu sulane järele, kes 9 penik. päewaga sõitis; millal sulane warga kätte saab?

b) Väljarehendamine. Waras on juba ( $3 \times 6 =$ ) 18 penikoormat linnast eemal. Kui sulane ka 6 penik. nagu waras edasi läheks, siis nad jääksiwad ükskõik iganes 18 penikoormat eemale, aga sulane saab, sest et 9 penik. päewas sõidab, iga päewaga 3 penik. wargale ligemale, 18 wersta ta peab talle ligemale saama, seega kulub tal ( $18/3 =$ ) 6 päewa aega ära.

8.

a) Ülesanne. Mis arvule on se väljatuleku poolest ükskõik, kas sa talle 3 juure arwad, või teda 3-ga kaswatad?

b) Väljarehendamine. Selle arwu kolmewõrdne on seega nii suur nagu ta ühewõrdne  $+ 3$ , seega on selle arwu kahewõrdne 3, seega ta ühewõrdne ehk ta ise  $= 3/2 = 1\frac{1}{2}$ .

Proow.  $1\frac{1}{2} + 3 = 4\frac{1}{2}$ ,  $1\frac{1}{2} \times 3 = 4\frac{1}{2}$ .

9.

a) Ülesanne. Mitu isesuurust arwu võib sa kolme isesuuruse numbriga (1, 2, 3) kirjutada?

b) Väljarehendamine. 1-he numbriga võib ühe arwu kirjutada. Üksine number võib selle esimise ees või taga seista, seega võib kahe numbriga 2 isesuurust arwu kir-

jutada. Kolmas number wõib nende kahe numbri ees, wahel wõi taga seista, seega saab ühest — kahe numbriga kirjutatud — arwust jälle 3 isesuurst arwu, seega mõlematest 6. 123, 132, 213, 231, 312, 321.

## 10.

- a) Ülesanne. Mihkel on praegu 30 aastat ning tema wend Toomas 4 aastat wana; mitu aastat läheb weel aega, enneku Mihkel 5 korda oma wenna wanuseks saab?
- b) Wäljarehkendamise. Kui Mihkel jo praegu 5 korda Tooma wanune oleks, siis peaks Toomas 6 aastat wana olema. Aga seks talle puudub 2 aastat. — Siis aga, kui Toomas praegu 6 aastat wana oleks, ning kui wendade wanadus ikka üksteise wastu seksjammaks peaks jääma, peaks Toomas paljalt  $\frac{1}{5}$  aastat wanemaks minema, kui Mihkel 1 aasta wanemaks läheb. Et aga Toomas ikka Mihkliga seltsis 1 aasta, see on  $\frac{4}{5}$  aastat enam, kui seks tarwis oleks, wanemaks läheb, siis on mõista, et üks kord aeg tuleb, kus Toomas oma 2 aastat puudust on ära täitnud ning kus wend seega 5 korda ta wanuseks on saanud. 1-he aastaga täidab  $\frac{4}{5}$  aastat puudust ära, seega: 2 aastat puudust ta täidab ( $2 \times \frac{5}{4} =$ )  $2\frac{1}{2}$  aastaga ära.
- d) Proow.  $2\frac{1}{2}$  aasta pärast on Toomas  $6\frac{1}{2}$ , aga Mihkel  $32\frac{1}{2}$  ehk  $5 \times 6\frac{1}{2}$  aastat wana.

**Lõputähendus.** Kes arwab, et need siin hulga kombel antud juhid agarad masinarehkendamise siigitajad wõiksid olla, sellele tuletame meele, et käes olew raamat mitte rehkendamise õpetuste arutajaks ning sünnitajaks ei ole kirjutatud, waid arutamise arus, koolis, küpsenud, sünnitamise sahaga wälja küntud õpetuste meeleäratajaks, lohkumõtjaks ning lordajaks. — Juhid ning walemed on üksnes siis wäga kahjulikud, kui nad ilma seletuseta, ilma iseenesest õpetuste seest wälja langemata lastele kätte paisatakse. Kukuwad nad küpse wilja kombel käreistamata ossa küljest maha, siis nad on wastumõtmise wort, ning noberehkendamises otselõhe

hāda pārašt tarwis. — Ülem matematika muudab oma juurusi üksnes walemete ning juhtide järele ümber ning ei wõi mitte tõisiti teha, kui ta meheks tahab kaswada, muidugi teab ta, mis ta teeb, mis ta teeb. — Ulama mõtlemise piiri töö peab aega mööda masina kombel nobedaste (see pole mitte masina kombel mõistmata) käima hakkama, kui ülema mõtlemise piiril enam elamise rammu peab siiginema. — Üle selle ei ole meie ka siiaigi ei kuskilegi poole juhtisi annud, kui õpetamise, küsijame ning kaalustime „millal?“ waid üksnes, kui küsijame: „kudas?“ — Aga kudas koftu, maha arwatakse, kaswatatakse ning jagatakse peab aega mööda masina kombel nobedaste käima hakkama, mis mõistetud juhtide waral hõlpsaste wõimalik on.

Kui **juh**id nobedaste ning osawaste juhatawad: **Kudas?** kui **põhjad** selgeste ning sügawaste põhjendawad: **Miks?** kui mõistus kiireste ning kindlaste jõuab kaaluda ning ütelda: **Millal?** koftu wõi maha arwatakse, kaswatatakse, mõõdetakse wõi jautatakse, siis on tornid kõrgemalt mõtlemise maalt silma saramas ning rebkendaja oma teekonda alamaesse arwamise walda nagu lõpetamas.

### Trükiw Aad.

§ 25, ülesanne 1) loc 20-ne koptu asemel 25 kopt.

§ 41, wäljarehendamine 2) loc  $1\frac{3}{4}$ -diku asemel  $1\frac{2}{4}$ .

**Täendus.** Tõised wähemad woad palutakse kätte juhatamata ära õendada.

# Juhataja.

Ettemalmistamine .....	§	1—§	6.	
1. Rehkendamise nõue .....	§	1.		
2. Rehkendamise kasu .....	§	2.		
3. Rehkendamise tee .....	§	3.		
4. Rehkendamise materjal ning kõne- lemise keel .....	§	4.		
5. Rehkendamise kirjakeel .....	§	5.		
<b>Esimene osa: Täisarvud</b> .....	§	6—§	30.	
<b>Esimene peatükk: Nimeta ning ühe nimega         täisarvud</b> .....	§	6—§	17.	
<b>Esimene samm: Kõrkuarvamine</b>	} Mits nõnda?	§	6—§	8.
1. Kudas kõrku arvatakse		§	6.	
2. Millal kõrku arvatakse	§	7.		
<b>Teine samm: Mahaarvamine</b>	} Mits nõnda?	§	8—§	11.
1. Kudas maha arvatakse		§	8.	
2. Millal maha arvatakse	§	9.		
Proovid .....	§	10.		
<b>Kolmas samm: Kasvatamine</b>	} Mits nõnda?	§	11—§	13.
1. Kudas kasvatatakse		§	11.	
2. Millal kasvatatakse	§	12.		
<b>Neljäs samm: Jagamine</b>	} Mits nõnda?	§	13—§	15.
1. Kudas jagatakse		§	13.	
2. Millal jagatakse	§	14.		
Proovid, lõpetus .....	§	15, §	16.	
<b>Teine peatükk: Mitme nimega täisarvud</b>	§	17—§	20.	
<b>Esimene samm: Kõrkuarvamine</b>	} Mits nõnda?	§	17—§	19.
1. Kudas kõrku arvatakse		§	17.	
2. Millal kõrku arvatakse	§	18.		
<b>Teine samm: Mahaarvamine</b>	} Mits nõnda?	§	19—§	22.
1. Kudas maha arvatakse		§	19.	
2. Millal maha arvatakse	§	20.		
Proovid .....	§	22.		
<b>Kolmas samm: Kasvatamine</b>	} Mits nõnda?	§	22—§	24.
1. Kudas kasvatatakse		§	22.	
2. Millal kasvatatakse	§	23.		
<b>Neljäs samm: Jagamine</b>	} Mits nõnda?	§	24—§	27.
1. Kudas jagatakse		§	24.	
2. Millal jagatakse	§	25.		
Proovid .....	§	26.		



Viies samm: Uja arwamine	} <i>Mills nõnda?</i>	§ 27 – § 29.
1. Millal aja arwamist tarwis läheb		§ 27.
2. Kudas teda tehakse		§ 28.
Lõputäendus .....		§ 29.
<b>Tõine osa: Murrud</b>	} <i>Mills nõnda?</i>	§ 30 – § 46.
Ertevalmistamine		§ 30 – § 36.
1. Murru sündimine		§ 30.
2. Murru sugud		§ 31.
3. Ümbermuutmised	§ 32 – § 35.	
Esimene samm: Kõllu ning maha arwamine	} <i>Mills nõnda?</i>	§ 36 – § 39.
1. Kudas kõllu ning maha arwatakse		§ 36.
2. Millal kõllu või maha arwatakse		§ 37.
Broowid	§ 38.	
Tõine samm: Kaswatamine ning jautamine	} <i>Mills nõnda?</i>	§ 39 – § 41.
1. Kudas kaswatatakse ning jautatakse		§ 39.
2. Millal kaswatatakse või jautatakse		§ 40.
Kolmas samm: Jagamine	} <i>Mills nõnda?</i>	§ 41 – § 44.
1. Kudas jagatakse		§ 41.
2. Millal jagatakse		§ 42.
Broowid .....	§ 43.	
Liisa: künnendimurrud, sidumine		§ 44, § 45.
<b>Kolmas osa: Tarwitatud täisarwud ning murrud .....</b>		§ 46 – § 50.
Esimene päättük: Kolmeliikme arwamine	} <i>Mills nõnda?</i>	§ 46 – § 48.
1. Kudas kolmeliikme arwamist tehakse		§ 46.
2. Millal teda tarwis läheb		§ 47.
Tõine päättük: Kolmeliikme arwamised tõiste nimede all	} <i>Mills nõnda?</i>	§ 48 – § 50.
1. Kudas ning millal raba kaswu arwamist tehakse		§ 48.
2. Kudas ning millal osa arwamist tehakse		§ 49.
Kolmas päättük: Mõned isesugused keerdülesannete väljarehkendamise wiisid		§ 50.

