

H 2057.

~~N^o 103~~

~~N^o 103~~

~~I. 103~~

Arwumald.

I.

Algebra – oma algusõpetustega.

Kirja pannud

J. Kurrik.

Tartus.

Schnakenburg'i trükk ja kulu.

1879.



~~A 147.~~

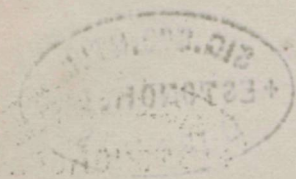
Eesti Kirjameeste Seltsi Toimetused.

N^o 25.



Geistliche Kirchengemeinde St. Marien in
St. Marien

M. 25.



Armwald.

I.

Algebra — oma algusõpetustega.

Kirja pannud

J. Kurrik.



Tartus.

Schnakenburg'i trükk ja kulu.

1879.

Glennan

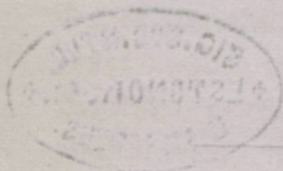
I

... ..

Benfuri poolest lubatud. — Tallinnas, 12. Mail 1878.

...

...



ENSV TA
Kirjandusmuuseumi
Arhiivraamatukogu

34305

...

...

1878

Sinu!e!

Armas arwu-sõber! Eesseisaw raamat on — nagu ta päälkiri awal dab — üks reh kenduse raamat.

Et osaw reh kendaja olla tulus asi on, seda said ja saad sa mõndagi korda tunda. Sina oled omast arust reh kendust küll jo õige häste õppinud, siiski jäid sagedaste kimpu, sest et so osawus nõrk oli, — sa aga pidasid ülesannet liig keeruliseks.

Sõber! Nende ülesannete reh kendamiseks, mis „igapäewases elus ette tulewad“, s. o. mis sulle üleüldse ette puuduvad, olgu töös ehk tallituses, ostmise ehk müümise juures, reh kenduse raamatutes ehk muial, — ei ole muud waja, kui et sa kofku arwata, maha arwata, kaswatada ja jagada mõistad. Aga neid reh kendusi pead sa esiteks tõeste mõistma, tõiseks pead sa neid iga ülesande juures õigeste, see on parajal ajal ja kohal tarwitada mõistma. Ja see'p see on, mis sa eesseiswast raamatust võib õppida. Wõta käsile ja õpi! Waemapalgaks mõin sulle kindlaste töötada, et sa siis naljalt üht ülesannet ei saa leidma, mis sinu kohta liig raske oleks.

Eesseiswa raamatu põhjusmõtte seletuseks tahan sulle weel mõne sõna ütelda:

Raskeid, s. o. keerulisi ehk keerdülesandid paljaste arwudega ja arwude eesmärkidega kirja panema, s. o. igapäewasest teelest

rehkenduse keelde ümber tõlkuma, ja kirjaliselt välja rehkendama tahab see raamat sind õpetada. Et sa rehkenduse kirjaga, s. o. arvudega ja nende eesmärkidega käändlema õpiksid ja harjuksid, selle jaoks leiad nelja esimese päätüki sees juhatusi.

Esimene päätükk on sulle juba lapsest saadik tuttav; muud kui iga rehkenduse ees otsas seiswad kunst-sõnad ja nende seletus õpi kindlaste kätte! Teisest päätükiist võid hõlpsaste aru saada, kui sul esimene käes. Kolmanda päätüki kallal saad selget aru kätte saama, kui häste sa esimest (ja teist) mõistad; sest kolmas on kahe esimesega üks ja seesama, muud kui arvude asemel on tähed. Neljas päätükk on siis hõlbus kätte saada, kui sul kolm esimest päätükki ja rehkendus harilikluse murdudega selge.

Nii kui iga eelminija päätükk järgmisele ette valmistab, nii on kõik neli esimest viienda päätüki ettevalmistamiseks. Kui sa neli esimest oled hoolega läbi võtnud, siis märkad viendat päätükki käsile võttes, et keerdülesannete rehkendus sulle himu teeb ja kerge on. Sellepärast: ära jäta midagi wahela maha, waid mine samm-sammult edasi ja püüa igast näitusest, seletusest ja ülesandest täit aru kätte saada! „Wõtme“ sees leiad iga viimise päätüki keerdülesande kohta ka üks kostust. Ära wahi aga rehkendades esimest kostust mitte raamatust järele, waid katse ise iga ülesanne paljaste arvudega ja eesmärkidega kirja panna! Pärast väljarehkendamist weel waata järele ja pane tähele, kus ja mis sa wõõriti oled teinud! Külla'p sa saad siis warsti leidma, et osawus sul jõudsaste kaswama hakkab. — Es-seiswat raamatut käsile võttes saad sa warsti leidma, et selles kõik wäga lühidelt on seletatud. Lühidelt, siiski täieste, püüdsin ses raamatus antud õpetusi sellepärast seletada, et sinu mõtlemisel nende õpetuste kallal rohkem tööd oleks; sest mida rohkem sa

oma mõtlemise läbi aru kätte saad: seda selgemaks ja armsamaks saab sulle asi; seda enam kaswab so mõtlemise himu ja osavus; seda enam so waim harineb.

Et sul rohkem usaldust oleks, minu raamatut enesele juhatajaks wõtta, siis olgu sulle täada, et kaks rehkenduse meistert — R. Kallas, kelle meistri-töö mõnus „mõistlik rehkendaja“ ja S. Tülf, kes ise matemaatikat studeerinud — ees seiswa raamatu juba käsitkirjas on läbi katjunud; nende nõuiks-kiitmisi olen ma enne trükkimist täada saanud ja tänuga tähele pannud.

— Saab näha kuulda, mis kriitika ütleb.

Lõpeteks annan sulle nelja filma all täada, et sel raamatul ka tõine-pool on, mis sulle arwusid ja nende ime-ilusaid säädusi mõnest teisest küljest awaldab.

Nüüd hakka hoolega rehkendama, ja saagu warsti ka sinu suu tunnistama:

„Arwud on armsad, sest — nad on selged.“

Tartus, Mai kuul 1878.

J. K.

S i s u.

Lehet.

Esimene päätükk: Neli rehkendust nimeta ja nünega täisarvudega	1
I. Kõkuarvamine	1
II. Maha-arvamine	2
III. Raswatamine	3
IV. Jagamine	4
Teine päätükk: Neli rehkendust wastaliste arvudega	6
I. Ettevalmistus	6
II. Kõkuarvamine	7
III. Maha-arvamine	9
IV. Raswatamine	11
V. Jagamine	12
Kolmas päätükk: Neli rehkendust tähtedega	13
I. Ettevalmistus	13
II. Kõkuarvamine	14
III. Maha-arvamine	17
IV. Raswatamine	22
V. Jagamine	25
Neljäs päätükk: Murrud	29
A. Neli rehkendust künnendit-murdudega	29
I. Ettevalmistus	29
II. Kõkuarvamine	31
III. Maha-arvamine	32
IV. Raswatamine	33
V. Jagamine	35
VI. Ümbermuutmine	37
a. Harilik murd künnendit-murruks	37
b. Künnendit-murd harilikuks murruks	39
B. Neli rehkendust tähtede murdudega	41
I. Ettevalmistus	41
II. Kõkuarvamine	42
III. Maha-arvamine	44
IV. Raswatamine	45
V. Jagamine	47
Viies päätükk: Wõrdlused ehk keerdülesannete rehkendus (Algebra)	50
A. Wõrdlused ühe otsitawaga	50
B. Wõrdlused kahe ehk mitme otsitawaga	68

Esimene päättükk.

Neli rehkendust nimeta ja nimega täisarvudega.

I. Kõkkuarwamine.

Seletused.

Arw, mis niisuur, kui üks ehk mitu tõiſt arwu koku, on nende summa.

Kahe ehk mitme arwu summa otſimist kutsutakse kokuarwamiseks.

Arwud, mis koku arwata tulewad, on kokuarwatawad.

Kokuarwamise märk on +, loetakſe: ja.

Märk = loetakſe: on.

Ülesanded.

- 1) Kolm kokuarwatawat on 324, 436 ja 548; kui suur on nende summa?
- 2) Tallinnamaa on 18424 werſta suur, Viivimaa 43267 werſta; mitu werſta mõlemad ühte-koku?
- 3) Kui palju saab, kui 563^{te} 156 juure pannakse?
- 4) Keegi kaotas kahe wõlgniku läbi 1270 ja 736 rbl.; kui suur oli tema kahju?
- 5) Kaks maamõõtjat läkſiwad ühe koha päält minema, tõine läks 67 ſammu edasi, tõine 59 ſammu tagasi; kui kaugel nad tõineteiſest jõudſiwad?
- 6) Kui suur on järgmiste kokuarwatawate summa: 207, 1809, 26, 17436, 9 ja 12?
- 7) $316 + 54 = ?$; $280 + 1075 = ?$; $529 + 610 + 3095 + 23 = ?$

Viisa. Koffuarwatawate summa jäeb muutmata, kui koffuarwatawad ümber wahetatakse.

$$\text{Näituseks: } 7 + 9 + 11 = 9 + 7 + 11 = 11 + 9 + 7 = 11 + 7 + 9.$$

Koffu arwata wõib üksnes ühte-seltsi arwusid: kas ni-meta, ehk ühenimelisi.

Näituseks: 5 + 7 + 3; 7 wakka ja 9 wakka nisu. Mitte aga: 5 naela liha ja 3 küünart linti.

Sest et $5 + 4 = 9$, sellepärast $5 = 9 - 4$, ja $4 = 9 - 5$.

Ehk $6 + 8 + 11 = 25$, sedamööda $6 = 25 - 8 - 11$;
 $8 = 25 - 6 - 11$; $11 = 25 - 6 - 8$.

Sedamööda leitakse üks koffuarwataw, kui summast kõik tõised koffuarwatawad maha arwatakse.

II. Maha-arwamine.

Seletused.

Arw, millest maha arwatakse ehk mida wähendatakse, on wähendataw.

Arw, mis maha arwata tuleb, on maha-arwataw.

Arw, mis üle jäeb, on ülejäädaw ehk wähendatawa ja maha-arwatawa wah.

Maha-arwamise märk on —, loetakse: wähem.

Viisa. Käge arwu wah on igakord see arw, mis maha-arwatawale juure pannes wähendatawa annab.

Näituseks: Kui wähendataw = 48, maha-arwataw = 36, siis wah = 12, sest et ma 12 pean 36^{le} juure arwama, et 48 ilmuis.

Maha-arwataw on wähendataw wähem wah-(ülejäädaw); see on: $M = W - U$.

Ka maha-arwamine sallib üksnes, et ühte-seltsi suurused tõinetõisest maha arwatakse, sest et wah on see arw, mis, maha-arwatawale juure arwatud, wähendatawa annab.

Kui käge arwu summale nende wah juure arwatakse, siis ilmub kahakordne wähendataw.

$$\text{Näituseks: } 8 + 5 = 13; 8 - 5 = 3; 13 + 3 = 16, \\ = 2 \times 8.$$

Ülesanded.

- 1) Kahe arvu summa on 116; tõine kofkuarwataw on 47; kui suur on tõine kofkuarwataw?
- 2) Kui Gestimaa 18424 wersta suur on, Viivimaa 43267 wersta ja Kuuramaa 24157 wersta, — mitu ruutwersta on siis Viivimaa tõisest kummasiki suurem?
- 3) Misjuguise aasta-arwu kirjutasivad Türlased aastal 1878, sest et nad oma aastate arwu 622 aastat pärast seda lugema hakasiwad, kui Kristlased?
- 4) Kui kuue kofkuarwatatawa seast üksnes miis järgmist tuttawad on: 128, 133, 245, 67, 396 ja summa 1111, kui suur on siis puuduw kofkuarwataw?
- 5) Kolumbus leidis Ameerikamaa 1492 üles; kui kaua oli see enne Gestirahwa priikslastkuist 1819?
- 6) Kui ma 700^{ft} ühe tõise arwu ära wõtan, siis jääb 233 üle; kui suur on ära wõetud arw?
- 7) Ma mõtlen ühe arwu pääle ja arwan sellest 56 maha, siis jääb 32 üle; misjuguise arwu pääle ma mõtlen?
- 8) Kui laew 100 penikoormat sadamast kaugele on jõudnud ja wastase tuule läbi 60 penikoormat jälle tagasi aetakse, kui kaugele ta siis sadamast weel on?
- 9) Kolm töömeest oli: esimene teenis nädalas 108 kop. enam kui tõine, ja 52 kop. enam kui kolmas; kui palju teenis sedamööda kolmas töömees enam kui tõine?
- 10) Kahe arwu wahel on 12; nende summa aga on 100; kui suur on kumbki arw?
- 11) $17 - 9 = ?$ $214 - 125 = ?$ $603 - 497 = ?$

III. Kaswatamine.

Seletused.

Kaswatamine on ühe arwu mitmekordseks tegemine ehk ühe arwu mitukorda wõtmine.

Arw, mida mitukorda tuleb wõtta, on kaswatataw.

Arw, mis näitab, mitukorda kaswatatawat tuleb wõtta, on kaswataja.

Kaswatataw ja kaswataja saawad ühise nime: kaswatawad.

Arw, mis kaswatamise läbi ilmub, on kaswatus.

Kaswatamise märk on \times ehk \cdot (punkt), loetakse: korda.

Ülesanded.

- 1) Kaswata 5642 7^{ra}.
- 2) Kui suur on 1671^{he} ja 338 kaswatus?
- 3) Kui suur on 1278 356^e kordne.
- 4) Misjugune arv on 48 korda nii suur, kui 1256?
- 5) Gesti lasti on umbes 800000; kui iga Gestlane läbistiku aastas 5 kop. Aleksandri-kooli hääks annaks, kui palju raha tuleks siis 12^{ne} aastaga kokku?
- 6) Üks rahakott on palja 3^e rublalistega täidetud; mitu 3^e rublalist on jää, sest et jää kõiges 78 rubla sees on?
- 7) Kaswataja on 92, kaswatataw 14, kui suur on kaswatus?
- 8) 10 töömest teewad ühe töö 12^{ne} päewaga walmis; kui palju aega kuluks jelle töö kallal ühel mehel ära?
- 9) $24 \times 11 = ?$; $36 \times 7 = ?$; $18 \cdot 12 = ?$; $16 \cdot 13 = ?$

Üisa. Kaswataja on igakord üks nimeta arv.

Kaswatamine on ühe ja sellesama arwu, kokkuarwamine.

Näituseks: $5 \cdot 8 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 40$.

$10 + 10 + 10 + 10 = 40 = 4 \cdot 10$.

Kaswatamine lubab kaswatawaid lahutada.

Näituseks: $12 \cdot 5 = 8 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 40 + 20 = 60$.

Chf $12 \cdot 5 = 12 \cdot 3 + 12 \cdot 2 = 36 + 24 = 60$.

$20 \cdot 9 = 12 \cdot 9 + 8 \cdot 9 = 108 + 72 = 180$.

Chf $20 \cdot 9 = 20 \cdot 5 + 20 \cdot 4 = 100 + 80 = 180$.

Ülesanne: Neskenda ülesanne Nr. 9 selkombel!

IV. Jagamine.

Seletused.

Arw, mis jagada ehk jaotada tuleb, on jagataw.

Arw, mis näitab, mitmeks (ühesuuruseks) jaoks jagataw tuleb teha, on jagaja.

Arw, mis jagamise läbi leitakse, on jagu.

Jagamise märk on : (koolon), loetakse: jaga! (chf: tuleb jagada.)

Üisa. Jagaja seisab ikka jagatawa järel, s. o. jagatawast häädkät. 8 : 2 tähendab: 8 jaga 2^{hele}.

Seft et jagu ifka ühe murru suurune on, millel lugejaks jagataw ja nimetajaks jagaja on, siis wõib jagamise ülesannet ka murru näol kirjutada.

Näituseks: $4 : 5 = \frac{4}{5}$; $36 : 16 = \frac{36}{16}$.

Sedamööda wõib ka iga murdu jagamise ülesandeks muuta.

Näituseks: $\frac{5}{8} = 5 : 8$; $\frac{12}{3} = 12 : 3$.

Jagataw on ifka nii suur, kui jao ja jagaja kashwatus, (s. o. kui jagu ja jagaja kashwatawateks pannakse).

Jagaja on nii suur, kui jagataw jaole ära jagatud, (s. o. kui jagu jagajaks pannakse).

Jagamine on ühe ja sellesama arwu maha-arwamine.

Ülesanded.

- 1) Jaga 9432 22^{le}.
- 2) Saota 12346 29^{is} ühesuuruseks jooks.
- 3) Hääl jõuab ühes sekundis 1040 jalga edasi. Kui palju aega kulub sedamööda häälel maa päält kuu pääle jõudes, seft et kuu maast 50000 penik. kaugel on? (1 penikoorm = 24500 jalga).
- 4) Mituforda 36 küünart wõib 720^{nest} küünrast ära wõtta?
- 5) Mituforda pean ma 18 wõtma, et ma 576 saaksin?
- 6) Mituforda 17 mahub 2091^{he} sisse?
- 7) Kui suur on üks jagu 3456^{est}, kui ma selle arwu 89^{is} ühesuuruseks jooks jaotan?
- 8) Kui suur on 24. jagu 360^{nest}?
- 9) Mitmes jagu on 57 1311^{nest}?
- 10) Mis tuleb wälja, kui 1728 16^{nele} jaotatakse?
- 11) 1632 jagatud 8^{le} on kui palju?
- 12) Jagaja on 112, jagataw 12544, kui suur on jagu?
- 13) Arw 8190 on ühesuurusteks jagudeks tehtud; üks jagu on 234; mitmeks jooks on see arw jaotatud?
- 14) Kui ma ühte arwu 19 korda wõtan, siis saan 475; mis sugune on see arw?
- 15) Mituforda wõib 148^t 1924^t maha arwata?
- 16) 3156 muna peab tofina-kaupa ära müütama; mitu tofinaid neid on?
- 17) $275 : 25 = ?$ $525 : 15 = ?$ $\frac{1492}{23} = ?$

Tõine päätükk.

Reh' reh'endust wastaliste arwudega.

I. Ettewalmistus.

1) Kahe arwu wah'e (waata: Esim. pää't. II.) on arw, mis maha-arwatawale juure pantud, wä'hendatawa annab. Kahe arwu wah'est wõib aga üksnes siis kõnet olla, kui tõeste üks arw leida on, mida maha-arwatawale wõib juure panna, et wä'hendataw ilmuks. See on wõimalik, kui maha-arwataw wä'hendatawast wäiksem on.

$$\begin{array}{r} \text{Näituseks: } 9 - 5 = 4; \text{ ehk: } 9 \\ \phantom{\text{Näituseks: }} \phantom{9 - 5 = 4; \text{ ehk: }} 5 \\ \hline \phantom{\text{Näituseks: }} \phantom{9 - 5 = 4; \text{ ehk: }} 4 \end{array}$$

2) Kui aga maha-arwataw wä'hendatawaga ühesuurune on, siis peab nende wah'e üks niisugune arw olema, mis maha-arwatawale juure pannes seda mitte suuremaks ei tee. See on null, mis tähendab, et ühtegi olemas ei ole.

$$\begin{array}{r} \text{Näituseks: } 9 - 9 = 0; \text{ ehk: } 9 \\ \phantom{\text{Näituseks: }} \phantom{9 - 9 = 0; \text{ ehk: }} 9 \\ \hline \phantom{\text{Näituseks: }} \phantom{9 - 9 = 0; \text{ ehk: }} 0 \end{array}$$

3) Sellest selguwad järgmised tüübid:

a) Kahe ühesuuruse arwu wah'e on null. $15 - 15 = 0$.

b) Üks arw jäeb muutmata, kui tale null juure arwatakse. $12 + 0 = 12$.

d) Üks arw jäeb muutmata, kui temast null maha-arwatakse. $7 - 0 = 7$.

e) Kui üks kaswataw null on, siis on kaswatus null. $6 : 0 = 0$; $0 \cdot 9 = 0$.

g) Kui jagataw null on, siis on ka jagu null. $0 : 4 = 0$.

4) Kui aga wä'hendataw maha-arwatawast wäiksem on, siis peab nende wah'e niisugune olema, et ta maha-arwatawale juure pannes seda mitte suuremaks ei tee, waid wä'hemaks. Üks arw on siis tõise wastane, ja seega tuleb meie üks isesugune reh'endus kätte, mida meie wastaliste arwudega reh'enduseks nimetame.

5) Üks arm ei wõi ise-eneſest mitte wastaline olla, waid üksnes ühe tõise arwu kohta wõib teda niisuguseks nimetada.

Niisugused wastalised arwud ei ole sugugi mõned imelised asjad; igapäewases elus tuleb neid ſagedaste ette. Kellel 600 rubla raha ja 200 rbl. wõlga on, ſellg warandus ei ole mitte 800, waid üksnes 400 rubla suur. Kes 50 sammud edasi läheb ja ſedaſama teed 20 sammud jälle tagasi, ſee ei ole mitte 70 sammud edasi jõudnud, waid üksnes 30 sammud j. n. e.

Wastalised arwud on ſedamööda arwud, mis — kui neid ühendatakse — tõinetõist hawitawad. Warandus ja wõlg, kaſu ja kahju j. n. e. on niisugused arwud. 10 rbl. warandust ja 8 rbl. wõlga hawitawad wastastiku tõinetõiseſt ühepalju rublaſid, nii et üksnes 2 rubl. warandust järele jääb. Nullist hakates ülenewad need arwud ühele ja alanewad tõisele poole nulli: 4, 3, 2, 1, 0, — 1, — 2, — 3, — 4; ehk — 4, — 3, — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, 4.

6) Et nende kahte-ſeltsi arwude wahel, mida tõinetõise wastaseſt peetakse, wahet teha, anname ühtele nimeks ülenejad arwud, tõistele alanejad arwud. Ülenejad arwud tähendatakse ſelle märgiga + ja alanejad arwud ſellelega —; esimene on ülendaja märk, tõine alandaja märk.

7) Nende märkide ja kokku- ja maha-arwamise märkide wahel ſünnib wahet pidada.

8) Rehkendus niisuguste arwudega, mis tõistele arwudele juure arwates, neid mitte enamaks ei tee, waid vähemaks, on rehkendus wastaliste arwudega.

III. Kokkuarwamine wastaliste arwudega.

Seletused.

- 1) $(+ 8) + (+ 3) = + 11$. Näit.: 8 werſta edasi ja weel 3 werſta edasi = 11 werſta edasi.
- 2) $(- 8) + (- 3) = - 11$. Näit.: 8 werſta tagasi ja weel 3 werſta tagasi = 11 werſta tagasi.
- 3) $(+ 8) + (- 3) = + 5$. Näit.: 8 werſta edasi ja 3 werſta tagasi ſedaſama teed = 5 werſta edasi.

4) $(-8) + (+3) = -5$. Näit.: 8 wersta tagasi ja 3 wersta edasi ühe tee pääl = 5 wersta tagasi.

Ehk: 1) $+8$ f. o. ülenejad arwud kofku arwatud, ilmub
 $+3$ üleneja summa.
 $\underline{+11}$

2) -8 f. o. alanejad arwud kofku arwatud, ilmub
 -3 alaneja summa.
 $\underline{-11}$

3) $+8$ ja 4) -8 f. o. arwud ülendajate ja alan-
 -3 $+3$ dajate märkidega kofku arwa-
 $\underline{+5}$ $\underline{-5}$ tud, annawad summa, mida
 leitakse, kui wäiksem arw suu-
 remast maha arwatakse, ja
 millel suurema arwu eesmärk
 ees on.

Ülesanded.

$+15 -120 +82 +63 -17 -235 +86 +43 +12$
 $-17 -32 +36 -24 -108 +14 -63 -4 +3$
 $-106 +93 -12 -67 +4 -8 -20 +48 -96$
 $+288 -47 -78 +9 -12 -17 +125 -20 -136$
 $+3 +6 +150 +276 +9 +37 +23 +265 +4$

1) Arwa kofku esimese ja teise rea kohastiku seiswad arwud.

See on nõnda:

$+15$ ja -120 ehk: $(+82) + (+36) = ?$ j. n. e.
 $\underline{-17}$; $\underline{-32}$;

2) Niisama arwa kofku teise ja kolmanda rea kohastiku seiswad arwud.

3) Niisama kolmanda ja neljanda rea arwud.

4) Sarnasel kombel ka neljanda ja wiienda rea arwud.

5) Arwa kofku kõige wiie rea kohastiku seiswad arwud.

Nii: $(+15) + (-17) + (-106) + (+288) + (+3) = ?$

Siis: $(-120) + (-32) + (+93) + (-47) + (+6) = ?$

j. n. e.

6) Arwa kofku iga rea 9 arwu. Näituseks: $(+ 15) + (- 120) + (+ 82) + (+ 63) + (- 17) + (- 235) + (+ 86) + (+ 43) + (+ 12) = ?$ j. n. e.

Suht. Kui mitu ülenejat ja alanejat arwu kofku arwata on, siis otsti esiteks ülenejate arwude, tõiseks alanejate arwude summa, siis arwa mõlemad summad kofku, selviisil kuidagi wastalisi arwusi kofku arwatakse. Näituseks:

Ülesanne: $(+ 7) + (+ 21) + (- 37) + (+ 105) + (+ 48) + (- 57) + (- 12) = ?$

Wäljarehkendamine:	+ 7	+ 7	+ 37
	+ 21	+ 21	— 57
	— 37	+ 105	— 12
	+ 105	+ 48	— 106.
	+ 48	+ 181 ja	
	— 57		
	— 12		
	+ 181		
	— 106		
	+ 75; seft		

III. Maha-arwamine wastaliste arwudega.

Seletused.

Maha-arwamise läbi peab kahe arwu wahet leitama. Wahet on aga igakord see arw, mis siis, kui ta maha-arwatawaga kofku arwatakse, wähendatawa suurune on.

1) $(+ 38) - (+ 24) = + 14.$ Et: + 38
wähem + 24
+ 14.

Näituseks: A. warandus on 38 rbl. suur, B. warandus üksnes 24 rbl.; sedamööda on A. 14 rbl. rikkam, kui B.

2) $(- 38) - (- 24) = - 14.$ Et: — 38
wähem — 24
— 14.

Näituseks: A. wõlg on 38 rbl. suur, B. wõlg üksnes 24 rbl.; sedamööda on A. wõlg 14 rbl. suurem, kui B. wõlg.

$$3) \quad (-38) - (+24) = -62. \quad \begin{array}{r} \text{Ehk:} \quad -38 \\ \text{wähem} \quad +24 \\ \hline \quad \quad -62. \end{array}$$

Näituseks: A. on Tartust 38 wersta tagasi sõitnud, B. aga 24 wersta edasi; kui nüüd B. ka jenna tahab jõuda, kus A. on, siis peab B. 62 wersta tagasi sõitma.

$$4) \quad (+38) - (-24) = +62. \quad \begin{array}{r} \text{Ehk:} \quad +38 \\ \text{wähem} \quad -24 \\ \hline \quad \quad +62. \end{array}$$

Näituseks: A. warandus on 38 rbl. suur, B. wõlg on 24 rbl.; kui B. niisama rikkaks tahab saada, kui A., siis peab B. 62 rubla sisse teenima.

Tõiseti on asi, kui wähendataw maha-arwatawast wäiksem on.

$$1) \quad (+24) - (+38) = -14. \quad \begin{array}{r} \text{Ehk:} \quad +24 \\ \text{wähem} \quad +38 \\ \hline \quad \quad -14. \end{array}$$

Näituseks: A. warandus on 24 rbl., B. warandus 38 rbl.; kui B. kõiges nii rikas tahab olla, kui A., siis peab B. 14 rbl. ära andma; sest $(+38) + (-14) = +24$.

$$2) \quad (-24) - (-38) = +14; \text{ sest } (-38) + (+14) = -24. \\ \begin{array}{r} \text{Ehk:} \quad -24 \\ \text{wähem} \quad -38 \\ \hline \quad \quad +14. \end{array}$$

$$3) \quad (-24) - (+38) = -62; \text{ sest } (+38) + (-62) = -24.$$

$$4) \quad (+24) - (-38) = +62; \text{ sest } (-38) + (+62) = +24.$$

$$5) \quad \begin{array}{r} 0 \quad \text{ja} \quad 0 \\ -7 \quad \quad +7 \\ \hline +7 \quad \quad -7 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Näituseks: A.}^1 \text{ ei ole raha ega wõlga,} \\ \text{B.}^1 \text{ on 7 rubla wõlga, siis peab B.} \\ \text{7 rubla sisse teenima, kui ta nii rikas} \\ \text{tahab olla, kui A., j. o. O.} \end{array}$$

Kui wähendataw 0 on, siis peab wahke üks niisugune arv olema, mis maha-arwatawaga kokku arwatud nulli annab.

Ü l e s a n d e d.

1) Arwa esimene alumise rea arv igast päälmise rea arwust maha, siis tõine alumise rea arv igast päälmise rea arwust, siis kolmas j. n. e.

$$\begin{array}{r} +72 - 68 + 57 - 48 + 100 - 44 + 94 \text{ ja } 0. \\ +36 - 27 - 13 + 16 - 44 + 32. \end{array}$$

2) Niisama tee kahe järgmise reaga.

$$+ 37 - 9 + 24 - 17 - 19 + 20 - 30 \text{ ja } 0.$$

$$- 49 + 57 - 63 - 44 + 72.$$

3) Sarnaselt ka järgmiste ribadega.

$$+ 268 - 17 - 307 + 28 + 412 \text{ ja } 0.$$

$$+ 149 - 257 + 814 - 9.$$

Suht. Muuda maha-arwatava eesmärk ümber (mis ülendaja märk see muuda alandajaks märgiks ja alandaja märk ülendajaks märgiks) ja arva siis vähendatav maha-arwatavaga kokku selviisil, kuidas vastalisi arvusid kokku arwatakse. Näituseks:

- 38	+ 38	- 38	+ 38	0	0
+ 24	- 24	- 24	+ 24	- 7	+ 7
—	+	+	—	+	—
- 62	+ 62	- 14	+ 14	+ 7	- 7.

IV. Kaswatamine vastaliste arvudega.

Seletused.

Ühesuguste eesmärkidega kaswatawad annawad kaswatuseks ühe üleneja arwu; vastaliste (kahte-seltsi) eesmärkidega kaswatawad annawad kaswatuseks ühe alaneja arwu.

1) $(+ 4) \times (+ 8) = + 32.$

2) $(+ 4) \times (- 8) = - 32.$

3) $(- 4) \times (+ 8) = - 32.$

4) $(- 4) \times (- 8) = + 32.$

Ülesanded.

1) Kaswata esimese alumise rea arwuga iga päälmise rea arwu, siis tõise alumise rea arwuga iga päälmise rea arwu j. n. e.

$$- 8 - 10 + 30 - 3\frac{1}{2} + 19\frac{3}{5} - 12 + 7.$$

$$- 4 + 5 - 12 + 8.$$

2) Niisama:

$$- 15 - 24 + 48 - 7\frac{3}{4} + 27\frac{5}{6} - 72 + 12.$$

$$- 5 + 6 - 3\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}.$$

3) $(+ 5) \times (- 6) \times (- 7) \times (+ 8) = ?$

$$(- 3) \times (- 7) \times (- 2) \times (+ 4) = ?$$

$$(+ 10) \times (- 3) \times (+ 2) \times (+ 8) = ?$$

Juht. Kui kaswatawaid enam on, kui laks, siis kaswata-
esite esimest kaswatawat tõisega, siis saadud kaswatust kolmanda
kaswatajaga, seda uut kaswatust neljandaga j. n. e.

Näit.: $(+2) \times (-3) \times (-4) \times (+5) = +120$; seft
 $(+2) \times (-3) = -6$; $(-6) \times (-4) = +24$;
 $(+24) \times (+5) = +120$.

V. Jagamine wastaliste arwudega.

Seletused.

Seft et jagu igakord niisugune arw peab olema, mis, jaga-
jaga kaswatatud, jagatawa annab, siis on täadu-pärast, mis-
sugune eesmärk jaol kunagi kord peab olema. Siin on jällegi
neli isesugust tükki tähele panna:

1) $(+30) : (+5) = +6$; seft 5 on 30^{ne} sees 6 korda olemas.

Kuna nüüd üks kaswataw 5
üleneja arw ja kaswatus, siin
jagataw 30 ka üleneja arw on,
siis peab tõine kaswataw ka
üleneja arw olema.

2) $(-30) : (+5) = -6$; seft üks kaswataw, siin jagaja 5
on üleneja arw, seft et kaswas-
tus, siin jagataw 30, alaneja arw
on, siis peab tõine kaswataw, siin
jagu 6, üks alaneja arw olema.

3) $(+30) : (-5) = -6$; seft $(-5) \times (-6) = +30$.

4) $(-30) : (-5) = +6$; seft $(-5) \times (+6) = -30$.

Sellest on näha: Kui jagajal ja jagatawal ühesugused
eesmärgid on, siis on jagu üks üleneja arw, kui aga tõisel
tõisesugune eesmärk, siis jagu üks alaneja arw.

Ülesanded.

1) Jaga iga päälmise rea arwu alumise rea esimese, tõise, kol-
manda j. n. e. arwu läbi, (esite + 18 alumise rea arwu-
dega järgimööda, siis - 20 j. n. e.)

$$+18 - 20 - 36 + 28 - 7 + 45 - 100.$$

$$-5 + 8 - 24 + 3 + 9 - 12.$$

2) Niisama: $— 30 + 54 + 16 — 4 + 64 — 92.$ ×
 $+ 6 — 15 + 10 — 4.$

Liisa. Sest et murdu jaoks võib pidada, siis on murd üks üleneja murd, kui lugejal ja nimetajal ühesugused eesmärgid, aga alaneja murd, kui tõisel tõisesugune eesmärk on.

$$(+ 4) : (+ 5) = \frac{+4}{+5} = + \frac{4}{5}.$$

$$(- 4) : (- 5) = \frac{-4}{-5} = + \frac{4}{5}.$$

$$(- 4) : (+ 5) = \frac{-4}{+5} = - \frac{4}{5}.$$

$$(+ 4) : (- 5) = \frac{+4}{-5} = - \frac{4}{5}.$$

Kuidawiisi võivad järgmised murrud olla sündinud?

$+ \frac{7}{8}; - \frac{9}{11}; - \frac{10}{17}; + \frac{5}{6}; + 2\frac{1}{2}; - 7\frac{1}{3}.$

Kolmas päätükk.

Neli rehkendusi tähtedega.

I. Ettevalmistus.

1) Arvud tähendavad tuttavat asjade hulka, näituseks 4 rbl., 7 kop., 15 inimest j. n. e. Tähed on üleüldised arvude tähendajad. Üks täht võib mis tahte arv olla, näituseks: a rbl. võib olla 5 rbl., 8 rbl., 20 rbl. j. n. e.; b kop. võib olla 4 kop., 7 kop., 12 kop. j. n. e.

Kui ühes rehkenduses mitu isesugust tähte ette tulewad, siis on nendega niisama mitmesugused arvud ära tähendatud; sest ühe ülesande sees peavad ühesugused arvud ka ühesuguste tähtede läbi tähendatud olema.

Tähtedega rehkenduseks pruugitakse väiksid kirja-tähta.

Tähtedega rehkenduses pruugitakse neidsamu arvude wahemärksid, mis numbritega rehkenduseski pruugitakse:

+ on kokkuarwamise märk;

— on maha-arwamise märk;

× ehk . (punkt) on kaskwatamise märk. Tähtedega rehkenduses on harilik viis, et kaskwatamise juures märk panemata jäetakse ja kaskwatavad kõrnu kirjutatakse.

: on jagamise märk. Ka jagamise juures jäetakse märk jagedaste panemata ja kirjutatakse ülesanne nurru näol.

Sedamööda kirjutatakse kahe mis tahte suguse arwu

$$\text{summa } a + b,$$

$$\text{wahe } a - b,$$

$$\text{kaskwatus } a \times b \text{ ehk } a \cdot b \text{ ehk } ab,$$

$$\text{jagu } a : b \text{ ehk } \frac{a}{b}.$$

Ka tähtedega rehkenduses tulewad ülendaja märk (+) ja alandaja märk (−) ette.

2) Tähtedega rehkenduses pruugitakse ka päris arwusid. Need kirjutatakse tähtedega ühte (tähtede ette) ja on siis tähtede kaskwatajad.

Näituseks: 5 a, 6 m, 3 ab. Arwud 5, 6 ja 3 on tähtede a, m ja ab kaskwatajad.

Kaskwatajad näitawad, mitukorda üht arwu peab wõetama.

$$5a = a + a + a + a + a.$$

$$6m = m + m + m + m + m + m.$$

$$3ab = ab + ab + ab.$$

Kui üks arw ilma kaskwatajata on, siis tuleb ikka 1 selle arwu kaskwatajaks pidada. $5 = 1 \times 5$; $8 = 1 \times 8$; $a = 1a$; $b = 1b$ j. n. e.

Kaskwataja võib ka täht olla. Näituseks: nm, st, ab, kus n, s ja a kaskwatajad on.

III. Kõrnuarwamine tähtedega.

Seletused.

1)	7	7 olgu a.	a	9	9 = m.	m
	7		a	9		m
	2 × 7 = 14.		2a.	9		m
				3 . 9 = 27.		3m.

$$\begin{array}{r}
 3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3 = 12. \\
 n + n + n + n = 4n.
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 - 2a \\
 + 5a \\
 + 3a \\
 - 9a \\
 + 8a \\
 \hline
 + 5a.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2) \quad 2 \cdot 8 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 8 = 4 \times 2 \cdot 8 = 64. \\
 ab + ab + ab + ab = 4ab.
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 abd \\
 abd \\
 abd \\
 \hline
 3abd.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3) \quad a + b + d = a + b + d. \\
 ab + de + gh = ab + de + gh. \\
 3ab + 4gh = 3ab + 4gh.
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 x^*) \\
 y \\
 z \\
 \hline
 x + y + z.
 \end{array}$$

4) **Suht.** Kui ülesandes mitu ühesugust tähte ette tuleb, siis kirjuta need oma kasvatajatega kohastiku üksteise alla ja siis arva kokku. Näituseks:

Ülesanne: $(+a) + (-g) + (+3a) + (+4g) + (-7b) + (+8a) + (-2g) + (+14b) + (-b) + (+20d) = ?$

Wäljarehkendamine:

$$\begin{array}{r}
 + a - g - 7b + 20d \\
 + 3a + 4g + 14b \\
 + 8a - 2g - b \\
 \hline
 + 12a + g + 6b + 20d.
 \end{array}$$

Ütleme, et $a = 5$; $b = 14$; $g = 19$; $d = 7$; siis tuleb wälja: $12 \cdot 5 + 19 + 6 \cdot 14 + 20 \cdot 7 = 60 + 19 + 84 + 140 = 303$.

5) **Klambrate tähendus** kokkuarwamisest. Näituseks:

$$7 + (5 + 2) = 7 + 5 + 2 = 7 + 7 = 14.$$

$$d + (b + a) = d + b + a.$$

$$(8 + 5 + 2) + 7 = 15 + 7 = 8 + 5 + 2 + 7 = 22.$$

$$(m + n + o) + p = m + n + o + p.$$

Kokkuarwamisest jääb, nii kui eesfeiswatest näitustest näha, klambrite arawõtmise läbi arwu eesmärk muutmata, ja on sedamööda arwudel niihäste klambritega kui ilma klambriteta ühesugune hind.

*) Need kolm wõdrast tähte tulewad eesfeiswas raamatus ette: x loe: ifs; y = ipsilon; z = tjet.

Õiisama: $7 \times 8 + (6 + 3 \times 4 - 4) = 7 \times 8 + 6 + 3 \times 4 - 4 = 70.$

$ab + (d + mn - n) = ab + d + mn - n$

Õht: $9 + (5 - 2) = 9 + 5 - 2 = 9 + 3 = 12.$

$a + (b - d) = a + b - d.$

Õht: $(8 - 3) + 4 = 8 - 3 + 4 = 5 + 4 = 9.$

$(x - y) + z = x - y + z.$

Ülesanded.

1) $a + a + a = ?$ a olgu 18, kui palju tuleb siis wälja?

2) $d + d + d + d = ?$ Ütle, et $d = 27$, mis saad siis?

3) p 4) x 5) z 6) 7a 7) 8m

p x z 5a m

p x z 3a 7m

 x z m

x

8) $-3a$ 9) $+17n$ 10) $+8e$ 11) $-13b$

$+7a$ $-10n$ $+3e$ $-14b$

$+4a$ $-3n$ $-17e$ $-b$

$-11a$ $+4n$ $+e$ $+15b$

$-12n$ $+3e$ $-16b$

$-4e$ $+b$

$+17b$

Ülesannetes 3 kummi 11 pane p asemele 11, x asemele 15, z asemele 9, a asemele 4, m asemele 7, a asemele 16, n asemele 3, e asemele 3 ja b asemele 5.

12) $+4y$ 13) $a + b + d + e = ?$

$-5y$ 14) $3m + 4n + 5w = ?$

$+6y$ 15) $22a + 13b + 14d = ?$

$-7y$ 16) $8x + 7z + 5y = ?$

$+8y$

$-9y$

17) Kumbki kottkuurwataw olgu m ja n; kui suur on nende summa?

- 18) Keegi teenis esimesel aastal m rbl., teisil aastal n rbl. enam kui esimesel, kolmandal aastal x rbl. enam kui teisil; mitu rbl. teenis ta kolmandal aastal? Mitu kōigel kolmel aastal ũhte-kokku?
- 19) Keegi oli p rbl. wälja andnud, sellepärast oli tal nüüd weel kōiges o rbl.; kui palju oli tal enne seda olnud?
- 20) Urwa kokku: $4a + 5b + 8a = ?$; niisama: $7b + 8e + 9b = ?$
- 21) $17b + 18a + 16b = ?$; $20m + 19n + 15m + 23n + 17m = ?$
- 22) Keegi tahab 4^{ia} päewaga ũhest paigast teise reisisda; ta jõuab esimesel päewal 30 wersta edasi, teisil päewal 3 wersta enam kui esimesel, ja nõnda igal järgmisel päewal ifka 3 wersta enam kui eelmisejal. Kui pikk oli tema teereis?
- Rehkenda see ũlesanne tähtedega: $30 = a$, $3 = b$.
- 23) $(+ 7a) + (- 5e) + (+ 3b) + (- 3e) + (+ 2a) + (- 7b) = ?$
- 24) $(+ 12b) + (- 3e) + (- 7g) + (+ 3h) + (+ 5x) + (- 9h) + (- 2g) + (+ 8e) + (- 3i) = ?$
- 25) $- 7g + 3a - 2a + 4g - 3a + 3g + 2a = ?$
- 26) $+ 8m - 3n + 10p - 8r + 3r + m - 8p - z = ?$
- 27) $32a + (8a + 3b) = ?$ $20p + (8w + 12p) = ?$
- 28) $14n + (24m + 9p) + (10m + 15n) = ?$
- 29) $3a + 6b + 7e + (4a + 7e + 3b) + (2e + 7b + 8a) = ?$
- 30) $17x + 75y + 39z + 228u + (19x + 18y + 38z) + (23x + 25y + 49u) + (41x + 28z + 95u) + (82y + 195z + 28u) = ?$

III. Mõõta-arwamine tähtedega.

Seletused.

1) 8	$8 = a.$	a	8×6	$6 = b.$	$8b$
8	a	a	3×6	$3b$	$3b$
$\frac{8}{0.}$	$\frac{a}{0.}$	$\frac{a}{0.}$	$\frac{5 \times 6}{0.}$	$5b$	$5b.$

$$2) \quad \begin{array}{r} 8a \\ - 3b \\ \hline \end{array} \quad 3m - 2n = 3m - 2n.$$

$$3) \quad \begin{array}{r} 3a - 2b + 6 \\ 2a - 7b - 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{seft } (+ 2a) + (+ a) = + 3a; \\ (- 7b) + (+ 5b) = - 2b; \\ (- 3) + (+ 9) = + 6. \end{array}$$

Tähendus. Kui ülesandes esimene arv ilma eesmärgita on, siis on see ikka üks üleneja arv.

4) Klambrite tähendus maha=arvamises.

a. Maha arwata olgu 10^{nest} arwud 2 ja 5, sedamööda 10 - 2 - 5; see kirjutatakse 10 - (2 + 5); see on 10 - 7 = 3.

a - b - d kirjutakse a - (b + d). (10 = a; 2 = b; 5 = d).

Kui klambrites seiswate arwude wahel kokkuarvamise märk on, siis on see üks kõi, kas nende arwude summa ühekorraga, ehk kas arwud ükskhaawal maha arwatakse.

$$27 - (3 + 5 + 7) = 27 - 3 - 5 - 7 = 12; \text{ ehk } 27 - 15 = 12.$$

$$a - (b + d + e) = a - b - d - e.$$

Kui klambri ära wõetakse, siis peab kokkuarvamise märk, mis klambrites seiswate arwude wahel oli, maha=arvamise märgiks muudetama.

b. 10 - (5 - 2) tähendab, et 10^{nest} peab 5 wähem 2 maha arwatama, ehk 10 - 3 = 7. Arwati aga 5 maha, siis läks 2 liias maha, sedamööda peab 2 jälle juure arwatama. Sedamööda 10 - (5 - 2) = 10 - 5 + 2 = 7.

Tähtedega niisama: a - (b - d) tähendab, et ast peab b wähem d ära wõetama. Võetakse ast b ära, siis on d liias ära wõetud, sellepärast peab d jälle tagasi juure pantama. a - (b - d) = a - b + d. Kui

klambrid ära wõetakse, siis peab maha=arvamise märk, mis klambris seiswate arwude wahel oli, kokku=arvamise märgiks muudetama.

$$28 - (15 - 9 + 7 - 10) = 28 - 15 + 9 - 7 + 10 = 25.$$

$$m - (n - p + r - s) = m - n + p - r + s.$$

d. Kui klambrite wahel weel teisid klambrid, siis saadetakse wahelmised klambrid enne ära. Näituseks:

$$28 - [10 - (5 + 3)] \text{ on}$$

$$28 - [10 - 5 - 3] \text{ on}$$

$$28 - 10 + 5 + 3 = 26.$$

Ülesanded.

1)	16b	12e	100d	94g	48h
	3b	9e	17d	17g	29h.

2) a f. o. (+ a) - (- a) = ?

$$\frac{-a}{\cdot}$$

Näisama:	+ 8a	10m	13r	4p
	- a	- 4m	- 4r	18p.

3) - 9a tähendab: (- 9a) - (+ 3a).

$$\frac{3a}{-}$$

- 15x	- 18z	- 24w
12x	24z	38w.

4) - 7a - 3a - 19a - 15b

- 3a - 7a - 20a - 20b.

(Tähend. Waata: Maha=arwamine wastaliste arwudega.)

5) 15a - 7b = ? 19m - 13n = ?

6) Mis jääb üle, kui pst r maha arwatakse?

7) Wähendataw on x; maha=arwataw on y; kui suur on nende wahel?

8) Kui rikas on see, kellel n rbl. warandust ja x rbl. wõlga on?

9) Keegi läheb m sammuga edasi ja sedasama teed n sammuga tagasi; kui kaugemale ta jõuab?

10) Üks tuulelaev tõuseb esite a jalga üles, langeb siis jälle b jalga alla poole; kui kõrges on ta siis veel maa päält?

11) Üks pütt soola kaalub x naela; paljas fool üksi kaalub z naela; kui raske on pütt tühjalt?

$$12) \quad \begin{array}{r} 16a - 4b + 3e - 10d, \text{ jellest arwa} \\ \text{maha} \quad 9a - 3b - 5e + 4d. \\ \hline \end{array}$$

Riijama:

$$13) \quad \begin{array}{r} 16m - 12n + 27p - 10r - 4s \\ 13m + 10n - 16p - 6r + 12s. \\ \hline \end{array}$$

$$14) \quad \begin{array}{r} 13a - 2b + 9e - 3d \\ 8a - 6b + 9e - 10d + 12. \\ \hline \end{array}$$

$$15) \quad \begin{array}{r} -7g + 3m - 8x \\ -6g - 5m - 2x + 3d + 8. \\ \hline \end{array}$$

$$16) \quad \begin{array}{r} 27a + 13b - 12e \\ -18a - 19b - 14e. \\ \hline \end{array}$$

$$17) \quad \begin{array}{r} 3h - 2k \\ -8k + 9l - 7. \\ \hline \end{array}$$

$$18) \quad \begin{array}{r} -3e - 2i + 5d \\ +7e + 8i - 16d. \\ \hline \end{array}$$

$$19) \quad \begin{array}{r} 6a + 5 - 3b - 5e - g - h \\ -2a - 8 - 9b + 7e + 8g - 9h. \\ \hline \end{array}$$

$$20) \quad 20 - 7 + 6 = ? \qquad 20 - 7 - 6 = ?$$

$$20 - (7 + 6) = ? \qquad 20 - (7 - 6) = ?$$

$$a - b + d = ? \qquad a - b - d = ?$$

$$a - (b + d) = ? \qquad a - (b - d) = ?$$

$$21) \quad 48 - 12 - (6 + 4) = ?$$

$$48 - 12 - 6 + 4 = ?$$

$$48 - (12 - 6 + 4) = ?$$

$$48 - (12 - 6) + 4 = ?$$

$$48 - [12 - (6 + 4)] = ?$$

- 22) $100 - 27 - 16 - 12 - 2 + 7 = ?$
 $100 - (27 - 16 - 12 - 2 + 7) = ?$
 $100 - (27 - 16 - 12) - 2 + 7 = ?$
 $100 - (27 - 16 - 12) - (2 + 7) = ?$
 $100 - [27 - (16 - 12 - 2) + 7] = ?$
 $100 - [27 - (16 - 12) - (2 + 7)] = ?$
- 23) $a - b - d - e + g = ?$
 $a - (b - d) - (e + g) = ?$
 $a - [b - (d - e) + g] = ?$
 $a - (b - d - e + g) = ?$
- 24) Arwa m ja n kofku, see summa arwa p^{lt} maha, ülejäädawale arwa r juure ja arwa siis fõit see summa x^{lt} maha. Ütleme, et $m = 15$, $n = 17$, $p = 24$, $r = 4$, $x = 40$; siis?
- 25) $32a + 3b - (5a + 17b) = ?$
 26) $14a + 13b - (13b + bd) = ?$
 27) $68 + 20x - (25 + 3y) = ?$
 28) $12m + 15n + 9m + 8n - (6p + 24m + 17n) = ?$
 29) $24a + 30b - (16b + 5a) = ?$
 30) $43m - 18n - 20p - (23m + 14p) = ?$
 31) Pane klambrite wahetele ja arwa:
 $9778 - 477 - 298 - 23 - 2.$
- 32) $6a - (3b - 5e) = ?$ $36a - (20b - 16a) = ?$
 33) $24m + 8n - (12m - 6n) = ?$
 34) $48a + 36b - (10b - 8a) - (14a - 16b) = ?$
 35) $25m - 25n - 25p - 25r + (2m - 3n + 4p + 5r)$
 $- (8r + 7n - 6p + 5m) = ?$
 36) $18a - 24b + 16e - 4d + 12g - (2d + 3e - 12b$
 $- 12a - 3g) = ?$
 37) $13a - (5e + 3g - 7a - 5x + 3a) = ?$
 38) $37a - 5g - (3a - 2b - 5g) - (6a - 4b + 3h) = ?$
 39) $18a - 24b + 23e - (16a + 14b - 13e) = ?$
 40) $26m - 24n - 48p - 20r - (14m - 28n - 19p$
 $+ 18r) = ?$

- 41) $17a - 9b - 8d - (6a - 5b - 3d) - (7a + 9b - 8d) = ?$
- 42) $15y + 6x - [3y - (8z + 4x)] = ?$
- 43) Kui 50^{nest} 10 ja 15 maha peab arvatama, kuidas tuleb see klambritega ära tähendada?
- 44) Pane klambrite wahetele: $a - b - d - e$.
- 45) Niisama: $m - n - p + r - t + u$.
- 46) Niis.: $20x - 12y + 13y$.
- 47) Niis.: $30a - 40b + 10b - 12d + 4e$.
- 48) Niis.: $6a - 10b + 2b - 3a$.
- 49) Üks laew läheb a penikoormat edasi, b penif. tagasi, siis d penif. tagasi, wiimaks e penif. edasi, kui kaugele on see laew wäljasõitmise paigast?
- 50) Sojamõõtja oli hommikul a graadi all pool nulli, lõune ajal tõusis ta b gradi nullist kõrgemale; mitu graadi on ta üleüldse tõusnud?

IV. Kaswatamine tähtedega.

Selektused.

- 1) a. $3 \times 4 = 4 \times 3 = 12$.
 $a \times b = b \times a = ab = ba$.
- b. $3 \cdot 4 \cdot 5 = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 5 \cdot 3 =$
 $5 \cdot 4 \cdot 3 = 5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$.
- a . b . d = abd = adb = bad = bda = dab = dba.
- d. $b \times -a = -ab$; $a \times -b = -ab$; $-a \times -b = +ab$.
- e. $6a \times 7b = 42ab$; $8m \times 7n = 56mn$; sellest on näha, et niisaste tähed kui ka nende kaswatajad tulewad üksteisega kaswatada.

- 2) Klambrite tähendus kaswatamises.

Kui kaswatamise märk wäljapool klambrit seisab, ehk kui klambri ja klambrit wäljapool seiswa tähe ehk arwu wahel märki ei olegi, siis tähendab see, et iga klambri wahel seisaw arw tuleb kaswatada.

a. $4(9 + 3) = (4 \times 9) + (4 \times 3) = 36 + 12 = 48;$
 ehf. $4 \times 12 = 48.$

$a(b + d) = ab + ad.$

$3(4 - 2 + 3) = 3 \cdot 4 - 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 12 - 6 + 9 = 15.$

$a(b - d + e) = ab - ad + ae.$

Sagedaste on klambrite wahel weel tõiſed klambriid; näitufeſks:

$30 [8 \times 9 - 4(5 + 6) + 12],$

f. o. $30 [8 \times 9 - (4 \cdot 5 + 4 \cdot 6) + 12],$

ehf: $30 [8 \times 9 - (20 + 24) + 12],$

ehf: $30 [8 \times 9 - 20 - 24 + 12],$

ehf: $30 [72 - 20 - 24 + 12],$

ehf: $30 \times 40 = 1200.$

$m[\text{no} - p(s + r) + t] =$

$m[\text{no} - ps - pr + t =$

$\text{mno} - mps - mpr + mt.$

b. $(3 + 4)(5 + 6),$ f. o. 5 ja 6 tulewad enne 3ega ja siis
 $(a + b)(d + e).$ weel 4iaga kaſwatada.

Nõnda: $(3 + 4)(5 + 6)$

$(3 \cdot 5) + (3 \cdot 6) + (4 \cdot 5) + (4 \cdot 6) =$

$15 + 18 + 20 + 24 = 77; 7 \cdot 11 = 77.$

Ehf nõnda:

$(3 + 4)(5 + 6)$

$(a + b)(d + e)$

$3 \cdot 5 + 4 \cdot 5$

$ad + bd$

$3 \cdot 6 + 4 \cdot 6$

$ae + be$

$15 + 20 + 18 + 24 = 77.$

$ad + bd + ae + be.$

Tõine näitus:

$(8 - 3)(6 - 4) = 5 \cdot 2 = 10.$

$(a - b)(d - e)$

$8 \cdot 6 - 3 \cdot 6$

$ad - bd$

$- 8 \cdot 4 + 3 \cdot 4$

$- ae + be$

$48 - 18 - 32 + 12 = 10.$

$ad - bd - ae + be.$

Ülesanded.

- 1) Kaswataja on p, kaswatataw on r; kui juur on kaswatus?
- 2) Üks küünar riiet maksab x kop.; mis makswad 10 küünart?
- 3) Kui m töömest ühe päewaga a rbl. teeniwad, mitu rbl. teeniwad nad siis b päewaga? Kui palju saawad siis ühe päewaga g-korda niipalju töömehi? Kui palju g-korda m töömehi b päewaga?
- 4) 100 rbl. kannawad x rbl. kasu; kui palju kasu kannawad sedamööda 800 rbl.? Kui palju kasu kannawad z-korda 100 rbl.?
- 5) Kaupmees oli ise küünra eest m kopikat maksnud; müües wõttis ta küünra päält n kop. kasu; kui palju oli ta t küünra eest maksnud? Kui palju kasu sai ta t küünra päält?
- 6) $6a \times 11x = ?$ $ab \times deg = ?$ $-5abd \times -7eg = ?$
- 7) $x \times y = ?$ $7x \times 5y = ?$ $3p \times 8r = ?$
- 8) $-m \cdot n = ?$ $3a \cdot -4b = ?$ $-8e \cdot -3d = ?$
- 9) $a(b - d + e) = ?$ 10) Arwa Nr. 9 nii, et $a = 96$,
 $a[b - (d + e)] = ?$ $b = 8$, $d = 3$, $e = 2$.
 $(a - b)d - e = ?$
 $a - b(d - e) = ?$
 $(a + b - d)e = ?$
 $a + (b - d)e = ?$
- 11) $p(m + n) = ?$ $m(x + 1) = ?$ $13(y + z) = ?$
 $x(x + 1) = ?$
- 12) $(a + b)n = ?$ $(a + 17)p = ?$ $(u + 8r)97 = ?$
 $(p + 1)53 = ?$
- 13) $x(y - z) = ?$ $7(1 - a) = ?$ $(9 - x)m = ?$
- 14) $a(a - b + d + e - g) = ?$ $(p - p - r + t)t = ?$
- 15) $25(a - 36 + b - d) = ?$
- 16) $99 \times 12 = ?$ $99 \times 27 = ?$ $98 \times 36 = ?$
 $999 \times 17 = ?$ $996 \times 27 = ?$

(Täht. Nõbeda rehkendamise tarwis annab wõti juhatus.)

- 17) $12a - 6(b + d) = ?$ $16x - 7(7y - z) = ?$
 18) $dr + e(g + h - s) - k(b + m - n) = ?$
 19) $12(a - b + e) + 8(a + b - e) - 6(b - a - e) = ?$
 20) $10(m - n + p) - 6(m + n - p) - 2(m - n - p) = ?$
 21) $(a + b - e)20 + (b - e)12 - (a - b)8 = ?$

22) Üks waff rükkid maſſab 3 rbl. wähem 25 kop.; mis maſſawad 12 waffa?

Pane: $3 = a$, $25 = b$, $12 = d$.

Kuis sünnib see ülesanne klambritega üles tähendada?

23) Kui $a + b + d$ 7^{mega} kaswatada on, kuis tuleb see klambritega ära tähendada?

24) Pane järgmised ülesanded klambritesse:

$$7x + 5y + 5z;$$

$$9x - 14y + 14z;$$

$$a - mb + me - md;$$

$$m - mp + mr;$$

$$ab - ae - ne;$$

$$3m + 8p - 8r;$$

$$9a - 7b + 7c.$$

25) $(m + n)(p + r) = ?$ $(6a + 3b)(4e + 2d) = ?$

$(x + 1)(y + 1) = ?$ $(z + 2)(t + 4) = ?$

26) $(a + b)(d + e) = ?$ $(a - b)(d + e) = ?$

27) $(a - b)(d - e) = ?$ $(m - n)(p - r) = ?$

$(x - y)(z - t) = ?$

28) $(-m + n)(-p + r) = ?$ $(r + s)(t + u) = ?$

V. Jagamine tähtedega.

Seletused.

Meeletuletus: Jagaja seisab ikka jagatawa järel (jagatawast häädkät). Jagu on igakord see arv, mis — jagajaga kaswatatud — jagatawa annab.

1) Jagaja üheliikmeline; niisama ka jagataw.

$$24 : 6 = \frac{24}{6} = 4; \text{ seft } 4 \times 6 = 24.$$

$$24a : 6a = \frac{24a}{6a} = 4; \text{ seft } 4 \times 6a = 24a.$$

$$3 : 4 = \frac{3}{4}.$$

$$3b : a = \frac{3b}{a}; \quad 3b : 4a = \frac{3b}{4a}; \quad 1 : a = \frac{1}{a}.$$

$$12a : 3b = \frac{12a}{3b} = \frac{4a}{b}. \text{ Siin annawad kaswatatajad lühendada.}$$

$$aa : a = \frac{aa}{a} = a; \quad abb : b = \frac{abb}{b} = ab.$$

$$16aab : 2a = \frac{16aab}{2a} = 8ab.$$

$$5abd : b = \frac{5abd}{b} = 5ad.$$

2) Jagaja üheliikmeline; jagataw mitmeliikmeline.

$$ab + ad : a = \frac{ab + ad}{a} = \frac{a(b + d)}{a} = b + d.$$

Ehft nii kui arwudega:

3) 96(32) a) $ab + ad(b + d);$ seft a on ab sees b-korda, seft et $a \times b = ab$ j. n. e.

$$\begin{array}{r} 9 \\ \frac{6}{6} \quad \frac{ab}{ab} \\ \quad \quad \quad + ad \\ \quad \quad \quad \frac{ad}{ad} \end{array}$$

m) $am - bm + dm (a - b + d).$

$$\begin{array}{r} am \\ \frac{am}{am} \\ \quad \quad - bm + dm \\ \quad \quad - bm \\ \quad \quad \quad + dm \\ \quad \quad \quad + dm \end{array}$$

3) Jagaja ka mitmeliikmeline.

Siin tehtagu niisama, kui suurte arwude juures.

7072 : 32. Siin jagatakse 7 esite 3^{te}, et näha saaks, mitu-korda 32^{te} wõib 70^{neft} wõtta = 2-korda, ja kaswatatakse siis terwe jagaja jaoga, arwatakse kaswatus 70^{neft} maha n. n. e.

$$\begin{aligned} &= 32) 7072 \quad (221 \text{ ?} = m - : mn \quad ? = a : ab - \quad (10) \\ &= x : \frac{64}{67} + xz + oz + mx \quad ? = m : mn + mn + mn \quad (11) \\ &= \frac{67}{64} \quad ? = ab + aabb \quad (12) \\ &\frac{32}{32} \quad ? = ab + 12ab + 16ab + 20ab + 24ab \quad (13) \\ &\frac{32}{32} \quad ? = 12ab + 24ab + 48ab + 84ab \quad (14) \end{aligned}$$

$$a + b) ad + bd + ae + be \quad (d + e)$$

$$a | ad = d; \text{ fct } (a + b)d = ad + bd$$

$$a | ae = e; \text{ fct } (a + b)e = ae + be$$

$$a - b | ad - bd - ae + be = d - e$$

$$\frac{ad - bd}{ad - bd}$$

$$\frac{-ae + be}{-ae + be.}$$

4) Klambriid pruigitakse jagamise juures enamaste arwa.

Ülesanded.

- 1) $x : z = ? + g : h = ? \quad i : k = ? \quad r : w = ?$
- 2) Misjuguft arwu tuleb 18^{ga} kaswatada, et 198 ilmufs? Misjuguft 3^{ga}, et b ilmufs?
- 3) Mituforda wõid 25 775st ära wõtta? Mituforda a 9^{ast}?
- 4) Üks hobune saab kaera-waraga 96 päewa läbi; mitmeks päewaks ulatab see 12^{nele} hobusele? Üks hobune saab x päewa läbi; kui kaua z hobust?
- 5) $abd : a = ? \quad abd : ab = ?$
- 6) $32mno : 8m = ? \quad 30xzy : 5xz = ?$
 $165abdegh : 15abd = ?$
- 7) $p : r = ? \quad d : b = ? \quad d : ab = ? \quad deg : ab = ?$
 $1 : ab = ?$
- 8) $2b : 3a = ? \quad 25y : 7x = ? \quad 4mn : 5de = ?$
- 9) 30 küünart riiet maksawad 6 rbl.; mitu kopikat maksab 1 küünar? m küünart maksawad n rbl.; mitu kop. maksab 1 küünar? (30 = m; 6 = n; 1 rbl. = 100 kop.)

- 10) $4ab : a = ?$ $mn : -m = ?$ $-xyz : x = ?$
- 11) $an + bn + dn : n = ?$ $mx + nx + ox + px : x = ?$
- 12) $aabb + aaabbb : ab = ?$ $5de + ddee : de = ?$
- 13) $8ab + 12ad + 16ag + 20ah : 4a = ?$
 $12dhmn + 24dhpr + 48dhxy : 6dh = ?$
 $45xyz + 90xyt + 150xyw : 15xy = ?$
- 14) $aa - ab : a = ?$ $dl - de + dg : -d = ?$
 $-mo + mp + ma - mr \rightarrow ms : m = ?$
 $14abz - 28edz - 7ghz + 49ikz : 7z = ?$
- 15) $abde + abdg - abdh + abdi : abd = ?$
- 16) $42opr - 60oprs + 12oprt - 72opr : 6opr = ?$
- 17) $7a + 7b : a + b = ?$ $18a - 27b : 2a - 3b = ?$
- 18) $893a + 1081b : 19a + 23b = ?$ $ax + bx : a + b = ?$
- 19) $am + bm + an + bn : a + b = ?$
 $am + an - bm - bn : a - b = ?$
 $mp + np + mr + nr : m + n = ?$
 $100mp + 10mr + 10np + nr : 10p + r = ?$
 $56 + 8z + 7x + xz : 8 + x = ?$
- 20) $rt - rw - st + sw : r - s = ?$
 $12pr + 15ps - 8or - 10os : 3p - 2o = ?$
 $30eh + 36dh - 20eg - 24dg : 5e + 6d = ?$
- 21) $xy - 2x - 3y + 6 : y - 2 = ?$
 $30aab - 6aae + 75abb - 15abe : 15ab - 3ae = ?$
- 22) $rx - ry + px - py : x - y = ?$
- 23) $12rt + 6ru - 8st - 4su : 24r - 16s = ?$
- 24) $30ae - 15be - 42ad + 21bd : 5e - 7d = ?$
- 25) $14mx - 21nx + 7px + 6my - 9ny + 3py : 7x + 3y = ?$

Neljas päätükk.

Murrend.*)

A. Meli rehkendust kümnendit-murdudega.

I. Ottewalmistus.

Seletused.

1) a. $11 = 10 + 1$

ehk $(10 \times 1) + 1$.

$111 = 100 + 10 + 1$

ehk $(10 \cdot 10) + (10 \cdot 1) + 1$.

$1111 = 1000 + 100 + 10 + 1$

ehk $(10 \cdot 100) + (10 \cdot 10) + (10 \cdot 1) + 1$.

100 on tuhande 10^{nes} jagu;

10 on saja 10^{nes} jagu;

1 on kümne 10^{nes} jagu.

Sellest selgub jäädus: Esiteks — arwu kaju, tõiseks — arwu koht awaldab mulle arwu suurust ehk hinda. Arw kuralät on kümme korda niisuur, kui seesama arw hääkäe pool. Ehk tõiseft otsast: iga hääkäepoolse koha hind on oma eelmineja (kuraläepool olewa) koha hinna kümnes jagu.

b. Kui üks arw üksinda seisab, siis tähendab ta niipalju, kui ta kaju näitab. 1 on üks; 5 on wiis, s. o. $1 + 1 + 1 + 1 + 1$; 8 on kahetša j. n. e. Siis üteldakse, et arw seisab üheliste koha pääl.

Tähendame üheliste koha ära, selkombel, et meie üheliste koha pääl seiswa arwu alla ühe punkti teeme 1; nüüd wõtame arw

111

ja küsime: mis see tähendab?

*) Harilikud murrud jääwad ses raamatus seletamata; sest ses selle raamatu käpile wõtab, see peab harilikude murdudega koguni tuttav olema.

Gešpool seletadud säädust mööda tähendab arv, mis üheliste koha kõrval kirakät, kummekorda niipalju, kui ta kaju näitab. Sedasama säädust mööda tähendab üheliste koha pääl seisaw 1 kummekorda niipalju, kui see 1, mis häädkäät ta kõrwal. Eht: 1 on 10^{ne} 10^{nes} jagu; häädkäät seisaw 1 on 1^{he} 10^{nes} jagu. Seega:

$$111 = 10 + 1 + \frac{1}{10}$$

Misama: $11111 = 100 + 10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100}$
 $12345 = 100 + 20 + 3 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$

2) Harilik wiis on, et üheliste kocht konna läbi ära tähendatakse; konna eht murru-konna kirjutatakse üheliste kõrwale häädkäät. Sedamööda:

$$11,1 = 10 + 1 + \frac{1}{10}; 1 + 001 = 111$$

$$123,45 = 100 + 20 + 3 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{40}{100}; \text{ seega } \frac{4}{10} + \frac{5}{100} = \frac{45}{100}$$

123,45 loetakse: 123 terwet, 45 sajandikku.
 0,175 = 0 terwet, 175 tuhandikku; sest $\frac{1}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000} = \frac{175}{1000}$.

3) $11,10 = 11 + \frac{10}{100}; 11,100 = 11 + \frac{100}{1000}$
 $123,4500 = 123,450 = 123,45$.

Saiendada võib kummendit-murdu, kui tale nullisid paremat-kät otsa kirjutatakse.

Eühendada võib kummendit-murdu, kui paremat-kät otsast nullid maha jäetakse, (kui neid sääl oli).

Ülesanded.

- 1). See järgmisi kummendit-murdusid:
- | | | |
|-------|----------|------------|
| 0,5; | 159,35; | 0,009; |
| 0,7; | 790,97; | 0,023; |
| 0,3; | 0,125; | 79,001; |
| 3,6; | 317,503; | 100,101; |
| 2,7; | 0,05; | 0,0507; |
| 0,25; | 7,08; | 176,03004; |
| 7,45; | 15,09; | 30,000901; |
| 0,13; | 0,003; | 0,1000. |

2) Kirjuta needsamad kümnenärid = murrud harilikude murrude näol üles!

3) Kirjuta järgmised harilikud murrud = kümnenärid = murrude näol üles!

$\frac{3}{10}$;	$\frac{2^1}{10}$;	$\frac{50^{65}}{100}$;	$\frac{5}{1000}$;
$\frac{5}{10}$;	$\frac{7^6}{10}$;	$\frac{100^{15}}{100}$;	$\frac{72}{1000}$;
$\frac{7}{10}$;	$\frac{36}{100}$;	$\frac{125}{1000}$;	$\frac{73^{107}}{1000}$;
$\frac{8}{10}$;	$\frac{13^{25}}{100}$;	$\frac{25}{1000}$;	$\frac{396^{507}}{100}$.

4) Laienda Nr. 1^{ve} all seisvaid kümnenärid = murrusid

a. 10^{ga}; 100^{ga}; 1000^{ga};

b. nii et nad kõik ühenimeliseks saavad.

5) Lühenda järgmisi kümnenärid = murrusid

a. kümnega;

b. niipalju kui võimalik.

0,30;	0,10200;	0,006000;
0,900;	0,7000;	0,43020;
0,080;	0,705000;	0,050000.

III. Kümnenärid = murrude kokkuarvamine.

Seletused.

$\frac{0,5}{0,3}$	$\frac{0,5}{0,8}$		
$\frac{0,8}{0,8}$	$\frac{1,3}{0,8}$;	sest $\frac{5}{10} + \frac{8}{10} = \frac{13}{10} = 1\frac{3}{10} = 1,3$.	
$\frac{0,07}{0,32}$	$\frac{0,81}{0,7}$	$\frac{24,072}{97,9048}$	$\frac{9,3572}{80,867}$
$\frac{0,39}{0,39}$	$\frac{1,51}{1,51}$.	$\frac{121,9768}{121,9768}$.	$\frac{90,2242}{90,2242}$.

Kokkuarvamise juures tulevad otseselt täisarvude kokkuarvamise juures ühelised üheliste, kümnelised kümneliste, kümnenärid kümnendide alla j. n. e. kirjutada; ehk lühidelt: murrud = summad peavad kohastiku seisma. Muudu ei ole kümnenärid = murrude ja termete arvude kokkuarvamise vahel mingisugust vahet.

Ülesanded.

- 1) $0,9 + 0,5 = ?$
- 2) $0,07 + 0,32 = ?$
- 3) $0,096 + 0,28 = ?$
- 4) $0,0743 + 0,09716 = ?$
- 5) $0,923 + 0,08456 = ?$
- 6) $0,7493 + 2,964 = ?$
- 7) $24,072 + 97,9048 = ?$
- 8) $1,304 + 24,0079 + 13,80257 = ?$
- 9) $67,02 + 84,0476 + 93,7 + 124,033 = ?$
- 10) $768,0438 + 0,23 + 1,073 + 13,804756 = ?$

$$\begin{array}{r}
 11) \quad 92,84732 \\
 \quad 247,038 \\
 \quad \quad 0,0007 \\
 \quad \quad 27,4 \\
 \hline
 \quad 316,729.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12) \quad 0,8429 \\
 \quad 0,7 \\
 \quad 0,345 \\
 \quad 0,97548 \\
 \quad 0,62 \\
 \hline
 \quad 0,795423.
 \end{array}$$

III. Kümwendik-murdude maha-arwamine

Seletused:

0,6	0,08	4,549	4,230
0,4	0,02	2,23	2,549
<u>0,2.</u>	<u>0,06.</u>	<u>2,319.</u>	<u>1,681</u>

Ülesanne: $9 - 0,8472 = ?$

$$\begin{array}{r}
 \text{Wäljarehkendamine: } 9,0000 \\
 \quad \quad \quad 0,8472 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 8,1528.
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 23,00725 \\
 \quad 21, \\
 \hline
 2,00725.
 \end{array}$$

Kohastiku kirjutamise niisama kui kofkuarwamise — ehk nii kui terwete arwude — juures.

Ülesanded:

- 1) $0,6 - 0,4 = ?$
- 2) $0,08 - 0,06 = ?$
- 3) $0,347 - 0,129 = ?$
- 4) $0,456 - 0,1347 = ?$

- 5) $4,23 - 2,549 = ?$
- 6) $8,246 - 0,75 = ?$
- 7) $0,43 - 0,12745 = ?$
- 8) $0,79 - 0,4268 = ?$
- 9) $27,243 - 9,84762 = ?$
- 10) $9 - 0,8472 = ?$
- 11) $284 - 29,845 = ?$
- 12) $634 - 0,275 = ?$
- 13) $47,284 - 23,94623 = ?$
- 14) $24,8236 - 15,24 = ?$
- 15) $8,76 - 2,84999 = ?$
- 16) $10 - 9,9999 = ?$
- 17) $0,642395 - 0,365 = ?$
- 18) $24,8 - 9,573624 = ?$
- 19) $2493 - 3,84469 = ?$
- 20) $1 - 0,99999 = ?$

IV. Rummendix-murdude Paswatamine.

Geletused.

- | | |
|---|--|
| 1) $4 \times 0,2 = 0,8.$ | $3 \times 0,4 = 1,2.$ |
| $4 \times \frac{2}{10} = \frac{8}{10}.$ | $3 \times \frac{4}{10} = \frac{12}{10}.$ |
| $5 \times 7 = 35.$ | |
| $5 \times 0,7 = 3,5;$ | $5 \times \frac{7}{10} = \frac{35}{10}.$ |
| $5 \times 0,07 = 0,35;$ | $5 \times \frac{7}{100} = \frac{35}{100}.$ |
| $5 \times 0,007 = 0,035;$ | $5 \times \frac{7}{1000} = \frac{35}{1000}.$ |
| $0,5 \times 0,007 = 0,0035;$ | $\frac{5}{10} \times \frac{7}{1000} = \frac{35}{10000}.$ |
| $\begin{array}{r} 3,17 \\ 0,5 \\ \hline 1,585. \end{array}$ | $\begin{array}{r} 0,072 \\ 0,74 \\ \hline 288 \\ 504 \\ \hline 0,05328. \end{array}$ |

Gesfeiswateft näitustest ilmub ja selgub, et kaswatufel on ikka nii-mitu murrukohta, kui kaswatawatel ühtekohtu. Muidu on kaswatamine nii kui täisarwudega.

2) $10 \times 5 = 50$. Enne oli 5 üheliste koha pääl; peab teda 10^{ega} kaswatatama, s. o. 10^{ne}fordseks tehtama, siis nihkub ta ühe koha kurakät edasi; see sünnib, kui üheliste koha pääle null pannakse.

$10 \times 0,5 = 5$. Arwu sees 0,5 on 5 kümnenäkkude koha pääl; peab ta 10^{ne}fordseks saama, siis nihkub ta koht edasi, s. o. murrukomma tõstetakse koht häädkät. (Waata: Ettevalmistus 1) a. b., lehekülj 29.)

$$10 \times 0,247 = 2,47.$$

$$100 \times 0,247 = 24,7.$$

$$1000 \times 0,247 = 247.$$

$$10000 \times 0,247 = 2470.$$

Kümnenäkk-murdu kaswatatakse 10^{ga} ehk 10^{ne} astmega (s. o. $10 \times 10^{\text{ga}}$, $10 \times 10 \times 10^{\text{ga}}$ j. n. e.), kui murrukomma nii-mitu kohta häädkät tõstetakse, kui kaswatajal nullisid olema on.

Ülesanded.

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| 1) $4 \times 0,2 = ?$ | 13) $0,74 \times 37 = ?$ |
| 2) $3 \times 0,09 = ?$ | 14) $0,3 \times 0,2 = ?$ |
| 3) $7 \times 0,342 = ?$ | 15) $0,2 \times 0,02 = ?$ |
| 4) $8 \times 0,2763 = ?$ | 16) $0,03 \times 0,03 = ?$ |
| 5) $12 \times 7,0634 = ?$ | 17) $0,09 \times 0,07 = ?$ |
| 6) $15 \times 9,8746 = ?$ | 18) $0,003 \times 0,02 = ?$ |
| 7) $0,9 \times 7 = ?$ | 19) $0,0004 \times 0,7 = ?$ |
| 8) $0,2 \times 11 = ?$ | 20) $0,74 \times 0,072 = ?$ |
| 9) $0,09 \times 24 = ?$ | 21) $2,7 \times 9,8 = ?$ |
| 10) $0,14 \times 32 = ?$ | 22) $24,2 \times 6,3 = ?$ |
| 11) $0,01 \times 48 = ?$ | 23) $76,9 \times 0,14 = ?$ |
| 12) $0,008 \times 15 = ?$ | 24) $32,134 \times 9,42 = ?$ |

- 25) $0,4762 \times 7,253 = ?$
- 26) $0,0021 \times 0,1234 = ?$
- 27) $0,00032 \times 0,00073 = ?$
- 28) $87643,72 \times 0,000003 = ?$
- 29) $10 \times 847,457 = ?$
- 30) $1000 \times 2,7432 = ?$
- 31) $100 \times 4,21 = ?$
- 32) $10000 \times 0,432 = ?$
- 33) $1000 \times 0,2 = ?$
- 34) $10 \times 9,4 = ?$
- 35) $1000 \times 0,342 = ?$
- 36) $1000000 \times 0,1 = ?$

V. Rõmnendit-murdude jagamine.

Solutused.

1) Jagaja on täisarv.

$$0,6 : 2 = 0,3; \quad 0,161 : 7 = 0,023;$$

$$\frac{6}{10} : 2 = \frac{3}{10}. \quad 7) 0,161 (0,023.$$

$$7 \cdot 0,02 = 0,14$$

$$0,021$$

$$7 \cdot 0,003 = 0,021$$

Ühesanne: $5,9 : 4 = ?$

Rõljarehkendamise: 4) 5,9 (1,475.

$$(4 \cdot 1 =) 4$$

$$1,9$$

$$(4 \cdot 0,4 =) 1,6$$

$$0,30 \text{ (sest } 0,3 = 0,30).$$

$$(4 \cdot 0,07 =) 0,28$$

$$0,020 \text{ (sest } 0,02 = 0,020).$$

$$(4 \cdot 0,005 =) 0,020$$

$$8,919 : 12 = ?$$

$$12) 8,919 (0,74325.$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ \hline 51 \\ 48 \\ \hline 39 \\ 36 \\ \hline 30 \\ 24 \\ \hline 60 \\ 60. \\ \hline \end{array}$$

$$0,76 : 3 = ?$$

$$3) 0,76 (0,25333 \dots *)$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 16 \\ 15 \\ \hline 10 \\ 9 \\ \hline 10 \\ 9 \\ \hline 10 \\ 9 \\ \hline \end{array}$$

2) Jagaja on ka kümneidimurd.

$$600 : 300 = 2;$$

$$60 : 30 = 2;$$

$$6 : 3 = 2;$$

$$0,6 : 0,3 = 2;$$

$$0,06 : 0,03 = 2;$$

Jagu jäeb muutmata, kui jagajat ja jagatavat ühe ja sellesama arvuga kasvatatakse ehk jagatakse. Sellepärast muudetagu jagaja — mis kümneidimurd — terweks arvuks, see läbi et murrukomma häädfät otjani edasi tõstetakse, s. v. et murdu kümnega ehk 10^{ne} astmega kasvatatakse. Niisama kaugele tõstetagu siis ka jagatava komma. Näituseks:

Ülesanne: $0,6 : 0,2 = ?$

Niisama: $0,12 : 0,4 = ?$

Wäljarehk: 2,) 6, (3.

4,) 1,2 (0,3.

$$\underline{6}$$

$$\underline{12}$$

3) $253 : 10 = 25,3.$

$$253 : 100 = 2,53.$$

$$254 : 1000 = 0,253.$$

$$253 : 10000 = 0,0253.$$

*) See on üks lõppemata kümneidimurd. Lähemat seletust leiad ümbermuutmiste juures.

Kümnendit-murdu jagatakse 10^{ga} ehk 10^{ne} astmega (s. o. $10 \times 10^{\text{ga}}$, $10 \times 10 \times 10^{\text{ga}}$ j. n. e.) kui jagatava murrufomma nii-mitu kohta kurakät tõstetakse, kui jagajal nullisid olemas on.

Ülesanded.

- | | |
|------------------------|---------------------------|
| 1) $0,6 : 2 = ?$ | 19) $0,12 : 0,4 = ?$ |
| 2) $0,08 : 2 = ?$ | 20) $0,09 : 0,03 = ?$ |
| 3) $0,36 : 3 = ?$ | 21) $0,004 : 0,02 = ?$ |
| 4) $0,96 : 4 = ?$ | 22) $0,0848 : 0,04 = ?$ |
| 5) $0,1206 : 6 = ?$ | 23) $0,9 : 0,003 = ?$ |
| 6) $0,154 : 7 = ?$ | 24) $472 : 0,07 = ?$ |
| 7) $9,828 : 8 = ?$ | 25) $5,8476 : 0,028 = ?$ |
| 8) $8,916 : 12 = ?$ | 26) $9,42 : 4,238 = ?$ |
| 9) $42,743 : 37 = ?$ | 27) $0,47828 : 973,2 = ?$ |
| 10) $82,0753 : 85 = ?$ | 28) $52,3 : 84,293 = ?$ |
| 11) $9 : 0,1 = ?$ | 29) $23,74 : 10 = ?$ |
| 12) $6 : 0,2 = ?$ | 30) $2,759 : 100 = ?$ |
| 13) $5 : 0,4 = ?$ | 31) $4732,84 : 1000 = ?$ |
| 14) $9 : 0,7 = ?$ | 32) $47,23 : 10000 = ?$ |
| 15) $1 : 0,02 = ?$ | 33) $0,3724 : 100 = ?$ |
| 16) $72 : 0,04 = ?$ | 34) $2479,87 : 10 = ?$ |
| 17) $258 : 0,06 = ?$ | 35) $0,234 : 10000 = ?$ |
| 18) $0,1 : 0,1 = ?$ | 36) $24,72 : 1000 = ?$ |

VI. Ümbermuutmise.

a. Harilik murd kümnendit-murruks.

- 1) $10 = 2 \cdot 5;$
 $100 = 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \times 2 \cdot 5;$
 $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \times 2 \cdot 5 \times 2 \cdot 5.$

Kümmel ja kümne astmetel on alguskaswatawatels üksnes kahed ja wiied.

$$\begin{aligned} 1/2 &= 5/10 = 0,5; \\ 3/5 &= 6/10 = 0,6; \\ 7/20 &= 35/100 = 0,35. \end{aligned}$$

Kuna kümnen dif-murrul ifka üksnes 10 ehk 10^{ne} aste nimetajaks on, ühele murrule aga laiendamise läbi uut nimetajat võib anda, siis on mõista, et üksnes niisugust harilikku murdu võib täieste („lõppejaks^a“) kümnen dif-murruks ümber muuta, kelle nimetajal muud algus-
kaswatawat ei ole, kui üksnes kahed ehk wiied, ehk kahed ja wiied.

Igast teisest harilikust murrust saab ümber muutes „lõppemata“ kümnen dif-murd.

$$2) \quad 1/2 = 1 : 2. \quad 2) \quad 1,0(0,5. \quad 0,5 \text{ on lõppeja kümn. murd.}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \hline \end{array}$$

$$3/5 = 3 : 5. \quad 5) \quad 3,0(0,6. \quad - 0,6 \text{ niisama.}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \hline \end{array}$$

$$7/20 = 7 : 20. \quad 20) \quad 7,0(0,35. \quad 0,35 \text{ niisama.}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \hline 100 \\ \hline 100 \\ \hline \end{array}$$

$$1/9 = 1 : 9. \quad 9) \quad 1,0(0,111\dots \quad 0,111\dots \text{ on lõppemata}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 10 \\ \hline 9 \\ \hline 10 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

kümnen dif-murd; ta on selgejätkuline; jätt on 1.

$$3/11 = 3 : 11. \quad 11) \quad 3,0(0,2727\dots \quad 0,2727\dots \text{ niisama;}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \hline 80 \\ \hline 77 \\ \hline 30 \\ \hline 22 \\ \hline \end{array}$$

jätt on 27.

$$\begin{array}{r} 80 \\ \hline 77 \\ \hline 30 \\ \hline 22 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \hline 22 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ \hline 77 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{5}{12} = 5 : 12. \quad 12) 5,0(0,41666\dots \quad 0,41666\dots \text{ lõppemata}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \hline 20 \\ 12 \\ \hline 80 \\ 72 \\ \hline 80 \\ 72. \end{array}$$

segajätkuline küm-
nendit-murd; segajätk on 6.
41, selgejätk on 6.

$$\frac{8}{5} = 8 : 5. \quad 5) 8(1\frac{3}{5}; \quad \text{Sga harilik murd on poolele jäänud}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 3 \end{array}$$

jagamine. Sellepärast: harilik murd
muudetakse kümnendit-murruks, kui
lugejat nimetajale jagatakse.

ehk $5) 8(1,6.$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 30 \\ 30. \end{array}$$

b. Kümnendit-murd harilikuks murruks.

1) $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2};$
 $0,35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20};$
 $0,375 = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}.$

Lõppeja kümnendit-murd muudetakse nii harilikuks murruks, et tale ta nimetaja alla kirjutatakse; siis lühendatagu.

2) $\frac{1}{9} = 0,111\dots \quad \frac{7}{9} = 0,7777\dots \quad \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = 0,3333\dots$
 $\frac{1}{99} = 0,010101\dots \quad \frac{23}{99} = 0,2323\dots \quad \frac{4}{11} = \frac{36}{99} =$
 $0,3636\dots$
 $\frac{1}{999} = 0,001001\dots \quad \frac{58}{111} = \frac{522}{999} = 0,522522\dots$

Sga selgejätkuline kümnendit-murd, mille jätk ühe-
kohaline, on $\frac{1}{9}$ ^{ku} mitmekordne; mille jätk kahelkohaline,
on $\frac{1}{99}$ ^{ku} mitmekordne; mille jätk kolmekohaline, on $\frac{1}{999}$ ^{ku}
mitmekordne, (ehk ka ühefordne).

Selgejätkuline kümnendit-murd muudetakse harilikuks mur-
ruks, kui ühele jätkule nii-mitu 9^{at} nimetajaks pannakse, kui
jätkul kohtasid olemas on.

$$0,333\dots = \frac{3}{9} = \frac{1}{3};$$

$$0,363636\dots = \frac{36}{99} = \frac{4}{11};$$

$$0,001001\dots = \frac{001}{999} = \frac{1}{999}.$$

3) $x = 0,1666\dots;$
 $10x = 1,666\dots = 1\frac{6}{9} = 1\frac{2}{3};$
 $x = 1\frac{2}{3} : 10 = \frac{1}{6};$
 $x = 0,41666\dots;$
 $100x = 41,666\dots = 41\frac{6}{9} = 41\frac{2}{3};$
 $x = 41\frac{2}{3} : 100 = \frac{125}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{5}{12}.$

Segajätkulist kümnendit-murdu kaswata esite, nii et jega-
 jätk terweks ja seeläbi murd selgejätkuliseks saab, siis
 muuda selgejätk harilikuks murruks. Wimmaks jaga koguna arw
 endise kaswataja läbi, siis ilmub harilik murd.

Ülesanded.

Muuda kümnendit-murdudeks:

1) $\frac{1}{2};$	2) $\frac{13}{16};$	3) $\frac{3^3}{11};$
$\frac{1}{4};$	$\frac{23}{125};$	$\frac{43}{75};$
$\frac{3}{4};$	$\frac{179}{160};$	$\frac{3}{800};$
$\frac{3}{8};$	$\frac{15}{32};$	$\frac{7}{33};$
$\frac{7}{8};$	$\frac{15}{6};$	$\frac{5}{7};$
$\frac{4}{5};$	$\frac{35}{9};$	$\frac{61}{111};$
$\frac{3}{20};$	$\frac{5^{14}}{15};$	$\frac{85}{99};$
$\frac{17}{80};$	$\frac{7^2}{3};$	$\frac{29}{30};$
$\frac{9}{25};$		

Muuda harilikudeks murdudeks:

4) 0,5;	5) 0,025;	6) 0,333...
0,2;	0,0405;	0,2727...
0,15;	5,15;	0,375375...
0,25;	1,76;	0,49504950...
0,75;	7,325;	0,41666...
0,125;	0,00875.	0,31818...
0,525.		0,152777...
		1,0426363...

B. Rehi rehkendust tähtede murdudega

I. Ettevalmistus.

Seletused.

- 1) $\frac{a}{b}; \frac{d+e}{g+h}; \frac{i-k}{l-m}; \frac{no}{p}; \frac{r}{st}$; need on tähtede murrud.

Ühenimelised murrud on: $\frac{m}{a}, \frac{n}{a}, \frac{p}{a}, \frac{a+b}{x}, \frac{d+e}{y},$
 $\frac{g+h}{x}, \frac{a}{st}, \frac{b}{st}, \frac{d}{st}.$

Õõranimelised murrud: $\frac{a}{b}, \frac{d}{e}, \frac{g}{h}, \frac{a+b}{x-y}, \frac{d+e}{m+n}.$

- 2) Murdude lühendamise; näituseks: $\frac{nmp}{npr} = \frac{m}{r}.$

- 3) Murdude ühenimeliseks tegemine:

Ülesanne: $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}.$

Wäljarehendamine: Päänimetaja on $3 \times 5;$

Üks terve on $\frac{15}{15}.$

$$\frac{1}{3} = \frac{5}{15}; \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{15} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{3}{15}; \quad \frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{15} = \frac{12}{15}.$$

Ülesanne: $\frac{a}{b}, \frac{d}{e}.$

Wäljarehendamine: Päänimetaja on $be.$

$$\frac{a}{b} = \frac{ae}{be},$$

$$\text{Seft: } \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5}.$$

$$\frac{d}{e} = \frac{db}{be}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 5}.$$

Niisama: $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{6}{7}; \quad \frac{m}{n}, \frac{p}{r}, \frac{x}{z}.$

Päänimetaja = $4 \times 5 \times 7; = nrz.$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{4 \cdot 5 \cdot 7};$$

$$\frac{m}{n} = \frac{mrz}{nrz};$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 7}{4 \cdot 5 \cdot 7};$$

$$\frac{p}{r} = \frac{prz}{nrz};$$

$$\frac{6}{7} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 5 \cdot 7}.$$

$$\frac{x}{z} = \frac{xnr}{nrz}.$$

4) Segamurdude liigmurdudeks muutmine:

Ülesanne: $3\frac{4}{5} = a + \frac{b}{d}$.

Wäljarehkendamine: Kuna terwel armul

fiis: $3 = \frac{3 \times 5}{5}$ $\frac{d}{d} \text{ on, } a = \frac{ad}{d}$;

sedamööda: $3\frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5} + \frac{4}{5}$ $a + \frac{b}{d} = \frac{ad}{d} + \frac{b}{d}$;

ehf: $\frac{3 \times 5 + 4}{5}$, i. o. $\frac{19}{5}$ $\frac{ad + b}{d}$.

Ülesanded.

1) Lühenda: $\frac{abd}{abm}; \frac{xn}{xo}; \frac{prs}{rts}$.

2) Niisama: $\frac{xy + xz}{xw}; \frac{abd + ade + agh}{am - an}; \frac{xm - my + m}{mp + mr}$.

3) Tee ühenimeliseks: $\frac{d}{e}$ ja $\frac{g}{h}$; $-\frac{h}{i}$ ja $\frac{k}{l}$; $-\frac{m}{n}$ ja $\frac{o}{p}$;
 $\frac{a}{b}, \frac{d}{e}$ ja $\frac{g}{h}$; $-\frac{m}{x}, \frac{n}{y}$ ja $\frac{o}{z}$.

4) Niisama: $\frac{mn}{pr}$ ja $\frac{st}{uw}$; $-\frac{xy}{tz}, \frac{uw}{mn}$ ja $\frac{a}{b}$.

5) Niisama: $\frac{a+b}{d+e}$ ja $\frac{e-g}{h+i}$.

6) Muuda liigmurruks: $a - \frac{b}{d}; x + \frac{x}{y}; m - \frac{n}{p}$.

7) Niisama: $m + n - \frac{r}{s}; a - \frac{bd}{d+d}; ab + de + \frac{eg}{xh}$.

III. Tähtede murdude fokkuartwamine.

Seletused.

1) Ühenimelisef murrud:

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{m} + \frac{z}{m} = \frac{x+y+z}{m}$$

$$12\frac{2}{5} + 63\frac{3}{5} + 174\frac{4}{5} = 254\frac{4}{5}$$

$$\left(a + \frac{x}{m}\right) + \left(b + \frac{y}{m}\right) + \left(d + \frac{z}{m}\right) = \frac{am+x}{m} + \frac{bm+y}{m} + \frac{dm+z}{m}$$

$$= \frac{(am+x) + (bm+y) + (dm+z)}{m}$$

2) Wööranimelised murrud:

$$2\frac{2}{3} + 4\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 5} + \frac{10+12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{d}{e} = \frac{ae}{be} + \frac{db}{be} = \frac{ae+db}{be}$$

$$12\frac{2}{3} + 4\frac{5}{8} = \frac{3 \times 1 + 2}{3} + \frac{4 \times 8 + 5}{8} = \frac{(3 \times 1 + 2)8}{24}$$

$$+ \frac{(4 \times 8 + 5)3}{24} = \frac{(3 \times 1 + 2)8 + (4 \times 8 + 5)3}{24}$$

$$= \frac{(24 + 16) + (96 + 15)}{24} = \frac{151}{24} = 6\frac{7}{24}$$

$$\left(a + \frac{b}{d}\right) + \left(e + \frac{g}{h}\right) = \frac{ad+b}{d} + \frac{eh+g}{h} = \frac{(ad+b)h}{dh}$$

$$+ \frac{(eh+g)d}{dh} = \frac{(ad+b)h + (eh+g)d}{dh} = \frac{adh + bh + ehd + gd}{dh}$$

Ülesanded.

1) $\frac{p}{r} + \frac{s}{r} = ?$ $\frac{a}{n} + \frac{b}{n} + \frac{d}{n} = ?$

2) $\frac{ab}{xy} + \frac{de}{xy} + \frac{gh}{xy} = ?$ $\frac{2mn}{w} + \frac{3xy}{w} + \frac{4ts}{w} = ?$

3) $\frac{a}{3pr} + \frac{bd}{3pr} + \frac{eg}{3pr} = ?$ $\frac{4ab}{de} + \frac{7gh}{de} + \frac{10ik}{de} = ?$

4) $\frac{x-n}{x+y+z} + \frac{y-z}{x+y+z} + \frac{2z+n}{x+y+z} = ?$

5) $\frac{p}{r} + \frac{os}{t} = ?$ $\frac{d}{e} + \frac{m}{n} = ?$ $\frac{a}{d} + \frac{b}{e} + \frac{g}{h} = ?$

6) $\frac{x}{ny} + \frac{m}{rz} = ?$ $\frac{ab}{de} + \frac{gh}{ik} = ?$ $\frac{rs}{ab} + \frac{tu}{de} + \frac{ow}{g} = ?$

7) $\frac{a}{b} + \frac{g}{h} + \frac{k}{l} + \frac{m}{n} = ?$

8) $\left(a + \frac{b}{d}\right) + \frac{g}{h} = ?$ $\frac{m}{n} + \left(r + \frac{ts}{t}\right) = ?$

- 9) $(g + \frac{h}{k}) + (m + \frac{n}{w}) = ?$
 $\frac{x+mb}{m} (a + \frac{b}{m} + \frac{d}{e}) + \frac{z+md}{m} (g + \frac{h}{i}) = ? + (\frac{z}{m} + d) + (\frac{x}{m} + s)$
- 10) $\frac{3a}{5b} + \frac{2e}{7d} + h = ?$
 $\frac{(x+mb) + (z+md) + (z+md)}{m} =$
- 11) $\frac{m}{n} + \frac{o}{p} + \frac{r}{s} + \frac{t}{u} + w = ?$
- 12) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = ?$
 $\frac{dy + az}{zd} = \frac{dy}{zd} + \frac{az}{zd} = \frac{y}{z} + \frac{a}{d}$

III. Tähtede mürdude maha-arwamine.

Seletused.

1) Ühenimelised mürdud:

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{7-5}{9} = \frac{2}{9}.$$

$$\frac{a}{b} - \frac{d}{b} = \frac{a-d}{b}.$$

$$3 - \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{15-4}{5} = \frac{11}{5}.$$

$$a - \frac{b}{d} = \frac{ad}{d} - \frac{b}{d} = \frac{ad-b}{d}.$$

2) Võõranimelised mürdud:

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 3} = \frac{12-10}{15} = \frac{2}{15}.$$

$$\frac{a}{b} - \frac{d}{e} = \frac{ae}{be} - \frac{db}{be} = \frac{ae-db}{be}.$$

$$7\frac{3}{4} - 2\frac{2}{5} = \frac{4 \times 7 + 3}{4} - \frac{2 \times 5 + 2}{5} = \frac{(7 \times 4 + 3)5}{4 \times 5}$$

$$- \frac{(2 \times 5 + 2)4}{4 \times 5} = \frac{155-48}{20} = \frac{107}{20} = 5\frac{7}{20}.$$

$$\left(m + \frac{n}{p}\right) - \left(r + \frac{x}{y}\right) = \frac{mp+n}{p} - \frac{ry+x}{y} = \frac{(mp+n)y}{py}$$

$$- \frac{(ry+x)p}{py} = \frac{(mp+n)y - (ry+x)p}{py}$$

$$= \frac{mpy + ny - ryp - xp}{py}.$$

Ülesanded.

1) $\frac{b}{x} - \frac{d}{x} = ?$ $\frac{5m}{7n} - \frac{8r}{7n} = ?$

2) $\frac{ab}{xy} - \frac{de}{xy} = ?$ $\frac{a+b}{d+e} - \frac{g+h}{d+e} = ?$

3) $m - \frac{d}{r} = ?$ $a \times \frac{b}{x} = ?$ $(3a - \frac{5m}{9n}) = ?$

4) $ab - \frac{de}{gh} = ?$ $10m - \frac{a+b}{d-e} = ?$

5) $\frac{d}{a} - \frac{e}{b} = ?$ $\frac{y}{m} - \frac{h}{n} = ?$

6) $\frac{3a}{5b} - \frac{6d}{7e} = ?$ $\frac{8xz}{9z} - \frac{10gz}{3w} = ?$

7) $\frac{m}{np} - \frac{a-b}{mn} = ?$ $\frac{4x}{prs} - \frac{11z}{13ab} = ?$

8) $a - \frac{b}{9} - \frac{d}{e} = ?$ $\frac{ab}{de} - \frac{xy}{mn} = ?$

9) $(a + \frac{bd}{eg}) - \frac{h}{i} = ?$ $(r + \frac{t}{s}) - (x + \frac{y}{z}) = ?$

IV. Tähtede murdude kasvatamine.

Seletused.

1) Murd murruga:

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15};$ $\frac{a}{b} \times \frac{e}{d} = \frac{a \times e}{b \times d} = \frac{ae}{bd}.$

$\frac{4mn}{5pr} \times \frac{6xy}{7st} = \frac{24mnxy}{35prst}.$

$\frac{8ab}{9ed} \times \frac{6dh}{7bg} = \frac{8 \times 6 abdh}{9 \times 7 edbg} = \frac{8 \times 2 ah}{3 \times 7 eg} = \frac{16ah}{21eg}.$

$\frac{a+b}{d+e} \times \frac{m+n}{p+r} = \frac{(a+b)(m+n)}{(d+e)(p+r)} = \frac{am + bm + an + bn}{dp + ep + dr + er}.$

2) Täisarv murruga:

$4 \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}.$

$a \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{d} = \frac{ab}{d}.$

3) Segamurd segamurruga: $11 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 11$

$$2^{3/4} \times 5^{6/7} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} \times \frac{5 \cdot 7 + 6}{7} = \frac{8+3}{4} \times \frac{35+6}{7} \quad (1)$$

$$= 11/4 \times 41/7 = 451/28 \quad \frac{d+s}{a+b} \quad ? = \frac{ab}{yz} - \frac{da}{yz} \quad (2)$$

$$\left(a + \frac{b}{d}\right) \times \left(e + \frac{g}{h}\right) = \frac{ad+g}{d} \times \frac{eh+g}{h} = \frac{(ad+g)(eh+g)}{dh} \quad (3)$$

$$= \frac{adeh + beh + adg + bg}{dh} \quad \frac{ab}{d^2} - \frac{da}{dh} \quad (4)$$

$$\frac{d}{a} - \frac{y}{m} \quad \frac{a}{d} - \frac{b}{s} \quad (5)$$

Ülesanded.

$$1) \frac{e}{g} \times \frac{h}{k} = ? \quad \frac{m}{n} \times \frac{x}{y} = ? \quad \frac{ae}{dh} \times \frac{hg}{ad} = ? \quad \frac{m}{n} \quad (6)$$

$$2) \frac{3gh}{5bde} \times \frac{4a}{6x} = ? \quad \frac{5ad}{6eg} \times \frac{7bh}{10a} = ? \quad \frac{b}{a} - \frac{d}{c} - s \quad (8)$$

$$3) \frac{h}{2dg} \times \frac{g}{3h} = ? \quad \frac{ae}{bd} \times \frac{7g}{3h} = ? \quad \left(\frac{bd}{3a} + s\right) \quad (9)$$

$$- \frac{1}{ab} \times \frac{r}{s} = ?$$

$$4) ag \times \frac{3h}{5bde} = ? \quad 4de \times \frac{x}{ghi} = ? \quad - \frac{a}{b} \times b = ?$$

$$- \frac{3deg}{2aab} \times -4ab = ?$$

$$5) \left(a + \frac{b}{d}\right) \left(x + \frac{y}{z}\right) = ? \quad \left(4ab - \frac{d}{e}\right) \left(-5g + \frac{p}{r}\right) = ?$$

$$\left(9de + \frac{3m}{4n}\right) \left(8gh - \frac{4n}{5de}\right) = ?$$

$$\left(e + \frac{a}{b}\right) \left(d - \frac{g}{h}\right) = ?$$

6) a naela maksawad b rbl.; kui palju maksawad d naela?

7) m küünart maksawad n kop.; kui kallid on p küünart?

8) m müürisseppa teewad ühe müüri kallal x päewa tööd; kui kaua z müürisseppa?

9) Kui riie $\frac{x}{4}$ lai, siis kulub kuue pääle d küünart; mitu küünart kulub riidet mis $\frac{y}{4}$ lai?

10) Arwa ülesannetes 6 kuni 9, et $a = 12$, $b = 9$, $d = 25$;
 $m = 8$, $n = 28$, $p = 17$; $m = 9$, $x = 27$, $z = 12$;
 $d = 18$, $x = 6$, $y = 8$; nüüd rehkenda.

11) $\frac{ab}{de} \times \frac{eg}{hi} \times \frac{dx}{a} = ?$ $\frac{3(a-b)}{4(d-e)} \times \frac{8(d+e)}{15(a-d)} = ?$

V. Tähtede murdude jagamine.

Selatud.

1) Ühenumelised:

$$12/13 : 4/13 = 12 : 4 = 3.$$

$$\frac{m}{p} : \frac{n}{p} = m : n = \frac{m}{n}.$$

$$5^{1/4} : 2^{3/4} = \frac{5 \cdot 4 + 1}{4} : \frac{2 \cdot 5 + 3}{4} = 21 : 11 = 21/11 = 1^{1/11}.$$

$$\begin{aligned} \left(a + \frac{b}{d}\right) : \left(e + \frac{g}{d}\right) &= \frac{ad + b}{d} : \frac{ed + g}{d} = \\ &= (ad + b) : (ed + g) = \frac{ad + b}{ed + g}. \end{aligned}$$

2) Võõranimelised:

a) Murru murdude läbi: $\frac{d}{n} = \frac{d \cdot d}{n \cdot d} = \frac{d}{n} : \frac{d}{d}$

$$5/7 : 3/4 = \frac{4 \cdot 5}{3 \cdot 7}; \quad \left(\text{sest } 5 : 3 = 5/3; \quad 5 : 3/4 = \frac{4 \cdot 5}{3};\right.$$

$$\left. \frac{a}{b} : \frac{d}{e} = \frac{ea}{db}; \quad \frac{a}{b} : \frac{d}{e} = \frac{a}{b} : \frac{d}{e} \right) \quad (1)$$

$$\frac{d+e}{h+g} : \frac{m+n}{x+y} = \frac{(x+y)(d+e)}{(m+n)(h+g)} = \frac{dx+dy+ex+ey}{mh+nh+mg+ng}.$$

b) Murru terwete ja terwed murdude läbi: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ (2)

$$2/3 : 4 = \frac{2}{4 \cdot 3} = 2/12 = 1/6; \quad \frac{b}{d} : a = \frac{b}{ad} : \frac{c}{b} \quad (3)$$

$$4 : 2/3 = \frac{3 \cdot 4}{2} = 12/2 = 6; \quad a : \frac{b}{d} = \frac{ad}{b} : \frac{cb}{dg} \quad (4)$$

3) Sagataw mitmeliikmeline:

$$\frac{m}{n} \left) \frac{am}{bn} + \frac{im}{dn} + \frac{4em}{5gn} \left(\frac{a}{b} + \frac{i}{d} + \frac{4e}{5g} \right.$$

$$\frac{am}{bn}$$

$$+ \frac{im}{dn}$$

$$+ \frac{im}{dn}$$

$$+ \frac{4em}{5gn}$$

$$+ \frac{4em}{5gn}$$

Waata: Sagamine tähtedega.

4) Sagaja ka mitmeliikmeline:

$$\frac{a}{b} + \frac{o}{d} \left) \frac{ae}{bg} + \frac{oe}{dg} + \frac{ah}{bn} + \frac{oh}{dn} \left(\frac{e}{g} + \frac{h}{n} \right.$$

$$\frac{ae}{bg} + \frac{oe}{dg}$$

$$+ \frac{ah}{bn} + \frac{oh}{dn} \left(\frac{e}{g} + \frac{h}{n} \right)$$

$$+ \frac{ah}{bn} + \frac{oh}{dn}$$

feft $\frac{ae}{bg} : \frac{a}{b} = \frac{aeb}{bga} = \frac{e}{g}$.

feft $\frac{ah}{bn} : \frac{a}{b} = \frac{ahb}{bna} = \frac{h}{n}$.

Ülesanded.

- 1) $\frac{m}{a} : \frac{n}{a} = ?$ $\frac{b}{a} : \frac{x}{a} = ?$ $\frac{de}{mn} : \frac{ab}{mn} = ?$
 $\frac{e}{x+y} : \frac{a+b}{x+y} = ?$ $\frac{p+r}{a-b} : \frac{m-n}{a-b} = ?$
- 2) $\frac{e}{g} : \frac{a}{d} = ?$ $\frac{i}{k} : \frac{g}{h} = ?$ $\frac{n}{o} : \frac{l}{m} = ?$
- 3) $\frac{e}{d} : -\frac{a}{b} = ?$ $-\frac{e}{g} : \frac{a}{d} = ?$ $\frac{k}{l} : -\frac{g}{n} = ?$
- 4) $\frac{de}{gh} : \frac{ab}{ik} = ?$ $\frac{6bd}{7e} : \frac{3ab}{4de} = ?$

$$5) \frac{r+s}{t+u} : \frac{m+n}{o+p} = ? \quad \frac{r-s}{t-u} : \frac{m-n}{o-p} = ?$$

$$6) \frac{b}{d} : a = ? \quad \frac{o}{r} : p = ? \quad \frac{b}{d} : -a = ?$$

$$-\frac{e}{g} : d = ?$$

$$7) \left(n + \frac{e}{d} \right) : \left(m + \frac{a}{b} \right) = ? \quad \left(s - \frac{t}{u} \right) : \left(p - \frac{o}{p} \right) = ?$$

$$8) \frac{1}{4gln} : \frac{1}{7ghhl} = ?$$

$$9) \left(\frac{4ai}{3bd} + \frac{6ie}{5gd} - \frac{24i}{md} \right) : \frac{3i}{d} = ?$$

$$10) \left(\frac{a}{b} + \frac{gd}{2m} - 3am + 7 \right) : \frac{3m}{d} = ?$$

$$11) \frac{12abn}{10d} + \frac{20and}{15eg} + \frac{32aeg}{20bhw} : \frac{4a}{5b} = ?$$

$$12) \frac{12xymn}{30pr} - \frac{36xytu}{10abz} - \frac{9xyod}{5abtz} : \frac{3xy}{5tz} = ?$$

$$13) \frac{2ab}{3yd} + \frac{3yd}{4eg} - \frac{5xh}{6ik} + \frac{1m}{2no} : -\frac{7ab}{8yd} = ?$$

$$14) \frac{aa}{nd} - \frac{abb}{md} + \frac{ab}{dd} : \frac{a}{b} - \frac{b}{n} + \frac{n}{d} = ?$$

$$15) \left(2gg - \frac{55gh}{12} + \frac{29gx}{9} + \frac{21hh}{8} - \frac{15hx}{4} + \frac{xx}{3} \right)$$

$$: \left(\frac{2g}{3} - \frac{3h}{4} + x \right) = ?$$

Wiies päätükk.

Wõrdlused ehk feerdülesannete rehkendus.

(Algebra).

Seletused.

Wõrdluse märk on =, loetakse: on, (on nagu).

Wõrdlus ilmub, kui kaks jagu (arwusid, mis ühepalju wäärt on, wõrdluse märgi läbi ühendatakse.

Näituseks: $6 + 4 = 8 + 5 - 3$.

Arwud, mis wõrdluse märgist kuraät ($6 + 4$), on wõrdluse esimene külge; arwud, mis wõrdluse märgist häädkät ($8 + 5 - 3$), on wõrdluse tõine külge.

Kummagi külge üsifikud jaod on wõrdluse liikmed. 6 ja + 4 on esimese külge liikmed; 8 ja + 5 ja - 3 on tõise külge liikmed.

Seda arwu ehk suurust, mille hinda tõistest arwudest peab üles leitama, kutsutakse otsitawaks.

Otsitaw tähendatakse wõrdluses tähega x; (ehk kui neid mitu: x, y, z).

Näituseks: $x + 3 = 8$.

Wõrdlused, mis selles päätükis käsile tulewad, langewad kahte seltsi:

A. Wõrdlused ühe otsitawaga;

B. Wõrdlused kahe ehk mitme otsitawaga.

Nende wõrdluste rehendamises ei ole muid rehkendusi waja, kui neli rehkendust täisarwudega ja murdudega, — niihäste pärisarwudega kui ka tähtedega.

A. Wõrdlused ühe otsitawaga.

Seletused.

1) Wõrdlus jääb õigeks, s. o. mõlemad küljed jääwad ühehinnaliseks: kui kummalegi küljele üks ja seesama arw juure arwatakse; kui kummasiki küljest üks ja seesama arw maha

arwatakse; kui kumbkit külge ühe ja sellesama arwuga kasmata-
takse; kui kumbkit külge ühe ja sellesama arwu läbi jagatakse.

Näituseks:

$$6 + 4 = 7 + 3; \quad 8 \times 5 = 50 - 10;$$

$$(6 + 4) + 2 = (7 + 3) + 2; \quad (8 \times 5) + 3 = (50 - 10) + 3;$$

$$(6 + 4) - 2 = (7 + 3) - 2; \quad (8 \times 5) - 3 = (50 - 10) - 3;$$

$$(6 + 4)2 = (7 + 3)2; \quad (8 \times 5)2 = (50 - 10)2;$$

$$(6 + 4) : 2 = (7 + 3) : 2. \quad (8 \times 5) : 2 = (50 - 10) : 2.$$

Sellepärast — ühe sõrdluse wäljarehkendamise juures peab kummagi külge kallal ikka ühesugune muutmine ette wõtama.

2) Otsitawa hinna otsimine ja leidmine on sõrdluse wäljarehkendamine. Sõrdlus on siis wälja rehkendatud, kui otsitaw tutawatest juurustest lahutatud saanud, s. o. kui ta koguni üksinda ühe külge pääl on, ja teise külge pääl üksnes tutawad arwud ehk tutaw arw.

3) Näitus 1. $x + 5 = 20 + 4; \quad x + a = b + d$

Arwa kummasstki küljest 5 maha, siis:

$$x + 5 - 5 = 20 + 4 - 5; \quad x + a - a = b + d - a$$

$$x = 20 + 4 - 5; \quad x = b + d - a$$

$$x = 19.$$

Suht 1. Arwud mis x^{isa} kokkuarwamise märgi läbi on ühendatud, lahutatakse x^{ite} maha-arwamise läbi; ehk wõime ka ütelda: wiaakse maha-arwamise märgiga teise külge pääle.

Näitus 2. $x - 9 = 5 \times 6 - 2; \quad x - a = bd - e;$

Arwa kummagi külge pääle 9 juure, siis:

$$x = 5 \times 6 - 2 + 9; \quad x = bd - e + a.$$

$$x = 30 - 2 + 9;$$

$$x = 28 + 9;$$

$$x = 37.$$

Suht 2. Arwud, mis x^{isa} maha-arwamise märgi läbi ühendatud, lahutatakse x^{ite} juurearwamise läbi; ehk: wiaakse kokkuarwamise märgiga teise külge pääle.

Näitus 3. $8x = 67 + 5$; $ax = b + d$;
 Saga kumbkit külge 8 läbi, siis:

$$x = \frac{67+5}{8}; \quad x = \frac{b+d}{a}.$$

$$x = 72/8;$$

$$x = 9.$$

Suht 3. Kaswatajad lahutatakse x^{10} jagamise läbi.

Näitus 4. $\frac{x}{5} = 22 - 7$; $\frac{x}{b} = d - e.$

Kaswata kumbkit külge 5^{9a} , siis:

$$x = (22 - 7)5; \quad x = (d - e)b;$$

$$x = 110 - 35; \quad x = bd - be;$$

$$x = 75.$$

Suht 4. Sagajad lahutatakse x^{10} kaswatamise läbi.

Näitus 5. $\frac{x}{3} = 3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4}$;

on $\frac{x}{3} = 7\frac{1}{2} + 5\frac{1}{4}$; $\frac{x}{a} = \frac{d}{e} + \frac{h}{i}.$

Kaswata kumbkit külge päänimetaja 12^{9a} , siis:

$$\frac{12x}{3} = \frac{12 \cdot 7}{2} + \frac{12 \cdot 5}{4}; \quad \frac{aeix}{a} = \frac{aeid}{e} + \frac{aeih}{i};$$

$$4x = 42 + 15; \quad eix = aid + aeh;$$

$$4x = 57; \quad x = \frac{aid + aeh}{ei}.$$

$$x = 14\frac{1}{4}.$$

Suht 5. Murrud saadetakse ära, kui terwet wördlust päänimetajaga kaswatatakse.

Beel mõned näitused wördluste wäljarehendamise kohta:

$$\frac{x}{3} - 4 = \frac{x}{4} + 4; \quad \text{kaswata kumbkit külge päänimetaja } 12^{9a}, \text{ siis saad:}$$

$$4x - 48 = 3x + 48; \quad \text{arwa kummaftki küljest } 3x \text{ maha,}$$

siis saad:

$$x - 48 = 48; \quad \text{arwa kummagi külje pääle 48 juure,}$$

siis saad:

$$x = 48 + 48;$$

$$x = 96.$$

$$\frac{x}{a} - b = \frac{x}{b} + b;$$

$$bx - abb = ax + abb;$$

$$bx - ax = 2abb;$$

$$(b - a)x = 2abb;$$

$$x = \frac{2abb}{b - a}.$$

$10x + 6(5 - x) = 40$; tee klambrid lahti, siis saad:

$10x + 30 - 6x = 40$; arva kummaffki küljest 30 maha, siis saad:

$$10x - 6x = 40 - 30;$$

$4x = 10$; jaga kumbkit külge 4^{ra} läbi, siis saad:

$$x = \frac{10}{4};$$

$$x = 2\frac{1}{2}.$$

$$nx + m(p - x) = r;$$

$$nx + mp - mx = r;$$

$$nx - mx = r - mp;$$

$$(n - m)x = r - mp;$$

$$x = \frac{r - mp}{n - m}.$$

$\frac{x}{m} + \frac{x}{n} = a - g$; kasmata terwet wõrdlust päänimetajaga mn, siis saad:

$nx + mx = (a - g)mn$; see on:

$(n + m)x = (a - g)mn$; jaga terwet wõrdlust $n + m$ läbi, siis saad:

$$x = \frac{(a - g)mn}{n + m}.$$

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{6} = 50 - 39;$$

$$6x + 5x = (50 - 39)30;$$

$$11x = (50 - 39)30;$$

$$x = \frac{(50 - 39)30}{11};$$

$$x = \frac{11 \times 30}{11};$$

$$x = 30.$$

4) Näitused, kuidas feerdülesanne tuleb võrdluseks üles fäädida, (f. o. kuis tarwitatud ülesanne tuleb rehkenduse keelde tõlkuda) ja väljarehkendada.

Ülesanne: Kahes kotis kokku on mul 3 rbl. raha; esimeses kotis on 12 kop. enam, kui teises. Kui palju raha on kummaski kotis?

Ülesfäädmine võrdluseks: Kui mul vähemas kotis x kop. on, siis on suuremas kotis $x + 12$ kop., mõlemates kokku

$$x + (x + 12) = 300.$$

Wäljarehkf.: $x + (x + 12) = 300$;

$$2x + 12 = 300$$
;

$$2x = 300 - 12 = 288$$
;

$$x = \frac{288}{2} = 144 \text{ kop. vähemas,}$$

$$\text{ja } 144 + 12, \text{ f. o. } 156 \text{ kop. suuremas.}$$

$$x + (x + b) = a;$$

$$2x + b = a;$$

$$2x = a - b;$$

$$x = \frac{a - b}{2}.$$

Ülesanne: Minu raha neljas ja viies jagu kokku on 54 kop.; kui palju mul sedamööda raha on?

Wõrdluseks fäädmine: Terve rahavarandus on x ; neljas jagu on $\frac{x}{4}$; viies jagu on $\frac{x}{5}$; sedamööda mõlemad kokku

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 54.$$

Wäljarehkendamine: $\frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 54$;

$$5x + 4x = 54 \times 20$$
;

$$9x = 1080$$
;

$$x = 120 \text{ kop.}$$

Tähendus. Wõrdluseks muutmine, f. o. tarwitatud ülesande rehkenduse keelde ümbertõlkumine, on pääasi. Sellepärast annab „wõti“ iga selle päätüki feerdülesande kohta kaks otstust: I. kas wõrdlus õige; II. kas wäljarehkendus õige. Ühtlasi on esimene otstuse andmine juhatuses, kuis iga feerdülesannet õigeks wõrdluseks peab muudetama.

Ülesanded.

(Bõrdluseb (+ wäljarehendamijets.))

- | | |
|--|--|
| <p>1) $x + 8 = 14 + 4.$
 $x + a = b + d.$</p> <p>2) $x + 4 + 6 = 12 + 8.$
 $x + m + n = p + r.$</p> <p>3) $x - 8 = 30.$
 $x - r = t.$</p> <p>4) $x - 10 - 12 = 50.$
 $x - g - h = a.$</p> <p>5) $x - 6 - 7 = 12 + 18.$
 $x - a - b = d + e.$</p> <p>6) $x - 3 + 4 = 16.$
 $x - d + e = g.$</p> <p>7) $x - 5 + 8 - 6 = 100 - 25.$
 $x - k + l - m = n - o.$</p> <p>8) $7x = 42.$
 $nx = m.$</p> <p>9) $9x - 12 = 60.$
 $ax - b = d.$</p> <p>10) $12x + 8 = 104.$
 $ax + m = r.$</p> <p>11) $6x + 5x = 110.$
 $ax + bx = d.$</p> <p>12) $3x + 5x = 72 + 24.$
 $px + rx = t + u.$</p> <p>13) $\frac{x}{3} + 24 = 14 + 16.$
 $\frac{x}{n} + m = a + b.$</p> <p>14) $x + n = \frac{1}{2}(m + n).$
 $\frac{1}{2}(m - n) + x = \frac{1}{2}(m + n).$</p> | <p>14) $\frac{x}{7} - 8 = 42 \rightarrow 29.$
 $\frac{x}{a} - b = d - e.$</p> <p>15) $\frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 9.$
 $\frac{x}{a} + \frac{x}{n} = w.$</p> <p>16) $\frac{x}{3} - \frac{x}{6} = 7.$
 $\frac{x}{a} - \frac{x}{b} = m.$</p> <p>17) $354 = 7x - 17.$
 $a = bx - d.$</p> <p>18) $\frac{x}{9} + 17 = 80.$
 $\frac{x}{r} + p = a.$</p> <p>19) $10 - \frac{3}{x} = 25.$
 $a - \frac{n}{x} = b.$</p> <p>20) $7 - \frac{x}{9} = \frac{x}{13} - 11.$
 $a - \frac{x}{p} = \frac{x}{r} - s.$</p> <p>21) $8x - 5 = 13 - 7x.$
 $rx - s = n - ax.$</p> <p>22) $\frac{3a + x}{x} - 5 = \frac{6}{x}.$
 $4\frac{1}{4} + x = 6\frac{2}{3}.$</p> <p>23) $x + \frac{1}{2}(m - n) = m.$
 $\frac{1}{2}(m + n) + x = m.$</p> |
|--|--|

- 25) $x - 6\frac{1}{4} = 3\frac{1}{3}$.
- 26) $x - \frac{2}{3}(a + b) = \frac{2}{3}(a + b)$.
- 27) $s(x - p) = r(x - p)$.
- 28) $(a - x)(b - x) = (d + x)(x - e)$.
- 29) $rx = tx + as$.
- 30) $\frac{x}{3} + \frac{n}{4} = \frac{a}{2} + \frac{b}{5}$.
- 31) $a + \frac{b}{e} = d + \frac{h}{x}$.
- 32) $mx - n = ox - p$.
- 33) $\frac{x}{6} - a = \frac{x}{8} + a$.
- 34) $7\frac{1}{2} - x = \frac{5 + x}{10}$.
- 35) $ax - b = d + bx$.
- 36) $x - \frac{ax}{b} = \frac{ae}{b}$.
- 37) $7x + 8 + 3x - 48 = 0$.
- 38) $\frac{2}{7}x + 15 - \frac{3}{5}x + 29 = 0$.
- 39) $1\frac{2}{3} + \frac{2x}{3} - 3\frac{3}{4} - \frac{1}{2}x = 0$.
- 40) $2x + 7 + 1\frac{1}{2}x = 6x - 23$.
- 41) $6,32 + 4,5x = 3,27x + 15,8$.
- 42) $0,7 - \frac{x}{9} = \frac{x}{13} - 0,11$.
- 43) $3,25x - 5,007 - x = 0,2 - 0,34x$.
- 44) $7,77 = 2,48x - 11,4996$.
- 45) $13,2x - \frac{3x}{4} + 7,6953 = \frac{x}{5} + 7834,5$.
- 46) $x + \frac{3}{4} - 0,6x + 3,5 + \frac{3ix}{4} = 1,75x + 0,84 - 0,2x$.
- 47) $m - (x - p)r = (n - x)p$.
- 48) $2 - \frac{5+x}{7} = 1 - \frac{9-x}{14}$.

48) $(a : x) - x = n : m.$

49) $b : a = (x - m) : m.$

50) $(r - x) : (a + x) = d : b.$

Keerdülesanded.

(Sga ülesanne säe esite sõrdlusüks ja siis rehenda wälja!)

- 1) Mul on üks arm mõttes; kui ma selle armule 15 juure liisan, siis saan 100; misjugune arm see on?
- 2) Misjuguseft armust sünnib 1234 maha armata, et 5769 üle jääks?
- 3) Kui 97531^{bc} juureft üks arm maha armatakse, siis jääb 83952 üle; kui suur on see maha-armataw?
- 4) Misjugust armu sünnib 79^{aa} kaawatada, et 4187 ilmuks?
- 5) Misjugust armu sünnib 7^{me} läbi jagada, et 56 ilmuks?
- 6) Mul on kaks rahakotti; mõlemate sees ühtekokku on 100 rbl. raha; esimeses kottis on 20 rbl. enam, kui teises; mitu rubla on kummaski kottis?
- 7) Keegi kulutas kolme päewa jooksul 250 kop. ära; esimesel päewal 80, teisel 70 kop.; kui palju kulutas ta kolmandal päewal ära?
- 8) Kolmel poisil oli ühtekokku 173 pähkelt; Aⁱ oli 7 pähkelt enam kui Bⁱ, ja Bⁱ oli 8 pähkelt enam kui Dⁱ; mitu pähkelt oli igal poisil?
- 9) 2500 rbl. peab kahte hunikusse loetama, nii et ühte hunikusse ikka 4 rbl. ja ühtlasi teise hunikusse 1 rbl. pannakse; mitu rubla saab kummassegi hunikusse?
- 10) Ma arwan ühe armu juure 7, kui ma sellest summast 12 maha arwan, siis jääb 10 üle; kui suur see arm on?
- 11) Ühe armu 17^{ne} kordne ja 16^{ne} kordne kokku on 2211; misjugune arm see on?
- 12) Misjugune arm see on, mille kolmas, neljas, viies ja kuues jagu ühtekokku niipalju on, et 3 weel sellest terwest armust puudub?

- 13) Ma kaswatan üht arwu 12^{aa}, selle kaswatusele arwan 34 juure, seda summa jagan 56^e läbi, siis ilmub jagu 78; misjugune arw see oli?
- 14) Ma tunnen kaks arwu: kui ma tõise tõisest maha arwan, ilmub 30; arwan ma aga need mõlemad arwud kokku, siis ilmub 124. Kui suur on kumbki arw?
- 15) Kahe arwu summa on 37, nende wahje on 11; kui suur on kumbki arw?
- 16) Ma tunnen ühe arwu, mida 10^{aa} kaswatada, ehk millele 10 juure arwata võib, — kumbkitpidi tuleb ühepalju wälja; misjugune arw see on?
- 17) Wõtan ma üht tundmata arwu $3\frac{3}{4}$ korda, siis saan 26 enam, kui siis, kui ma seda arwu $2\frac{2}{3}$ korda wõtan; kui suur on see tundmata arw?
- 18) 1170 rbl. tahetakse kolmele mehele nende wanadust mööda ära jaotada, (kes wanem, see saab rohkem); B. on $1\frac{1}{3}$ korda ja D. on kaks korda A. wanune; kui palju saab igamees?
- 19) Kolm päriskohta maksiwad kokku 7000 rbl.; B. koht maksis 200 enam, kui A. koht, ja D. koht oli B. kohast 270 rbl. kallim; kui suure hinna all oli iga koht?
- 20) Ühe pidu pääl oli ühtekokku 90 inimest; naisi oli 4 enam kui mehi, ja lapsi oli 10 enam, kui wanu; kui palju oli sääl mehi, naisi, lapsi?
- 21) Keegi ostis kahte seltsi riidet, kummastki seltsist ühe küünra, kokku maksis ta 63,75 kop.; küünar paremat seltsi riidet oli 11,25 kop. tõise riide küünrast kallim; kui palju maksis kummagi riide küünar?
- 22) Mitu puuda sul pääl on? küsis koolipois woorimehe käest, kes koolimaja juurest mööda reisib. Arwa järele, ütles woorimees: minu koorma $\frac{7}{8}$ on $2\frac{1}{2}$ puuda raskem kui ta $\frac{5}{6}$; kui raske oli terve koorm?
- 23) Korwinaene müüs 94 õuna kolmele koolipoisile ära; B. ostis kolmkorda nii palju kui A. ja sai ühe õuna weel pääle kauba; D. ostis kuuskorda niipalju kui A. ja sai 3 õuna pääle kauba; mitu õuna sai iga pois?
- 24) Kolmes koolis oli ühtekokku 350 koolilast; esimeses koolis oli pool wähem lapsi kui tõises, ja kolmandas oli kahewõrra niipalju kui tõises; mitu last oli igas koolis?

- 25) Neli pärisperemeest ostfiwad ühe tüki palgimõtsa. A maksis selle mõisa hinnast $\frac{1}{3}$; B. $\frac{1}{5}$; D. $\frac{3}{8}$; E 550 rbl.; kui palju maksis ostetud mõts?
- 26) Üks selts pidas pidusööma-aega. Kui iga kõhutäie eest 45 kop. makseti, siis nõudis iõogiandja 6 rbl. veel juure; nüüd maksis iga pidusöögi-osaline 53 kop., ja siis jäi 360 kop. raha üle. Kui palju raha maksis terve sööma-aeg?
- 27) Kolm peremeest ostfiwad ühe ahjutäie telliskivi ära. A. wedas omale 300 kiwi wähem kui pool ahjutäit; B. jättis ahjutäie kolmandamast jaostki veel 200 kiwi maha; D. sai 100 kiwi wähem kui ahjutäie weerand. Mitu kiwi jääb ahjus oli? Mitu kiwi sai iga peremees?
- 28) Tšand M. sõitis linna. Ta tellis linnas oma kaasa wõetud raha wiienda osa eest subkurt, kolmanda osa eest kohwi, neljanda osa eest teed, $\frac{3}{8}$ eest wiina. Kui ta maksma hakas, leidis ta, et tellitud kaup 57 rbl. enam maksma tulli, kui tal raha kaasas oli. Kui palju oli ta kodust tules raha kaasas wõtnud?
- 29) Pihunik müüs ühel päewal 134 naela kahte seltsi liha ära; esimese numbri liha nael maksis 11 kop., teise numbri liha nael 9 kop.; õhtu luges ta raha üle ja leidis, et 13 rbl. 20 kop. oli siisse tulnud. Mitu naela oli ta kumbki seltsi liha ära müünud?
- 30) Kaupmees ostis ühe jao kaupa; ta maksis iga nelja naela eest 25 kop.; $\frac{3}{7}$ seft kaubast oli pikanäpumehe kaasas oma teed lainud; mis veel koju oli jäänud, seda müüs kaupmees ikka 5 naela 36^c kopika eest ja sai siiski veel 2 rbl. 99 kop. kahju. Mitu naela oli ta seda kaupa ostnud?
- 31) Isa oli 30, poeg 2 aastat wana. Mitme aasta pärast saab isa 5 korda nii wana olema kui poeg?
- 32) Ma wõtan ühe arwu, kaswatan seda $3\frac{3}{7}$ ^{aa}, arwan sellest kaswatusest 50 maha, kaswatan ülejäädwat $2\frac{1}{2}$ ^{aa}, arwan siis 30 maha, — ja waata, üle jäi 0. Misfugune see ees malt wõetud arw oli?
- 33) Teekäija reisib Tartust Wiljandisse; ta jõudis esimesel päewal 7 wersta enam kui $\frac{2}{3}$ teed ära käia, ja nüüd oli tal veel $\frac{1}{5}$ teed ja 3 wersta käia. Mitu wersta on seega Tartu ja Wiljandi wahet?

- 34) Meister laskis maja kallal müürisseppi ja puuseppi — ühtekokku 9 meest — tööd teha ja maksis neile päevas üle hulga 5 rbl. 85 kop.; iga müürissepp saab 60 kop., iga puusepp 75 kop. päewapalka. Mitu müürisseppa ja mitu puuseppa olivad töös?
- 35) Kaupmehel on kahte sellist kohwi, nael 37½ ja 60 kop.; tema tahab 120 naela kokku segada, nii et nael 50 kop. maksta tuleb; mitu naela peab ta kummaski sellisist wõtma?
- 36) Üks weetõrs wõib kolme toru läbi täis joosta. Esimene toru üksinda täidab tõe neli tunniga, teine 10^{ne} tunniga, kolmas 15^{ne} tunniga. Mitme tunniga saab tõrs täis, kui kõik kolm toru korraga jooksema pannakse?
- 37) Isa, poja ja tütre wanadus kokku on 100 aastat. Pane isa wanaduse wiienda jaole 6 aastat juure, siis leiad poja wanaduse; tütar oli pojast 3 aastat wanem. Kui wana on isa, poeg, tütar?
- 38) Kolm teekäijat olivad kõrtsis öömajal. Tõisel hommikul, kui korteri ja söögiraha diendamine tuli, oleks A. oma rahaga, mis tal kaasas oli, kõige kolme wõla ära diendada wõinud ja siis oleks tal weel tõist niipalju raha järele jäänud; B¹ oli kolmewõrra, ja D¹ neljawõrra niipalju raha kaasas, kui kõrtsimehele üleüldse maksta oli. Ühtekokku oli neil raha 4 rbl. 5 kop. Kui palju oli igal mehel raha? Kui palju nõudis kõrtsimees kõige kolme käest ühtekokku?
- 39) Isa, poeg ja wanaisa on kokku 120 aastat wanad. Poeg on isast 24 aastat noorem, ja isa on wanaisast 30 aastat noorem; kui wana on igaüks?
- 40) „Kui wana ma olen?“ küsis poeg isa käest. Isa kostis: „Mina ja sina oleme kokku 60 aastat wanad; mina ja minu isa, s. o. sinu wanaisa, oleme kokku 120 aastat wanad; sina ja sinu wanaisa olete kokku 4 aastat alla 100 aasta wanad. Kuna ja nüüd jo paar aastat kihelkonna koolis oled olnud, siis arwa so enese, minu ja so wanaisa wanadus wälja!“
- 41) Kaks Arabia meest istusiwad kõrbes maha leiba wõtma; sääl lähines üks wõõras ja istus ka nende sellsi sööma. Tõisel Arablasel oli 3, tõisel 5 leiba, mis nad nüüd kolmekesi ära söiwad. Minema hakates pani wõõras 8 ühejuurust

- raha nende jalgade ette. Nüüd tõusis mõlemate Arablaste wahel tüli, sest see, kummal 5 leiba oli olnud, tahtis 5 raha omale wõtta; teine aga nõudis 4 raha omale. Väheinas linnas ütles kohtumees, et neil kummalgi õigust ei ole. Kuis pidi kohtumees selle raha jaotama?
- 42) A., B. ja D. teewad ühes seltis tööd. A. saab 50, B. 75 kop. ja D. 1 rbl. päewapalka. 91 tööpäewa — kõige kolme tööpäewad kokku — kulus sellele tööle kullal ära. Töö lõpul leiti, et igauks ühepalju raha oli teeninud. Mitu päewa oli igauks töös olnud?
- 43) Maakerapind jaotatakse wiieks maa-wööks: üks palaw, kaks parajat ja kaks külma maawööd. Kumbki paras maawöö on palawa maawöö $\frac{15}{23}$; kumbki külm maawöö on ühe paraja maawöö $\frac{7}{44}$; mitu ruutpenikoormat tuleb seega iga maawöö alla, sest et terve maakerapind 9261238 □ penif. juur arwatakse olewat?
- 44) Isal oli 2 poega, teine 18, teine 20 aastat wana; isa ise on 48 aastat wana. Mitme aasta pärast saab poegade wanadus ühtekokku isa wanaduse kõrgune olema?
- 45) Karjapoisil oli kuuewõrra niipalju kartohwliid, kui räimi. Ta söi ühe räime ja 8 kartohwlit ära ja nüüd oli tal üksnes 5 korda niipalju kartohwliid, kui räimi. Mitu kartohwlit ja räime oli tal eestotja?
- 46) Mõtsawahht saatis poisiga jäneseid mõisaasse; wana-härrale pidi pois poole osa jäneseid ja poole jänest — aga ilma katki lõikamata — ära andma; noore-härrale jälle neist, mis nüüd weel üle oliwad jäänud, poole osa ja poole jänest. Wiimse jänese, mis tal siis weel kätte pidi jääma, wõis pois ise kas süüa ehk müüa. Mitu jänest anti poisile kaasa?
- 47) A. ja B. lugesiwad raha: A. jõudis minutis 100, B. 120 rbl. ära lugeda. Nüüd oli A. aga juba tunni aega lugenud, kui B. weel lugema hakkas; kui kaua nad peawad lugema, et mõlemil ühepalju raha loetud saaks?
- 48) Reisiija läks jo kolme päewa eest teele, jõuab päewas wiis penif. edasi; sest et ta midagi maha on unustanud, saadetakse talle kästjalg järele, kes päewas $6\frac{2}{3}$ penif. edasi ruttab. Millal saab ta tõisele järele?

- 49) Kaupmehel on kahte seltsi tubakat; tõihest maksab 1 nael 80, tõihest 48 kop.; tema tahab nõnda segada, et üks nael 68 kop. maksma tuleks. Mitu naela peab ta 64^{ia} naela tarwis kummasfti seltsist wõtma?
- 50) Kohtu kästjalg saadeti minema; ta sõidab 5^e tunniga 7 penikoormat. Dale saadetakse 8 tunni pärast tõine järele, kes 3^{me} tunniga 5 penikoormat edasi ajab. Millal jõuab ta tõielse järele?
-
- 51) Kui palju kasu kannawad 750 rbl. 5^e protsendiga aasta sees?
- 52) Misfugune kapital kannab 5^e protsendiga kuue aasta sees 225 rbl. kasu?
- 53) Mitme protsendi pääl on 750 rbl., kui ta 6^e aastaga 225 rbl. kasu kannab?
- 54) Mitme aastaga kannab 750 rbl. 5^e protsendi pääl 225 rubla kasu?
- 55) Kui suur on kapital, mis 5^e aastaste kasudega kofku — 4^{ia} protsendi pääl — 8208 rbl. wälja teeb?
- 56) Kui suur on kapital, mis 4³/₄ protsendi pääl aasta lõpul 1923,21 rbl. pääle tõuseb?
- 57) Üks kapital on 6¹/₂ protsendi pääle wälja laenatud. Mitme aasta järele saab kasude summa 1⁵/₈ korda kapitali suurune olema?
- 58) Kui suur kapital toob 5^e protsendiga 4^{ia} aasta sees niifama palju kasu, kui 635 rbl. 4^{ia} protsendiga 7^{me} aasta sees?
- 59) Keegi laenas 4500 rbl. 4^{ia} protsendi pääle wälja; 5¹/₂ aastat pärast jeda laenas ta 6000 rbl. wälja 5^e protsendi pääle. Kui kaua peab ta nüüd mõlemaid kapitali ft kasude pääl seista lastma, et ta mõlematest ühewõrra kasu saaks?
- 60) Kaks kapitali laenati wälja: 600 rbl. 4^{ia} protsendi pääle ja 900 rbl. 5^e protsendi pääle. Mitme aastaga saadakse mõlematest kapitalidest ühtekofku 483 rbl. kasu?
- 61) Kapital 4800 rbl. on mõne aasta pärast 6972^{de} rubla kõrgusenü tõusnud. $\frac{1}{3}$ sest ajast kandis see kapital 3¹/₂ protsenti, $\frac{1}{4}$ aega 3³/₄ protsenti, kof muu aeg 4 protf.; kui kaua oli see kapital kasu kandmas olnud?

- 62) Üks kapital oli 5° protsendi pääle wälja laenatud. Saga kapitali wiies jagu terve kapitali kasjude läbi, arwa jaole 10 juure siis leiad ja ühe arwu, mis sulle näitab, mitu rubla terve kapitali kasjad suured oliwad. Kui suur oli see kapital?
- 63) Kolm jõukast meest ostsiwad kofku ühe mõisa. Mõisa hinnast maksis A. 4500 rbl. wähem kui pool hinda, B. 1000 rbl. wähem kui hinna kolmas jagu, D. 1650 rbl. rohkem, kui hinna weerand. Kui kallis oli see mõisa ja kui palju maksis igaüks?
- 64) H., S., K. ostsiwad kofku ühe päriskohta, mis 7611 rbl. maksis. H. osa maksu S. osa wastu oli nagu 3 : 4, (s. o. nagu kolm nelja wastu), ja S. osa K. osa wastu, nagu 5 : 6. Kui palju pidi igaüks maksma?
- 65) 2500 turbast jagati wallawalitsjuse poolest kolme armetuma perekonnale abjukurtteks ära. Perekond A. sai ikka 7 turbast, kui perekond B. 8 sai, ja perekond D. sai $\frac{2}{3}$ sellest, mis A. ja B. kofku saiwad. Mitu turbast sai iga perekond?
- 66) Maamõõtja jaotas põllu, mis 244,8 wakamaad suur, kolme talu pääle ära, nõnda et A. jagu E. jagu wastu oli nagu $3\frac{1}{2} : 5\frac{1}{2}$, ja M. jagu nii suur oli kui A. ja E. jagu kofku. Mitu wakamaad tuli iga talu kohta?
- 67) Wiinakupleja segas kahte seltsi wiina kofku; esimesest seltsist maksis pudel $1\frac{1}{2}$ rbl., teisest $2\frac{3}{4}$ rbl.; ta tahtis 40 pudelit saada, nõnda et pudel 2 rbl. maksma pidi. Mitu pudelit pidi ta kummastki seltsist wõtma?
- 68) Esimest seltsi wiin maksis 1,8 rbl. pudel, teisest seltsi 1,3 rbl.; kui palju pidi kumbki seltsi wõetama, et segadus 1,5 rbl. pudel oleks maksma tulnud?
- 69) Wiinale, mis 2,04 rbl. toop maksis, lisati wet jätkuks, nii et nüüd toop üksnes 1,8 rbl. wäärt oli. Kui palju panti wet juure?
- 70) Hommikku kell 6 sõitis postiwanker Ast ära B. poole ja jõudis tunniga 8 wersta edasi; lõune ajal 20 minutit pärast kella kahte läks auruwanker Bst minema A. poole ja wurab tunniga 40 wersta edasi; postitee ja raudtee käisiwad kõrwu; posti- ja auruwanker jõudsiwad ühekorraga pärale, tõine B^{ste}, tõine A^{ste}. Kui kaugel on A. Bst?

- 71) Kaupmees pidi kolmel järgmisel tähtpäeval järgmised summad maksma: 3000 rbl. 4^a kuu pärast, 2000 rbl. 5^e kuu pärast, 4000 rbl. 8 kuu pärast. Ta tahtis aga kõik ühel hoobil ära maksta; kunas oli see ühine maksu-päew?
- 72) Kaks töömeeft tegiwad tööd, kumbki 50 päewa, kumbki sai 60 kop. päewapalka. A. kulutas omast päewapalgast igapäew 6 kop. vähem ära, kui M.; sellepärast leidis A. 50^{nema} päewa õhtul, et tal kahewõrra niipalju tagawaraks oli jäänud kui M', ja üle selle weel niipalju, kui ta kase päewaga ära kulutas. Kui palju kulutas kumbki päewas ära?
- 73) Berlini linnas on mitmel woorimehel wankri küljes üks masina wärki asutus, mis näitab, kui palju teed ära on sõidetud. Kui sellest nüüd nähakse, et ühe sõidu pääl esimesed rattad 500 ringi rohkem ümber on weernud, kui tagumised, ja kui täada on, et esimene ratas 6,6 jalga, ja tagumine 7,4 jalga ümbert möödab, — kui palju maad on siis ära sõidetud?
- 74) Üks tükk mõtsa kaswas 17 aastat; tema esiotjalise rikkuse 1 $\frac{3}{4}$ protsenti kaswas iga aasta pääle; 17^{nema} aasta lõpul raiuti see mõts maha ja saadi 16608 sülda põletispuid; kui palju oleks sellest mõtsast 17^{ne} aasta eest saadud?
- 75) Tartu Walga, Wolmari ja Riia linnad seisawad nimetatud järge mööda ühe tee pääl. Tartust Riiga on 246 wersta; Tartu-Walga wahel on Wolmari-Riia wahel wastu, nii kui 5 $\frac{1}{8}$: 7 $\frac{1}{4}$; Tartu-Walga tee pool ja Wolmari-Riia tee $\frac{3}{4}$ kofku on nii pikk, kui Walga-Wolmari tee 2 $\frac{2}{3}$ kordne. Kui kaugel on need linnad üksteisest?
- 76) Ma tunnen ühe 6^e kohalise arwu, mille esimene arw kura-kät 1 on. Wõtan ma selle ühe eestotsast ära ja panen ta tõise otsa, siis saab kõik see arw kolmekordseks. Mis-sugune arw see on?
- 77) Mis-sugune arw tuleb murru $\frac{70}{87}$ lugejast ja nimetajast maha arwata, et siis ilmuw murd $\frac{3}{4}$ maksaks?
- 78) Kui murru $\frac{9}{20}$ lugejast üks arw maha ja ta nimetajale seesama arw juure arwatakse, siis on endise ja uue murru wahel 0,29 suur. Mis-sugune see maha ja juure arwataw arw on?

- 79) Arw 798 peab neljaks osaks tehtama, nii et I : II, nagu 1 : 2; II : III, nagu 3 : 4, III : IV, nagu 5 : 6. Kui suur on iga osa?
- 80) Arw 100 peab kahets osaks tehtama, nii et kui suurem osa 5^{a} , väiksem 10^{a} kaswatatakse, — siis nende kaswatuste wahel 200 oleks. Kui suur on kumbki osa?
- 81) Pythagoras (üttele pütaagoras), kuulus wana-aja tark, andis küsimise pääle: kui palju õppijaid tal oleks — järgmise kostuse: „Pool osa õpib filosoofiat (tarkust), kolmas osa matemaatikat (rehkendust); tõisi, keda weel wait-olemises harjutatakse, on kolme uueste juure wõetud õppijaga (keda enne mitte ligi ei arwatud) ühtekokku niipalju kui filosoofia ja matemaatika õppijate neljas jagu.“ Mitu õppijat oli sedamööda Pythagorasel enne kolme uue õppija juure-wõtmist?
- 82) Wana jutu järele seisis mees jõe ääres ja kaebas oma waesust. Sääal astub kuriwaim tema juure ja ütleb: „Ma tahan sinu rahale tõist niipalju, kui sul igakord üle minnes taskus, juure lisada, kui sa igakord tagasi tulles ühe rubla lubad wette wijata.“ Rõõmuga wõttis waene mees selle tingimise wastu; aga kui ta kolmanda rubla jõkke oli wisanud, oli tema tasku rahast tühi, ja meelt ära heites kargab ta ise ka märja laenetesse. Kui palju raha oli mehel eestotsa olnud?
- 83) Kreeklane läks wanal ajal Jupiteri templisse ja palus, et Jupiter tema rahale, mis tal kaapas oli, weel tõise wõrra niipalju wõtaks juure lisada. See sündis, ja tänulikust meelest ohwerdas mees 2 staatert. Sellega, mis talle weel üle jäi, läks ta Apollo templisse, palus ja täideti tema palwe niisama; ohwerdas siin jälle 2 staatert. Müüd luges ta oma raha üle ja leidis, et tal just kahewõrra niipalju oli, kui eestotsa. Mitu staatert oli tal eestotsa olnud?
- 84) Lamburi juure tuli tõine karjus ja ütles pilgates: „Anna pooled omast sa ja ast lambast mulle.“ Paha meelega kostis lambur: „Kui mul weel 4 korda, ja weel $\frac{1}{2}$ korda ja $\frac{1}{3}$ korda ja $\frac{5}{6}$ korda ja $\frac{5}{8}$ korda niipalju lambid oleks, kui mul neid on, ja kui sina ka minu lammas oleksid, siis oleks mul küll niipalju sajust rohkem, kui mul neid nüüd sajust wahem on.“ Mitu lammas oli sel lamburil karjatada?

- 93) Tõrde käivad 3 kraani; esimene üksi täidab tõrre 3^{me} tunniga, teine 4^{la}, kolmas 5^e tunniga. Kui palju aega kulub tõrre täitmiseks, kui kõik kolm korraga jooksema pannakse?
- 94) Beske tiigil on kolm wesiwärawat: kaks, kusti wet pääle, üks, kusti wet wälja lastakse. Kui tiik tühi, siis täidab esimene wesiwäraw tiigi 1½ tunniga täis; teine täidab tiigi 2⅓ tunniga; kolmanda läbi läheb täis tiik 3¼ tunniga tühjaks. Kui kaua aja pärast saab tiik täis, kui kõik 3 wesiwärawat korraga lahti tehakse?
- 95) P. jättis testamendis ühe jao omaft waranduseft haigete-, waeste- ja waestelaste-majale ja mitmele koolile järgmisel wiisil pärida. Haigete-maja saab päranduse kümne ja jao üle selle weel 100 rbl.; ülejäädawast saab waeste-maja 10^{nema} jao ja weel 200 rbl.; nüüdseft ülejäädawast saab waestelaste-maja 10^{nema} jao ja weel 300 rbl.; üks kool saab sellest, mis nüüd weel üle jäi, 10^{nema} jao ja 400 rbl. j. n. e. Päranduse jagamisel leiti, et iga asutus ühemõrra sai. Kui suur oli see pärandus? Mitu kooli saiwad sellest osa? Kui palju sai iga asutus?
- 96) S. ja T. oliwad kaks jalameest. S. käis 3^{me} minutiga 91 raudsülda, T. iga minutiga 28 raudsülda. Nad hakkasiwad teine teisest külalt, mis 7 penik. teineteisest eemal, teineteisele wasta minema. S. hakkas 2½ tundi enne rändama, kui T. Kui kaua aja pärast jõuawad nad wastastifu kofku?
- 97) Kell 12 on tunni- ja minuti-näitaja ülestifu. Millal on nad pääle selle esimest korda ülestifu?
- 98) „Mis kell on?“ küsis külamees; sai kostuseks: „Tunni- ja minutinäitaja on kolme ja nelja wahel ülestifu; nüüd wõid isegi armata, mis kell on.“ Urwa!
- 99) Koer ajab jäneft taga. Sänes on 90 samm u koerast kaugel ja hüppab 5 korda selle aja sees, kui koer 4 korda hüppab; aga 7 jänefe samm u ja 5 koera-sammu on ühe-pikkused. Mitu sammu wõib kumbki weel edasi hüpata, enne kui koer jänefe kinni wõtab?
- 100) Sürakuusa kuninga Hiero kroon kaalus 20 naela; wee sees kaalus ta 1,285 naela wähem. Sellest oli mõista, et see kroon mitte puhtaft kullast ei olnud, sest siis oleks ta kõiges

1 nael wee sees wähem kaalunud, kui õhu sees. Dieks see funinglit kroon aga paljalt hõbedast olnud, siis oleks ta wee sees üksnes 18,05 naela raske olnud. Kui palju hõbedat oli kullassepp kullale jätkuks lisanud?

B. Võrdlused kahe ehk mitme otsitawaga.

Seletused.

Kui ülesandes mitu tundmata arwu ehk otsitawat olemas on, mis kõit täieste wälja rehkendada tulewad, siis ei wõi see ühe ainukesse wõrdluse waral mitte sündida, sest ühe wõrdluse waral wõib kõiges üht otsitawat tõiSte tuttawate ja tundmata arwudega ära määrata. Et kõiki ülesandes olemas olewaid otsitawaid leida wõiks, selle tarwis on nii-mitu iseäralikku wõrdlust waja, kui ülesandes otsitawaid olemas on.

Esimeses wõrdluses määratakse üks otsitaw tõiSte arwudega ära; selleläbi jääb ülesandes üks otsitaw wähemaks. Selle otsitawa tõiSte arwudega ära määratud hind pannaakse otsitawa enese asemel tõiSe wõrdluse sisse j. n. e., kuni wiimises wõrdluses kõiges üks tundmata suurus ehk otsitaw olemas on. Kui selle hind on leitud, siis on hõlbus asi, selle järele ka tõiSte hinda ära arwata.

Kolmel wiisil wõime wõrrelda.

I. Asendamise wiis.

Näitus 1. a) $2x + y = 21$

b) $3x + 2y = 32.$

Wõrdlus a) awalda, et $x = \frac{21 - y}{2}$; pannaakse nüüd see arw x asemele wõrdluse b) sisse, siis

$$b) \frac{3(21 - y)}{2} + 2y = 32.$$

$$3(21 - y) + 4y = 64;$$

$$63 - 3y + 4y = 64;$$

$$y = 1;$$

$$\text{ja } x = \frac{21 - y}{2} = \frac{21 - 1}{2} = 20/2 = 10.$$

Ehkt: a) $2x + y = 21$

b) $3x + 2y = 32$.

Wõrdluseft a) leiame, et $y = 21 - 2x$; see paneme wõrdluses b) y^m asemele, siis saame

b) $3x + 2(21 - 2x) = 32$.

$3x + 42 - 4x = 32$;

$3x + 42 = 32 + 4x$;

$x = 10$;

ja $y = 21 - 2x = 21 - 20 = 1$.

Tuht. Ühes wõrdluses määratagu ühe otfitawa ehk tundmata arwu hind ära. See hind pantagu arwu enese asemel tõise wõrdluse jässe. Siis on tõises wõrdluses kõiges üks ainukene otfitaw ehk tundmata arw, mille hind (ja selle järele ka tõise hind) kerge leida on.

Näitus 2. a) $3x + 5y + z = 32,5$

b) $5x - 3y + 2z = 21$

d) $6x - 3z = 22,5$.

Wõrdluseft d) leiame, et $x = \frac{22,5 + 3z}{6}$ ehk $\frac{7,5 + z}{2}$; selle paneme x^i asemele wõrdluse a) ja b) jässe, siis saame

a) $\frac{3(7,5 + z)}{2} + 5y + z = 32,5$

b) $\frac{5(7,5 + z)}{2} - 3y + 2z = 21$;

ehk a) $22,5 + 3z + 10y + 2z = 65$

b) $37,5 + 5z - 6y + 4z = 42$;

ehk a) $5z + 10y = 42,5$

b) $9z = 4,5 + 6y$;

ehk a) $z + 2y = 8,5$

b) $3z = 1,5 + 2y$.

Wõrdluseft a) näeme, et $z = 8,5 - 2y$; selle paneme z asemele wõrdluse b) jässe, siis saame

b) $3(8,5 - 2y) = 1,5 + 2y$.

$25,5 - 6y = 1,5 + 2y$;

$25,5 = 1,5 + 8y$;

$24 = 8y$;

$y = 3$;

ja $z = 8,5 - 2y = 8,5 - 6 = 2,5$;

ja $x = \frac{7,5 + z}{2} = \frac{7,5 + 2,5}{2} = \frac{10}{2} = 5$.

II. Ühewääriliseks panemise wiis.

Mäitus 1. a) $2x + y = 21$

b) $3x + 2y = 32$.

Böördluseft a) näeme, et $x = \frac{21 - y}{2}$;

möördluseft b) näeme, et $x = \frac{32 - 2y}{3}$.

Kuna $x = x$, siis ka

$\frac{21 - y}{2} = \frac{32 - 2y}{3}$.

$63 - 3y = 64 - 4y$;

$y = 1$;

ja $x = \frac{21 - y}{2} = \frac{21 - 1}{2} = 10$.

Ühf: a) $2x + y = 21$

b) $3x + 2y = 32$.

Böördluseft a) näeme, et $y = 21 - 2x$;

möördluseft b) näeme, et $y = \frac{32 - 3x}{2}$.

Kuna $y = y$, siis ka

$21 - 2x = \frac{32 - 3x}{2}$;

$42 - 4x = 32 - 3x$;

$x = 10$;

ja $y = 21 - 2x = 21 - 20 = 1$.

Tuht. Mõlemates sõrduustes määrataguühhe ja sellejama otfitawa hind ära. Kummastiki sõrduuseft leitud hinnad on tõine-tõiseaga ühewäärilised; sellepärast saab neist hindadest uus sõrduus ühe ainuse otfitawaga, mille (nii kui ka tõise otfitawa) hinda lõpeks kerge leida on.

Mäitus 2. a) $3x + 5y + z = 32,5$

b) $5x - 3y + 2z = 21$

d) $6x - 3z = 22,5$

Sõrduuseft a) selgub, et $x = \frac{32,5 - 5y - z}{3}$;

sõrduuseft b) selgub, et $x = \frac{21 + 3y - 2z}{5}$;

sõrduuseft d) selgub, et $x = \frac{22,5 + 3z}{6}$.

e) $\frac{32,5 - 5y - z}{3} = \frac{21 + 3y - 2z}{5}$

g) $32,5 - 5y - z = \frac{22,5 + 3z}{6}$;

ehf e) $162,5 - 25y - 5z = 63 + 9y - 6z$

g) $65 - 10y + 2z = 22,5 + 3z$;

ehf e) $99,5 = 34y - z + z$

g) $42,5 = 5z + 10y$.

Sõrduuseft e) leiame, et $y = \frac{99,5 + z}{34}$;

sõrduuseft g) leiame, et $y = \frac{42,5 - 5z}{10}$.

h) $\frac{99,5 + z}{34} = \frac{42,5 - 5z}{10}$

$995 + 10z = 1445 - 170z$;

$180z = 2,5$.

$y = j. n. e.$

$z = 0,0139$

$z = 0,0139$

III. Kõrku- ja maha-arvamise viis.

Näitus 1. a) $2x + y = 21$

b) $3x + 2y = 32.$

Kui x tahetakse ära saada, siis kasvatatagu võrdlusi a) 3^{ga} ja võrdlusi b) 2^{ga}:

a) $6x + 3y = 63$

b) $6x + 4y = 64.$ Arva võrdlusi a) teisest

maha, siis

$y = 1;$

ja $x = \frac{21 - y}{2} = \frac{21 - 1}{2} = 10.$

Kui y tahetakse ära saada, siis peab võrdlusi a) 2^{ga} kasvatatama ja pääle selle peab temast võrdlusi b) maha arvatama:

a) $4x + 2y = 42$

b) $3x + 2y = 32.$

$x = 10;$

ja $y = 21 - 2x = 21 - 20 = 1.$

Näitus 2. a) $2x - y = 19$

b) $3x + 2y = 32.$ Kasvata võrdlusi a)

2^{ga}, siis arva kõrku:

a) $4x - 2y = 38$

b) $3x + 2y = 32.$

$7x = 70.$

$x = 10.$

ja $y = 2x - 19 = 20 - 19 = 1.$

Näitus 3. a) $12x + 10y = 90$

b) $9x + 6y = 63;$

on c) $3 \cdot 4x + 2 \cdot 5y = 90$

d) $3 \cdot 3x + 2 \cdot 3y = 63.$

Sellepäraft a) $3 \cdot 4x + 3 \cdot 10y = 3 \cdot 90$

b) $4 \cdot 3x + 4 \cdot 6y = 4 \cdot 63.$

$$6y = 18.$$

$$y = 3$$

ja $x = \frac{90 - 10x}{12} = \frac{90 - 30}{12} = 5.$

Uhf a) $3 \cdot 12x + 3 \cdot 5y = 3 \cdot 90$

b) $5 \cdot 9x + 5 \cdot 3y = 5 \cdot 63.$

$$-9x = -45;$$

$$9x = 45;$$

$$x = 5$$

ja $y = \frac{90 - 12x}{10} = \frac{90 - 60}{10} = 3.$

Suht. Kui ärasaadetawatel suurustel ühesuurused kaswatajad ja ühesugused eesmärgid on, siis saab kahest sõrdlusest üks sõrdlus maha=arwamise läbi; kui aga kaswatajad ühesuurused ja eesmärgid wastalised, siis saab kahest sõrdlusest üks sõrdlus kokkuarwamise läbi.

Kaswatajad tehakse ühesuuruseks, kui esimese kaswatajaga kõik teise sõrdluse liikmed ja teise kaswatajaga kõik esimese sõrdluse liikmed kaswataakse.

Kui kummalgi kaswatajal ühiseid alguskaswatawaid on, siis jäetakse need kaswatamise juures maha. (Waata: näit. 3.)

Näitus 4. a) $3x + 5y + z = 32,5$

b) $5x - 3y + 2z = 21$

d) $6x - 3z = 22,5.$

a) $9x + 15y + 3z = 97,5$

b) $25x - 15y + 10z = 105$

e) $34x + 13z = 202,5.$

d) $6x - 3z = 22,5$

e) $34x + 13z = 202,5.$

d) $78x - 39z = 292,5$

e) $102x + 39z = 607,5$

g) $180x = 900$

$x = 5$

$z = j. n. e.$

Tähendus. Kolm teed on siin näidatud ja seletatud; niihäste esimesel kui ka teisil ehk kolmandal teel võime mitu tundmata arvu ühes ülesandes otsida ja leida. Üleüldse on wiimselt seletatud tee wahest kõige lühem; siiski võib aga üht ehk teisil ülesannet esimesel ehk teisil rutemine wälja rehkendada. Sellepärast õpitagu kõik kolm kätte ja katsutagu harjutuseks iga järeleisawat wõrdlust iga kolme wiisi järele wälja rehkendada.

Ülesanded.

(Wõrdlused — wäljarehendamiseks.)

1) $x + y = 17$

$3x + y = 27.$

2) $13x + 11y = 194$

$13x - 11y = 40.$

3) $5x - 7y = 20$

$9x - 11y = 44.$

4) $17x - 13y = 144$

$23x + 19y = 890.$

5) $x + 17y = 300$

$11x - y = 104.$

6) $x + 3y = 46$

$7x - 4y = 22.$

7) $11x - 10y = 24$

$6x + y = 26.$

8) $2x + y = 21$

$4x + 2y = 24.$

9) $3x + 4y = 33$

$2x + 5y = 29.$

10) $6x + 8y = 131$

$4x + 4y = 73.$

11) $16x + 3y = 60$

$-3x + 8y = 23.$

12) $x + y = 12$

$4x - 3y = 16.$

13) $x + y = \frac{5}{6}$

$x - y = \frac{1}{6}.$

14) $8x + 5y = 52$

$3x - 4y = 11.$

15) $\frac{3x}{4} - \frac{4y}{9} = 5.$

$\frac{y}{3} - \frac{2x}{7} = 4.$

$$16) \frac{4x}{9} + 4y = 58$$

$$\frac{3y}{4} + \frac{2x}{3} = 3$$

$$17) x + 2y = 30$$

$$\frac{2x}{9} + \frac{7y}{9} = 10$$

$$18) 7x + 18 = 2y - 2$$

$$2x - 12 = \frac{y}{15} + 5$$

$$19) \frac{5}{x} - \frac{4}{y} = 10$$

$$\frac{7}{x} + \frac{5}{y} = 137$$

$$20) \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 1$$

$$\frac{5}{x} + \frac{3}{y} = 50$$

$$21) 1\frac{1}{3}x + 2\frac{3}{4}y = 34$$

$$3\frac{2}{9}x - 2\frac{5}{8}y = 8$$

$$28) 3x + 2y - 8 = \frac{5x + 6y - 17}{2}$$

$$6x + 4y - 16 = \frac{7x - 5y + 3\frac{1}{2}}{5}$$

$$29) 30 - y - x = \frac{25 - 2x - x}{4}$$

$$90 - 3y - 3x = \frac{64 - 9y - 3x}{9}$$

$$30) 5x + 16,5y = 5,75y + 3$$

$$3,875x - 3,75y = 5,5x - 2$$

$$31) 2x + 5y = 28,4$$

$$3x - y = 12,85$$

$$32) \frac{x-1}{5} - \frac{9-x}{3} = \frac{y-11}{4}$$

$$\frac{2y+2}{3} - \frac{2x+y+1}{8} = \frac{x+14}{4}$$

$$33) \frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{3} - \frac{2x+3y+7}{35}$$

$$\frac{2x}{3} - \frac{7-y}{2} = \frac{47}{12} - \frac{2x+1}{4}$$

$$22) \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = -5$$

$$\frac{24}{x} + \frac{6}{y} = -26$$

$$23) 7\frac{1}{2}x + 6\frac{1}{4}y = 215$$

$$3\frac{3}{4}x + 4\frac{1}{8}y = 127\frac{1}{2}$$

$$24) \frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 11$$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{24} = 3\frac{1}{2}$$

$$25) x + 13y = 176$$

$$x + 7y = 98$$

$$26) 5x + 12y = 71$$

$$10x - 9y = 43$$

$$27) 3x - 7y = 3$$

$$2x + 5y = 31$$

- 34) $\frac{x-1}{y-1} = \frac{3}{4}$
 $\frac{x+3}{y+3} = \frac{10}{13}$
- 35) $x + y = a$
 $y + z = b$
 $x + z = d$
 $x + y = 12$
 $y + z = 16$
 $z + x = 24$
- 36) $x + y - z = 20$
 $y + z - x = 6$
 $x + z - y = 14$
- 37) $x + y + z = 31$
 $x + y - z = 25$
 $x - y - z = 9$
- 38) $2x + 3y = 43$
 $4y + 5z = 86$
 $6z + 7x = 116$
- 45) $3x + 4y - 5z - 5w = 16$
 $5x - 3y + 7z - 9w = 8$
 $7x + 6y - 2z + 5w = 14$
 $2x - 4y + 5z + w = -7$
- 39) $x + 2y = 23$
 $3x + 4z = 57$
 $5y + 6z = 94$
- 40) $2x - 3y + 5z = 27$
 $5x + 2y - 7z = -12$
 $9x - y - 2z = 25$
- 41) $3x + 4y + 5z = 50$
 $2x - y - 2z = -8$
 $x + 6y - 4z = 7$
- 42) $2x - 3y + z = 0$
 $x + 2y - 3z = 0$
 $4x - 5y - 2z = -3$
- 43) $3x - \frac{1}{4}y + z = 7\frac{1}{2}$
 $2x - \frac{1}{2}y + 4z = 11$
 $2x - \frac{y-3z}{3} = 5\frac{1}{3}$
- 44) $\frac{1}{x+y} = 1$
 $\frac{2}{x+z} = 1$
 $\frac{3}{y+z} = 1$

Keerdülesanded.

- 1) Ma tunnen kaks arvu; nende summa on 12; nende vahe on 6; mis arvud need on?
- 2) Kases pungas on kokku 1000 rbl. raha. Võetakse esimesest 50 rbl. ära ja pannaakse teisele pungale, siis on kummaski pungas ühepalju. Kui palju oli kummaski pungas?

- 3) Urwan ma kaks arwu kofku, siis ilmub 60; jagan ma tõišt tõiše läbi, siis ilmub $\frac{2}{3}$. Misjugused arwud need on?
- 4) Üks murd sai selleläbi, et ta lugejast ja nimetajast 1 maha arwati, $\frac{1}{5}$ ^{tu} wääriliseks; kui aga ta nimetajale ja lugejale 4 juure arwati, tõištis ta $\frac{2}{5}$ ^{tu} hinnaliseks. Misjugune murd see on?
- 5) Kaks arwu on; niihäste tõišt tõišest maha arwates, kui ka tõišt tõiše läbi jagades ilmub 5. Misjugused arwud need on?
- 6) Annaks B. omašt rahast 4 rbl. A^e, siis oleks mõlematel ühewõrra; annaks A. omašt rahast 4 rbl. B^e, siis oleks B. kahewõrra nii rikas kui A. Kui palju on kummalgi raha?
- 7) Annaks B. omašt rahast A^e 4 rbl., siis oleks A. ifka weel poole waesem kui B., annaks A. omašt rahast 6 rbl. B^e, siis oleks nüüd B. kolmewõrra nii rikkas kui A. Kui palju on kummalgi?
- 8) Kaks perkapunda kaupa ja 8 perkap. tõišt kaupa maksawad ühtekofku 696 rbl.; esimesest kaubast 3. ja tõišest 6 perkap. maksawad kofku 612 rubla. Kui kallis on 1 perkap. kummaštki seltsišt?
- 9) Kahes karjas on kofku 300 lammast; kui mõlemad karjad ühesuuruseks peawad jaama, siis peab 20 lammast ühest karjast tõiše minema. Kui suur oli kumbki kari?
- 10) 21 wakka nisujahu ja 15 wakka ruffijahu maksawad kofku 187,5 rbl.; aga 9 w. nisu- ja 6 w. ruffijahu maksawad 78,5 rbl. Kui kallis on kummagi jahu wakk?
- 11) Rätsepp ostis kahte seltsi riidet. 2 küünart esimest ja 3 küünart tõišt seltsi riidet maksiwad kofkn $6\frac{1}{2}$ rbl., ja 5 f. esimest ja 4 f. tõišt maksiwad kofku 11 rbl. Kui kallis on kummagi riide küünar?
- 12) Isa ja poja wanadus kofku on 64 aastat. Kui wana on kumbki, sest 8 aasta pärast saab isa $2\frac{1}{3}$ korda nii wana olema kui poeg?
- 13) Urw 99 peab kahes osaks tehtama, nii et kui esimest osa 10^{ne}, tõišt osa 13^{ne} läbi jagatakse, siis need mõlemad jaod kofku 9 on. Kui suur on kumbki osa?
- 14) Saadal osteti 100 looma: kitse ja lambaid; maksjeti kofku 100 rbl.; kitse hind oli $\frac{1}{2}$ rbl. ja lamba hind $1\frac{3}{4}$ rbl. Mitu looma kummaštki seltsišt osteti?

- 15) A. wõlg on 1200 rbl. B. wõlg 2550 rbl. suur? Eaina mulle, ütles A. B. oma waranduse kahetas jagu, siis wõin ma oma wõla ära maksta. B. kostis: Minu wõlg saaks maksetud, kui sina oma waranduse kuuenta jao mulle annaksid. Kui palju on kummalgi warandust?
- 16) Kaupmees oli kahe aastaga 5760 rbl. rikkamaks läinud. Tema poeg küsis, kas kummagi aasta kasu ühesuurune olla. Ei, kostis isa, waid kummagi aasta kasude wahel on suurema kasu kolmanda jao suurune. Kui suur oli sedamööda kummagi aasta kasu?
- 17) Wiinakaupleja segas kahte seltsi wiina kofku, 3 toopi esimest ja 9 toopi teist seltsi kofku segatud, annab segaduse, millest 1 toop 2 rbl. maksma tuleb; 24 toopi esimest ja 6 toopi teist annawad segaduse, mille toop $2\frac{7}{10}$ rbl. maksab. Kui kallis oli kumbki seltsi wiina toop?
- 18) Kolm arwu on niisugused, et esimese kahetordne teise kolmetordsega ja kolmanda kahetordsega kofku 28 on; esimese kolmetordne teisega ja kolmandaga kofku 18; esimese wiie-tordne teise kahetordsega ja kolmanda kolmetordsega kofku 38. Misugused arwud need on?
- 19) Kolme arwu summa on 20; esimese pool ja teise neljandik ja kolmanda kolmandik kofku on $6\frac{3}{4}$; kolmanda üheksandik ja teise seitsmendik ja esimese neljandik kofku on 3. Misugused arwud need on?
- 20) Neli arwu on x , y , z ja w . Kui kõikide summast x maha arwatakse, siis jääb 180 üle; arwatakse aga y maha, siis on ülejäädaw 212; kui z maha arwatakse, jääb 172 üle; aga kui w maha arwatakse, on ülejäädaw 200. Kui suur on iga arw?
- 21) Arwan ma ühe murru lugejast ja nimetajast 3 maha, siis on murru hind $\frac{1}{4}$; arwan ma aga lugejale ja nimetajale 5 juure, siis on murru hind $\frac{1}{2}$. Misugune murd see on?
- 22) Arwad ja ühe tundmata murru lugejale 4 juure, siis maksab murd $\frac{1}{2}$; arwad ja aga ta nimetajale 7 juure, siis maksab murd $\frac{1}{5}$. Misugune murd see on?
- 23) Kahe arwu wahel, summa, ja kaswatus on üksteist wasta nii kui 2 ja 3 ja 5 üksteist wasta on. Misugused arwud need on?

- 24) Ma tunnen ühe kahetohalise arwu, mida 4^a läbi wõib jagada, nii et üks jagu ilmub ja 3 üle jääb, jagad ja aga seda arwu 9 läbi, saad jälle ühe toisesuguse jao ja üle jääb 8. Selle arwu kümnelisse koha pääl seisaw arm on selle jaoga ühesuurune, mis 9 läbi jagades ilmus; ta üheliste koha pääl seisaw arm on aga selle jao 17^{ndituga} ühesuurune, mis 4^a läbi jagades ilmus. Misjugune arm see on?
- 25) Ma tunnen kaks kolmetohalist arwu; nende summa on, kui ja ühe weel juure arwad, 1000 Kirjutad ja nad mõlemad jarestiku ja paned wahel pääle kümnendimurrufomma, siis saad kuusforda niisuure arwu, kui wäiksema arwu taha poole (murrufommast hädakat) paned, kui siis, kui sa suurema arwu taha poole kirjutad. Kui suur on kumbki arm?
- 26) Ühe kahetohalise arwu ristsumma on 10. Wahetan ma arwud ümber, siis jääb see terve arm 36 wäiksemaks. Misjugune see arm on?
- 27) Murulaew läks tunniga wasta jõge üles 1½ penik., jõge mööda alla 2½ penik. edasi. Kui palju maad lähemaks see laew tunnis edasi a. üksnes masina jõuu läbi (wäikse wee pääl), b. üksnes jõe woolamise turjal (seiswa masinaga)?
- 28) A. panni ühe kapitali 4 protsendi pääle kasu kandma; 6 aastat pärast seda pani ta ühe toise kapitali 5½ protsendi pääle. Mõlemad kapitalid kokku oliwad 1300 rbl. ja töiwad aastas 64 rbl. kasu. Kui suur on kumbki kapital? Mitme aasta pärast on tõine kapital niisama palju kasu toonud, kui esimene?
- 29) 37 naela tina kaotawad wees 5 naela raskust, ja 23 naela seatina kaotawad wees 2 naela raskust. Üks anum, mis nende segadusest on ja 120 naela kaalub, kaotab wees 14 naela raskust. Kui palju on selles tina ja kui palju seatina?
- 30) Üks tiik on 9900 kantmeetert suur ja saab kabeist kraawist wet pääle. Kui esimehe kraawi wesiwäraw 10 tundi ja toise wäraw 14 tundi lahti on, siis saab tiik, mis tühi oli, täis; ta saab ka täis, kui esimene wäraw 18 ja tõine 12 tundi lahti on. Mitu kantmeetert wet saadab kumbki wäraw ühe tunni sees? Mitme tunniga saab tiik täis, kui mõlemad wärawad ühepalju aega lahti on?

- 31) Kaks tsetwerti ruffid ja 8 tsetwerti nisu maksawad kokku 64 rbl. 3 tsetwerti ruffid ja 6 tsetwerti nisu jellesama hinna järele maksawad 54 rbl. Kui palju maksab sedamööda nisu ja kui palju ruffi tsetwert?
- 32) Kaupmees ostis kahte seltsi wiina; wedro maksis esimesest seltsist 90, teisest 60 rbl. Ühtekokku maksis ta 3840 rbl. Oleks ta paremat seltsi wiina niipalju ostnud, kui ta halwemat ostis, ja oleks ta halwemat niipalju ostnud, kui ta paremat ostis, siis oleks tal 330 rbl. vähem maksta olnud. Mitu wedro ostis ta kummaski seltsist?
- 33) A. ja B. mängiswad weerimängu. A. ütles B^{le}: Kui sa mulle 3 rbl. ette maksad, siis panen ma iga mängu pääle 60 kop. sinu 36^e kopika kõrwa ja mängin sinuga 36 mängu. B. oli jellega rahul ja wõitis jelleläbi oma 3 rbl. tagasi ja päälegi weel 2 rbl. 28 kop. Mitu mängu oli kumbki wõitnud?
- 34) Kõrtsimees walas wiinale wet jätkuks. Ta leidis, et oleks ta kumbkit wedelikku 6 toopi rohkem wõtnud, siis 7 toopi wiina 6^e toobi wee pääle tuleks; oleks ta aga kumbkit 6 toopi vähem wõtnud, siis tuleks 6 toopi wiina 5^e toobi wee pääle. Kui palju oli ta kummaski tilgakeseft segaduseks wõtnud?
- 35) Mõisnik tellis 6 tosinat pudelit Moosel-wiina ja 3 tof. pud. Rein-wiina, kokku 126 rbl. eest. Gest et waheajal wiin $\frac{1}{2}$ rubla pudeli päält odawamaks oli läinud, jai ta selle raha eest 20 pudelit Moosel-wiina ja 3 tosinat 8 pudelit Rein-wiina enam, kui tellitud. Kui kalliks oli eestotsja kummagi wiina pudel olnud?
- 36) Kolm töömeeft on ühe töö kallal järgimööda töös, kokku 120 päewa. A. jai päewas 20 kop., B. 24 ja D. 30 kop. Lõpeks oli igamees ühewõrra raha teeninud. Mitu päewa oli igamees töös olnud?
- 37) A., B. ja D. arwasiwad oma warandust. A. ütles B. wastu: Anna omaft rahast 700 rbl. minule, siis on mul kahewõrra niipalju, kui sulle weel järele jääb. B. ütles D. wastu: Anna mulle 1400 rbl., siis on mul kolme-wõrra niipalju, kui sulle weel järele jääb. D. ütles A. wastu: Anna 420 rbl. minule, siis on mul wüewõrra niipalju, kui sulle enesele jääb. Kui rikkas oli igamees?

- 38) Kantšis seisiwad kahe külje pääl suuredtükid; ühe külje pääl oli iga suuretüki jaoks 300 kuuli ja teise külje pääl iga suuretüki jaoks 200 kuuli, kokku 4400 kuuli tagawaraks. Kui lahingis iga suurtükk ühel pool 60 ja teisel pool 20 pauku oli lasknud, oli kuulide hulk seeläbi 800 tükki vähene-
nud. Mitu suurtükki oli ses kantšis kummagi külje pääl?
- 39) Kolm tundmata arwu on järgmiste omadustega: kui 4 esimesest maha ja teisele juure arwatakse, siis on nende kahe wahel nende summa wastu, nii kui üks kahe wastu; kui 10 teisest maha ja kolmandale juure arwatakse, siis on nende mõlemate wahel summa wastu, nii kui kolm kümne wastu; kui 5 esimesest maha ja kolmandale juure arwatakse, siis on nende wahel summa wastu, nii kui kolm ühetõist-
kümne wastu. Misjugused arwud need on?
- 40) Nelj arwu on; kui esimese ja teise summa, kui esimese ja neljanda summa, kui teise ja neljanda summa kolmanda arwu läbi jagatakse, siis ilmuvad järgimööda jaod 3, 2, 3, ja üle jääb kunagi kord 3, 3, 12; kui aga kolmanda ja neljanda arwu summa teise arwu läbi jagatakse, siis ilmub jagu 1. Misjugused arwud need on?
-
- 41) „Kui palju teie peres lapsi on ka?“ küsis külaline. Pere wanem poeg wastas: „Minul on õdesid ja wendi ühewõrra.“ Wanem tütar lisas juure: „Minul on kahewõrra niipalju wendi, kui õdesid.“ Mitu poega ja tüdarta oli ses peres?
- 42) Hobusel ja eesli oli kummalgi oma koorm kanda. Kui hobune eesli koormast seitsmenda jao oma selga wõtaks, siis oleks mõlematel ühewõrra koormat. Kui aga terwe eesli koorm ka hobuse selga saaks pantud, siis oleks sel kaks puuda enam kanda, kui tema enese kahetõrdne koorm. Kui raske oli hobuse ja eesli koorm?
- 43) Rikkal mehel oli kaks hõbe karikat. Pannakse esimesesse 30 rbl. raha, siis on ta ühes selle rahaga hinna poolest teise wääriline; pannakse aga need 30 rbl. teise karika sisse, siis on see nüüd nelikorda niipalju wäärt kui esimene. Kui kalliks oli kumbki karikas?
- 44) Tõrde jookseb kahest torust wet. Lasti esimene toru 3 ja teine 2 tundi jooksta, siis saadi 98 kantjalga wet; lasti

1 rbl. ja igale hobusewäemehele $1\frac{1}{2}$ rbl. kuu päält rohkem anti, siis läks 350 rbl. rohkem ära. Mitu jala- ja mitu hobusewäemeeft oli ses linnas?

51) Hispania-maal ajasiwad lamburid kolm suurt Merino-lambakarja üksteise lähedale. Nüüd jooksiwad 1200 lammas B. karjast A. karja, sellepärast oli A. karjas nüüd kahewõrra niipalju, kui B. karja järele oli jäänud; siis jooksiwad 1600 lammas D. karjast A. karja, ja siis oli A. kari kolmewõrra nii suur, kui nüüdne D. kari; wiimaks jooksiwad 400 lammas B. karjast D. karja, ja nüüd oliwad need mõlemad karjad ühesuurused. Kui suur oli iga lambakari eestotsa olnud?

52) Sjal oli kolm poega koolitada. Küsimise pääle: kui palju see talle maksma tuleb, — kostis ta: „Kõige wanema eest maksan ma aastas 50 rbl. enam, kui keskmise eest; keskmise eest 100 rbl. enam, kui kõige noorema eest; keskmise ja kõige noorema poja koolitamine maksab mul aastas ühtekokku 750 rbl. Mitu rubla andis see isa iga poja koolitamise eest aastas wälja?”

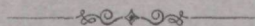
53) Kaks talusulast A. ja B. maksiwad kokku 63 rbl. renti. A. maksab oma põllu eest 35 rbl., temal on küll 4 wakamaad enam põldu, kui B^l, aga tema põld teeb wakamaa päält 6 rbl. vähem sisse, kui B. põld. Oleks A^l 6 wakamaad enam põldu, kui tal on, ja teeks B. põld wakamaa päält 9 rbl. vähem sisse, kui ta teeb, siis peaks A. 45 rbl. renti maksma. Mitu wakamaad oli kummalgi ja mitu rbl. sai kumbki oma põllu wakamaast sisse?

54) Nurulaewa pääl, mis Tartust Pihkwa poole sõitma hakkas, oli laewa nina pool 24 reisijat enam, kui pära pool. Kõige reisijate päält kokku saadi 540 rbl.; sõiduhind oli laewa nina pool 7^{me} reisija eest 1 rb. odavam, kui laewa pära pool 4^{ne} reisija eest. Poole tee pääl tuli veel 18 reisijat laewa nina, ja 6 reisijat laewa pära pääle, mis läbi endisest sissetulekust $\frac{2}{15}$ rohkem sõiduhinda saadi. Kui palju reisijaid wõttis aurulaew sel päewal Tartust pääle, ja kui kõrge oli sõiduhind laewa nina ja pära pääl iga reisija päält?

55) Kolmel müürisjepal on üks müür teha. A. ja B. kaheski teeksiwad ta 12^{ne} päewaga walmis; B. ja D. kaheski

- pruugikšiwad 20 päewa; A. ja D. kaheski saakšiwad 15^{ne} päewaga walmis. Mitu päewa kuluks igal mehel, kui ta ükšinda selle müüri tahaks walmis teha? Mitme päewaga teekšiwad nad kolmekesi selle müüri walmis?
- 56) Kahel hõbe=peekril on üks ainus kaas, mis 18 rbl. maksab. Esimene peeker kaanega on kahewõrra nii kallis, kui tõine ilma kaaneta; tõine peeker kaanega maksab $\frac{1}{4}$ enam, kui esimene ilma kaaneta. Kui palju maksab kumbki peeker?
- 57) Koolis oli pois- ja tütarlappi: kolmekordne tütarlaste arm oli 15 suurem, kui poislaste kahekordne arm. Kümme uut koolipoisfi wõeti weel pääle ja 15 tütarlast puudusiwad koolist haiguse pärast, — sellepärast oli nüüd poislaste arm tütarlaste arwu wastu, nii kui 7 : 3. Mitu pois- ja tütarlast oli eestotsa koolis olnud?
- 58) Wee-tõrs wõib kolme toru läbi täidetud saada; 10^{ne} minutiga, kui esimene ja tõine, 20^{ne} minutiga, kui tõine ja kolmas, 15^{ne} minutiga, kui esimene ja kolmas jookšma pannakse. Kui kaua ajaga täidab iga toru ükšinda selle tõrre? Kui palju aega kulub tõrre täitmiseks, kui kõik kolm korraga jookšma pannakse?
- 59) Muus mees sai wiiekümne aastasel ametipäewal kolm kallihinnalist kingitust: karika, toosi ja task-uuri. Makšiwad kokku 500 rbl. Karikas maksis üksi niipalju, kui toos ja task-uur kokku; karikas ja toos kokku makšiwad neljawõrra niipalju, kui task-uur. Kui palju maksis iga kingitus?
- 60) K. käis wõõral maal reisimas. „Kui kaugel sa otsaga ära käisid?“ küsis sõber N. K. kostis: „Sa oled tark rehkendaja, sellepärast tahan sulle natukene keeruliselt kosta. Selle linna nimi, kust ma koju poole tagasi käändsin, on kahesilbiline, kummaski silbis kolm tähte. Kui sa meie Gestifeele tähestiku 19 tähte aⁿ kunni wⁿⁱ järgimööda numbrite alla paned, nii et $a = 1$, $b = 2$, $d = 3$ j. n. e., kui sa siis kõnes-seiswa linna nime tähtede asemele nende numbrid wõtad ja need kokku arwad, siis ilmub summa 50. Kui sa aga esimese silbi numbrid isesummaks ja tõise silbi numbrid jälle isesummaks arwad, kui sa siis neist kahest summast ühe jagamise ülesande harilikkude murdudega lood, nii et sa jagatawa lugejaks esimese silbi summa, ja nime-tajaks tõise silbi summa paned, — jagajaks aga sellesama

murru ümber läänad, siis ilmub jagu, mis jälle üks murd on ja mille lugeja nimetajast 400 vähem on. Arwad sa esimese silbi kaks esimest nummert kokku ja kaswatad seda summa 5^{aa}, siis saad niipalju, kui sa sellesama silbi wiimast nummert 2^{aa} kaswatates saad. Kaswatad sa aga esimese silbi esimest nummert 30^{aa}, siis saad niipalju, kui sa sellesama silbi teisest nummert kolmandaga kaswatates saad. Tahad sa aga teise silbi esimest nummert teisega kaswatada, siis saad 2 vähem, kui sellesama silbi wiimast nummert 6^{aa} kaswatates. Kaswatad sa aga teise silbi esimest nummert 9^{aa} siis ilmub 6 enam, kui sellesama silbi keskmist nummert wiimsega kaswatates. Pane lõpetaks nende leitud numbrite asemele tähestikus nende all seiswad tähed, siis awaldawad need sulle selle linna nime, kus maal ma ära olen käinud.^a



Schnakenburg'i fuluga Carlus on trükitud ja igas
raamatu poes jaada:

- Bergmann, Üleüldine ajalugu. I.: Wana aeg. Hind 80 kop.
Eijen, Eesti, Liwi ja Kuura maa ajalugu. Müüdist ajast
meie ajani. Hind 60 kop.
Brenzstein, Saksa keele õpetaja Eesti kooli lastele. I. ja
II. kooli aasta. Hind köidetud a 50 kop.
Brenzstein, Kooli Laulmise raamat. Kirja pannud 6 jaos.
Hind 82 kop.
Brenzstein, Looduse nõund ja jõund, 16 jaos à 25 kop.
Hansen, Kooli-teadus. Hind 30 kop.
Jggapäine koddune Jummalatenistus. Hind 5 kop.
Jürmann, Kodu-kool. I. ja II. raamat. Hind à 25 kop.
Kalewi poeg. Üks ennemuistene Eesti jut. Hind 1 rbl. 20 kop.
Kooli-kaart. Liwi, Eesti ja Kuura maa. Saksa, Eesti ja
Läti keeli. Hind 20 kop.
Kooli-seina-kaart. Liwi, Eesti ja Kuura maa. Saksa, Eesti
ja Läti keeli. Lakeeritud ja rulli pandud: hind 5 rbl. 50 k.
Linase riide pääl mapi sees: hind 4 rbl. 50 kop.
Körber, Aus saksa keele õppimise-raamat marahwale.
I. jagu. Tüine trük. Hind 30 kop.
Kunder, Looduse õpetus. Koolmeisteritele ja koolidele. I. raamat:
Elajate rüüt, pillidega. Hind 80 kop.
Kunder, Weikene looduse õpetus. Eesti alamatele koolidele. 20 k.
Kurrik, Arwuwald I.: Algebra — oma algus-õpetustega.
Kurrik, Turnimise raamat I. Hind 36 kop.
Pärn, Mõislik majapidaja ja laste kaswataja. Hind 32 k.
Pärn, Kirjalikud tööd koolis ja kodu.
Pärmann, Palästina ehk Tõutatud maa. Teejuht Pühhas
kirjas koolile ja kodule. Pillidega.
Piibli salmid katekismuse õppetuse selletamiseks. 12 kop.
Schneider, Saksa keele õppimise juhatus. 2 trük. 25 kop.
Tülf, Kerged ja lühikesed Geometria õpetused. Rahwa
koolide kasuks. Hind 50 kop.
Tülf, Maamõõtmise-Juhatus; iga Eesti põllumehele.
Undriß, Algu õpetuse raamat. Lutteruse katekismuse järele
Eesti rahwakoolidele ja rahwale.
Aus A B D raamat. Esimeseks õppimiseks õige-ristiõu lastele.
Hind 15 kop.
Wegener, Üht asja on tarwis. Aus jutluse-ramat. Hind
1 rubla 60 kop. Köidetud 2 rubla.
Wene-Saksa-Eesti keele põneajud, nende keelte rutuseks kätte-
saamiseks. Hind 60 kop.
Weste, Aleksandri I. elu ja olu. Pillidega. Hind 25 kop.
Weste, Eesti keele healte õpetus.