

Arwuwald.

II.

Neljaliikme ja ruumi arwamine
ning
wõrdlused ruut- ja järg-arwudega.

Kirja pannud

J. K u r r i t.

Tartus.

Trükitud Wilhelm Just'i trükitojas.

1880.

A. 2057.

Õesti Kirjameeste Seltsi Toimetused.

N^o 25.

Arwuwald.

II.

Meljalitkme ja ruumi arwamine

ning

wõrdlused ruut- ja järg-arwudega.

Kirja pannud

J. K u r r i k.

Tartus.

Trükitud Wilhelm Juss'i trükikojas.

1880.

Glossary

II

Index of names

Index

Benjuri poolest lubatud. — Tallinnas, 29. Septembril 1879.



Index

Index of names

1880

Sinule!

Sellega jõuab armumalla tõine=pool sulle kätte.

Dled sa esimesest poolest („Algebra — oma algusõpetus-
tega“) jagu saanud, küllap siis ka eesfeisma raamatuga hõlpfaste
toime saad, ilma et mul ta kohta sõnakestki lausuda tarwis
oleks. Siiski, kuna üleüldise kombe järele raamatu eesotjas
„eeskõne“ peab feisma, mõime siin armumallast mõne sõna
juttu ajada.

Raks esimest päätükki on ettevalmistajad päätüfid. Kol-
mandas päätükis on neljaliikme arvamine kirjjas. Mikspärast
oled sa aga neljaliikme arvamise (3. pääät.) üleüldise kirja pannud,
kuna jo „liikme“ arvamine „reeglite“ järele kooliteaduse poolest
hukka on mõistetud? Nõnda kuulen, find küsimat ja kostan
selle pääle: Dige küll, et kooliteadus „liikmid“ ja „reegliid“
lastekoolis ei luba õpetada. Aga lastele ei olegi see raamat
just mitte kirjutatud. Mis neile minu arust paras, olen ma
kirja pannud kolmejaolisfes raamatus „Laste armumald.“ Sina
aga saad — seda loodan ma kindlaste — neljaliikme oma-
dustest ja säädustest selget aru kätte saama ja seega ühtlasti
seda rõõmu maitfema, mis meie meelt ifka täidab, kui meile
mõttertiigist selge ja sääduskorraline olef filma paistab ja meie
waimu walgustab.

Neljanda päätüki kohta tuleb tähendada, et see ruumi armamine on, aga mitte täieline ruumi õpetus. Mitu „juhiti“, mis jääl tarmitatud ülesannete väljarehkendamiseks ilma põhjendamiseta on antud, võid ja ise näitlikul teel seletades tõendada, näituseks: et kolmnurga □=suurus põhijoone ja kõrguse kasvatuse pool on; et neljakandilise tulba kantsuurus leitakse, kui tulba pikkus tema tõise otsa □=suurusega kasvatatakse j. n. e. Tahad ja aga ruumi õpetusega tuttavaks saada, siis muretse enesele üks „geometria“=raamat.

Viienda päätüki kohta ei ole mul muud ütelda, kui et see armuwalla I. poole viimse päätüki jätk on. Kuuendast päätükki on kerge jagu saada. Viimse päätüki ülesannete kallal võid lõpeteks proovida, kui kangeks so armamise-hambad on kaswanud ehk kui kõrge pulga pääl so tõsine rehkenduse osawus seisab.

Kui ja „armuwalla“ õpetuste ja armamistega toime saad; kui ja siis neid armamisi tarmitatud ülesandid rehkendades õigel ajal ja parajas paigas tarvitama õpid; kui ja armude ja armamiste ühist põhjusemõtet ja nende kindlaid säadusi ikka enam ja enam märkama ja ära tundma hakkad: siis saab armuwallas rändamine sulle armsaks ametiks; siis so film selgub ja so mõtlemine harjub selget, kindlat ja õiget rada käima niihäste armuwallas, kui ka mõtteriigis üleüldse.

Tartus, Mai kuul 1879.

J. S.

Sisu.

Lehek.

Esimene peatükk: Alguarvud. Kordlitud arvud ja nende laotamine	1
I. Ettevalmistamine	1
II. Tundemärgid	2
III. Kordliffude arvude laotamine	4
IV. Rahe ehk mitme arvu kõige suurem ühine jagaja	5
V. Rahe ehk mitme arvu kõige väiksem ühine jagataw	6
Teine peatükk: Ruut- ja kant-arvud	8
A. Kstme arvamine. (Ettevalmistamine)	8
B. Ruut-arvu põhja otsimine	10
D. Kant-arvu põhja otsimine	19
Kolmas peatükk: Neljalikme arvamine	24
I. Ettevalmistamine	24
II. Tarvitatud ülesannete rehkendus neljalikme võrdluste waral	27
III. Jätk. Neljalikme võrdluste ühendamine ja tarvitatud ülesannete rehkendus selle waral	32
Neljas peatükk: Ruumi-arvamine	43
A. Pikkuse arvamine: Õige joon; ringjoon	43
B. Pinna ehk ruut-suuruse arvamine	45
I. Ruudid; roop	45
II. Kolmnurgad	50
III. Ringpind; wannipõhi	55
D. Sisu ehk kant-suuruse arvamine	59
I. Kantik; kolme- ja neljakandiline tulp	59
II. Kull'	61
III. Kolme- ja neljakandiline torn ja tõmptorn	63
IV. Ümmargune torn ja tõmptorn	65
V. Kuul	68
Viies peatükk: Võrdlused ruut-arvudega	72
A. Võrdlused selge ruut-arvudega	72
B. Võrdlused segatud ruut-arvudega	76
Kuues peatükk: Järg-arvud	81
A. Sammuwad järjed	81
B. Kordawad järjed	90
Seitse peatükk: Mõnesugused ülesanded	96

Esimene päätiikk.

Algusarwud. Kordlikud arwud ja nende laotamine.

I. Ettevalmistamine.

Seletused.

Arw 5 annab üksnes ta enese ja 1^{be} läbi täieste (ilma murruta) jagada. — Arw 6 annab niisama ta enese ja 1^{be} läbi täieste jagada; aga ka weel 2^{be} läbi; ja ka 3^e läbi.

5 on algusarw; sest ta ei anna (pääle 1^{be} ja ta enese) ei ühegi tõise arwu läbi täieste jagada.

6 on kordlik arw; sest ta on tõise arwu mitmekordne: 2^{be} kolmekordne; ka 3^e kahelikordne.

Sellest selgugu:

Arw 1 jagab (s. o. jaotab ja mõõdab) iga täisarwu täieste. Ka mahub iga täisarw ise-enele sisse täieste.

Arwud, mis üksnes ise-enele ja 1^{be} läbi täieste jagada annawad, on algusarwud.

Arwud, mis pääle ise-enele ja 1^{be} ka weel mõne tõise arwu läbi täieste jagada annawad, on kordlikud arwud.

Ülesanded.

1. Nimeta arwude seas 1—25 a) algusarwud, b) kordlikud arwud!
2. Nimeta nende kordlikkude arwude jagajad!

II. Tundemärgid.

Seletused.

Arw 10 on 5^e kahefordne; sellepärast annab 10 ja annawad ka kõik 10^{ne} mitmekordsed 5^e läbi täieste jagada. — (Kümne mitmekordne jääb igast arwust järele, kui tema üheliste koha pääl seisaw arw ära wõetakse: 2374 on 237kümmed ja 4). — Ühelistest annab üksnes 5 ise 5^e läbi täieste jagada.

Tundemärk: 5^e läbi annab täieste jagada iga arw, mille üheliste koha pääl 0 ehk 5 on.

Arw 10 on 2^{se} wiefordne; seepärast annab 10 ja annawad ka kõik 10^{ne} mitmekordsed 2^{se} läbi täieste jagada.

Tundemärk: 2^{se} läbi annab täieste jagada iga arw, mille üheliste koha pääl 2 ehk 2^{se} mitmekordne (s. o. 4, 6, 8), ehk 0 on.

Arw 100 on 25^e neljafordne; sellepärast annab 100 ja annawad kõik saja mitmekordsed 25^e läbi täieste jagada. Arw 100 on 4^{ia} 25^e fordne; sellepärast annab 100 ja annawad kõik saja mitmekordsed 4^{ia} läbi täieste jagada.

Tundemärk: 25 ja 4 jagawad iga arwu täieste, mille kümmelisi ja ühelisi nad täieste jagawad.

Arw 1000 on 8.125 ehk 125.8; sellest wõib praegu antud seletuste waral mõista, misjuguiseid arwusid 8 ja 125 täieste jagawad.

Seleta nüüd ise, misjuguiseid arwusid 10, 20, 50, 100, 16 ja 625 täieste jagawad!

$$\begin{aligned}
 1737 &= 1000 + 700 + 30 + 7 = (999 + 1) + 7(99 + 1) + 3(9 + 1) + 7 \\
 &= 999 + 1 \\
 &+ 7.99 + 7 \\
 &+ 3.9 + 3 \\
 &\quad + 7
 \end{aligned}$$

18, — on 1737^{me} ristsumma.

Siin lahutati arw 1737 kahte jalku, nii et esimeses jaos 9^{ia} mitmekordsed ja teises jaos arwu ristsumma olemas on.

Kui nüüd arwu ristsumma 9^{ia} läbi jagada annab, siis annab ka see terve arw 9^{ia} läbi jagada. (Sel kombel wõib iga arwu lahutada).

Tundemärk: 9 jagab iga arwu täieste, mille ristsumma ta täieste jagab.

Seft et 9^{ia} mitmekordne ifka ka 3^{me} mitmekordne on, fiis ilmub eesfeiswast näituseft

Tundemärk: 3 jagab iga arwu, mille riftsumma ta jagab.

$$88737 = 8(9999 + 1) + 8(1001 - 1) + 7(99 + 1) + 3(11 - 1) + 7$$

$$= 8 \cdot 9999 + 8$$

$$+ 8 \cdot 1001 - 8$$

$$+ 7 \cdot 99 + 7$$

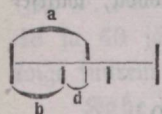
$$+ 3 \cdot 11 - 3 + 7$$

— 11, — on paaris-, + 22, — on liigkohtade riftsumma.

Arw 88737 on 11^{ne} mitmekordsetesse ja oma riftsummasse lahutatud. Seft et riftsumma (8 — 8 + 7 — 3 + 7) 11^{ne} läbi jagada annab, sellepäraft annab ka see terve arw 11^{ne} läbi jagada. Näha on, et nõnda lahutades paariskohtadele alandaja märk (—) ette tuleb. (Paariskohad on 2., 4., 6. koht j. n. e.; liigkohad 1., 3., 5. koht j. n. e.) Sedamööda:

Tundemärk: 11 jagab iga arwu, mille paaris- ja liigkohtade riftsummade wahet ta jagab. (Eesfeiswast näituseft ilmub, et see wahet ka 0 wõib olla).

Arw 234 annab 2^{be} läbi ja ka 3^{me} läbi täieste jagada. Seega on selle arwu pool täisarw; niifama tema kolmandik. Sellepäraft peab ka tema kuwendik täisarw olema; seft niihäste 2, kui 3, seega ka 2×3 ehk 6 on 234^{ia} algus-kaawatawate seas olemas. Ehk:



On joone pool a ja joone kolmandik b täisarwud, fiis

on ka joone kuwendik a — b ehk d täisarw. Sellest ilmub

Tundemärk: 6 jagab iga arwu täieste, mida 2 ja 3 täieste jagawad.

Sellest wõid mõista, misjuguifeid arwufid 12 ja 15 täieste jagawad.

Tundemärgid 7^{me} ja 13^{ne} ja 17^{ne} tarwis on niifugufed, et kergem on, ilma tundemärgi otfimata proowida, kas nimetatud arwud üht antud arwu jagawad wõi mitte.

Ülesanded.

1. Seleta, mispäraft mahuwad täieste: a. 2820^{ne} fise: 2, 4, 3, 6, 5; b. 23067^{me} fise: 3, 9, 11.

2. Misjuguifeid tundemärka awaldawad järgmised arwud: 770; 19404; 10395; 32040?

III. Kordliffude arwude laotamine.

Seletused.

Arw 6 on kordlik arw. Arwud 2 ja 3 on algusarwud. $2 \times 3 = 6$. 2 on kaswataja; 3 on kaswatataw; 6 on kaswatus. Kaswatajale ja kaswatatawale antakse ühiseks nimeks: kaswatawad. (Waata: Arwum. I. Esim. päät.). Kuna 2 ja 3 ühtlasi ka algusarwud ja nende kaswatus 6, siis on nad 6^e alguskaswatawad. $6 = 2 \times 3$.

Igal kordlikul arwul on omad alguskaswatawad. Kordliku arwu laotamiseks nimetame tema alguskaswatawate ülesotfimisist.

$24 = 4 \times 6$. — 4 ja 6 on küll 24^{ia} kaswatawad, nad ei ole aga ise mitte algusarwud, seega ka mitte alguskaswatawad. Tahame nüüd 24^{ia} alguskaswatawaid leida, siis peame 24^{ia} kaswatawaid (4×6) weel laotama, kumbkit oma alguskaswatawatesse: $4 = 2 \cdot 2$; $6 = 2 \cdot 3$; seega: $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

$$180 = 18 \times 10; 18 = 3 \times 6; 6 = 2 \times 3; \text{ seega: } 18 = 3 \cdot 2 \cdot 3.$$

$$10 = 2 \times 5.$$

$$\text{Seega: } 180 = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5.$$

Tähendus. Alguskaswatawad kirjutatagu järgimööda, wäiksemad ette poole, siis järjest suuremad:

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

$$72000 = 72 \cdot 1000; 72 = 8 \cdot 9; 1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10.$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2; 9 = 3 \cdot 3; \text{ seega: } 72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3.$$

$$\text{iga } 10 = 2 \cdot 5; \text{ seega: } 1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5.$$

$$\text{Seega: } 72000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5.$$

Kirjalikult: 180 laotatud.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 180} \\ 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

Juht. Antud kordlikku arwu jaga kõige esite ühe (kõige wäiksema) algusarwuga, millega ta jagada annab — tundemärgid juhatagu! — siis ilmunud jagu jälle ühe sündsja algusarwuga, järgmist jagu jälle j. n. e., kuni wiimne

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

jagu ise üks algusarw on. Etis on kõik jagajad ja wiimne jagu laotatud arwu alguskaswatawad.

Ülesanded.

1. Laota: 1—100 (ja õpi pääst laotama)!
2. Laota: a. 124; b. 645; d. 252; e. 420; g. 132; h. 1848; i. 18480; k. 26136; l. 12750; m. 4389; n. 148225; o. 323323; p. 121000; r. 19798625.

IV. Rahe ehk mitme arvu kõige suurem ühine jagaja.

Seletused.

$$36 = \text{---} \text{---} \text{---} 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \text{---}$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \text{---}$$

$$60 = \text{---} \text{---} \text{---} \underline{2 \cdot 2 \cdot 3} \text{---} 5.$$

2 · 2 · 3 = ühised alguskasvatavad.

Iga alguskasvatav mahub oma arvu fiske, (j. o. selle arvu fiske, kelle alguskasvatav ta on); seega mahub ka iga ühine alguskasvatav ja ka iga ühistest alguskasvatavatest saadud kasvatus antud arvude fiske, (j. o. nende arvude fiske, kelle ühised alguskasvatavad nad on). Alguskasvatavatest 2 · 2 · 3 saame kasvatused: 4, 6, 12, (sest 2 · 2 = 4; 2 · 3 = 6; 2 · 2 · 3 = 12). Seega on armudel 36, 48 ja 60 järgmised ühised jagajad ehk mõõdud: 2, 3, 4, 6, 12, — kõige suurem = 12.

Rahe ehk mitme antud arvu kõige suurem ühine jagaja on nende kõikide ühiste alguskasvatavate kasvatus.

Kirjalikult: Arvudele 56 ja 240 f. j. ü. j. otsida.

$$56|240|4$$

$$\underline{224}$$

$$16|56|3$$

$$\underline{48}$$

$$8|16|2$$

$$\underline{16}$$

Juht. Saga väiksemale arvule suurem, siis ülejäägile väiksem, siis jälle järgmisele ülejäägile eelmiseja jagaja j. n. e., kuni midagi enam üle ei jää. Wiimne jagaja on siis antud arvude kõige suurem ühine jagaja (ehk mõõt). — Kui wiimne jagaja 1 on, siis antud armudel ühist jagajat ei olegi.

Otsitav jagaja eesfeiswas näituses on 8. Sest kui 8^{le} läbi 16 täieste jagada annab, siis annab seda ka 3 · 16 ehk 48; ja ka 48 + 8 ehk 56; — siis ka 4 · 56 ehk 224; ja ka 224 + 16 ehk 240.

Sellest selgub, et 8 nende arvude kõige suurem ühine jagaja on; sest mahuks üks arv, mis 8^{last} suurem, 240^{ne} ja 56^e sisse täieste, siis peaks seesama ka 240 — 4. 56^e ehk 16^{ne} sisse, ja ka 56 — 3. 16^{ne} ehk 8 sisse täieste mahtuma.

Arvudele 240, 56 ja 92 k. j. ü. j. otsida.

Kui kahele esimesele (240 ja 56) k. j. ü. j. leitud (8), siis otsitagu feda 8^{le} ja 92^{le} niisama; siis on viimsest leitud arv (viimne jagaja 4) kõige kolme arvu k. j. ü. j.

Ülesanded.

1. Otsi järgmistele arvudele k. j. ü. j.

a. 8 ja 12; b. 12 ja 16; d. 13 ja 104; e. 84 ja 140;
g. 78 ja 221; h. 371 ja 901; i. 2404 ja 9015; k. 12177
ja 120540.

2. Niisama: a. 180, 360 ja 2100; b. 330, 462, 792;

d. 4994, 7491, 16571; e. 63, 90, 117, 135, 189, 225.

V. Kahe ehk mitme arvu kõige väiksem ühine jagataw.

Seletused.

$$18 = 2 \cdot \text{---} \cdot 3 \cdot 3 \text{---}$$

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot \text{---} \cdot \text{---} \cdot 5$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \text{---}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360 = \text{k. m. ü. j.}$$

Antud arvud laotatakse alguskaswatawatesse; siis wõetakse kõige väiksema ühise jagatawa alguskaswatawateks kõik selle arvu ühejuguised alguskaswatawad, millel niisuguseid kõige rohkem.

Seesfeiswas näütuses on arwul 24 kolm ühejuguist alguskaswatawat (2. 2. 2); arwul 18 on neid kaks (3. 3); arwul 20 üks (5, — sest kahel tõisel ei ole ühtegi viit). Seega on nende kolme arvu kõige väiksema ühise jagatawa alguskaswatawad: 2. 2. 2. 3. 3. 5. Ja nende hulgas on niihäste 18^{ne}, kui ka 20^{ne} ja 24^a alguskaswatawad kõik olemas; seepärast need arvud (18, 20, 24) selle kaswatuise (360) sisse täieste mahuvad. Et ühtegi alguskaswatawat wähem ei wõi olla ja ühtegi rohkem tarwis ei ole, on kerge mõista.

Kirjalikult:	2	18 . 20 . 24	Suht. Jaga antud arvud
	2	9 . 10 . 12	ühie (fõige wäiksema) ühise
	3	9 . 5 . 6	alguskaswatawa läbi; siis jaa-
		3 . 5 . 2	dud jaod niisama edasi, —

kuni wiimastel jagudel ühist alguskaswatawat enam ei ole. Siis on kõikide jagajate ja wiimaste jagude kaswatus antud arvude fõige wäiksem ühine jagatav.

Tähendus 1. Alalik on, et eesjewiswad f. w. ü. j. ottsimise wiisid mõlemad üks ja feesama on, muud kui wiimne on lühem.

Tähendus 2. Kui antud arwudel ühist jagajat ei ole, siis on nende arwude kaswatus nende f. w. ü. j.

Ülesanded.

1. Otsti järgmistele arwudele f. w. ü. j.
 - a. 6, 9, 15; b. 12, 18, 30; d. 20, 35, 12; e. 30, 36, 48; g. 15, 10, 7; h. 9, 12, 18; i. 210, 180, 660; k. 117, 153; l. 7, 5; m. 3, 5, 2; n. 252, 540, 385.
2. Niisama: a. 9, 6, 4, 3, 2; b. 56, 40, 28, 14, 36; d. 25, 40, 50, 70, 35, 80; e. 2, 6, 12, 36, 72, 24, 288; g. 10, 16, 18, 30, 54; h. 3, 7, 10, 12, 15, 18, 20, 21, 30; i. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; k. 65, 72, 22, 40, 28, 12, 19, 21, 7; l. 44, 48, 72, 15, 25, 20, 22, 66, 144.

Tõine püütükk.

Ruut- ja kant-aruud.

A. Astme-aruamine. (Ettevalmistamine).

Seletused.

$$2 \times 8 = 16; 16 \text{ on siin kaskwatus.}$$

$$4 \times 4 = 16; 16 \text{ on ka siin kaskwatus, aga sest et tal üks ja seejama arw (4) kaskforda kaskwatawaks, on ta nelja aste.}$$

$$4 \times 9 = 36; 36 \text{ on siin kaskwatus.}$$

$$6 \times 6 = 36; 36 \text{ on siin } 6^{\text{e}} \text{ aste.}$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8; 8 \text{ on } 2^{\text{be}} \text{ aste.}$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81; 81 \text{ on } 3^{\text{me}} \text{ aste.}$$

Aste on sedamööda üks kaskwatus ehk arw, mis ilmus, kui üks ja seejama arw mituforda kaskwatawaks panti.

Arw, mis mituforda kaskwatawaks on pantud, on astme põhi. Nii on eesjewiswates näitustes arw 4 astme 16^{ne} põhi; 8^{ia} põhi on 2; 81^{be} põhi on 3.

Astme 16^{ne} sees on põhi 4 kaskforda kaskwatawaks; astme 36^{e} sees on põhi 6 niijama kaskforda kaskwatawaks; astme 8 sees on põhi 2 kolmforda, ja astme 81 sees põhi 3 neliforda kaskwatawaks.

Kui nüüd 4^{ia} tõine, 6^{e} tõine, 2^{be} kolmas, 3^{e} neljas aste peab otstama, siis ei kirjutata mitte 4 kaskforda, 2 kolmforda, 3 neliforda kaskwatawaks, waid kirjutatakse kaskwatawale ehk põhjale häädkät ülesse arw, mis näitab, mituforda põhi kaskwatawaks peab pantama. Sedamööda: 4^2 , 6^2 , 2^3 , 3^4 .

Arw, mis näitab, mituforda põhi kaskwatawaks peab pantama, on kordaja. Nii on põhjade 4, 6, 2, 3 juures wäikesed aruud 2^2 , 2^3 , 3^4 kordajad.

Kui üks ja seejama arw (põhi) kaskforda on kaskwatawaks pantud, siis antakse sellest ilmunud kaskwatusale nimeks tõine aste ehk ruut-arw ehk ruut; kolmforda — kolmas aste ehk kant-arw; neliforda — neljas aste; wiisforda — wiies aste j. n. e. Nii

on 16 4^a ruut; 36 on 6^e tõine aste ehk 6^e ruut; 8 on 2^{be} kolmas aste ehk 2^{be} kant=arw; 81 on 3^{me} neljas aste.

Arw, mis kaksforda kawatawaks pannaſe, et selle ruut=arwu wälja rehſendada, on ruut=arwu ehk ruudi põhi; arw, mis 3 forda kawatawaks pannaſe, on kant=arwu põhi.

Ühe arwu mis tahte astme wäljarehſendamist kutjutakse astme=arwamiſeks.

Peab ühe murru aste leitama, ſiis tõstetagu lugeja ja nime-taja nõutud astme pääle, — ja et jeda tähendada, kirjutatakse fordaja lugejale ja nimetajale kõrwale; näitufeſ: $\frac{3^2}{4^2}, \frac{2^3}{3^3}$; ehk murd pannaſe klambrite wahela ja kirjutatakse fordaja häädkät kõrwale; näitufeſ:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2, \left(\frac{2}{3}\right)^3.$$

Seega: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 4} = \frac{9}{16}$.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{8}{27}$$

$$\left(2\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2 \cdot 2} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$$

Ülesanded.

1. Kui suur on iga järgmise arwu tõine aste: 5, 8, 10, 11, 15, 24, 32, 42?
2. Misjuguſed on järgmiste armude ruut=arwud: 6, 9, 12, 25, 36, 48, 64, 125?
3. Misjuguſed on järgmiste põhjade kant=arwud: 4, 7, 11, 12, 18, 21, 27?
4. Kui palju on: 264^2 , 72^3 , 12^4 , 9^5 , 6^6 ?
5. Põhi on 14, fordaja on 3; misjugune on aste?
6. Põhi = a, fordaja 4; aste = ?
7. Kuis tähendatakse lühidelt üles: $a \times a \times a \times a$?
8. 1 *ℓ*. maksab 10 kop; mis maksab 10 *ℓ*? Kuis tuleb ſee ülesanne wäljarehſendamata astme näol üles tähendada?
9. 1 pliats maksab 12 kop,; kui palju maksab 12 toſinat?
10. $(a + b)^2 = ?$ $(m - n)^2 = ?$ $(3p + 4r)^2 = ?$
11. $(12 + 16a)^2 = ?$ $(18a - 15)^2 = ?$ $(a^2 + b^2)^2 = ?$
 $(2p^2 - 3r^2)^2 = ?$

12. $(a + b + d)^2 = ?$ $(m - n + o)^2 = ?$ $(x + y - z)^2 = ?$

13. $(16a - 18b + 20d)^2 = ?$ $(25d + 30g - 17h)^2 = ?$

$(11m - 20 + 6n)^2 = ?$

14. $(a + b)^3 = ?$ $(d - e)^3 = ?$ $(2x + 3y)^3 = ?$

15. $(4s - 5t)^3 = ?$ $(16m - 20n)^3 = ?$

16. $(\frac{1}{2}a^2 + 2b^2)^3 = ?$ $(\frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}y^2)^3 = ?$

17. $(a + b)^4 = ?$ $(2m - 3n)^4 = ?$

18. Arva välja järgmiste murdude ruudid:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}$

19. Kui palju on: $(\frac{2}{3})^2, (\frac{3}{4})^2, (\frac{4}{5})^2, (\frac{5}{6})^2, (\frac{7}{8})^2, (\frac{9}{10})^2$

$(\frac{11}{12})^2$?

20. Arva kahe eesminema ülesande (Nr. 18 ja 19) fees antud murdude kant-arrub välja!

21. Kui palju on $(\frac{2}{3})^4, (\frac{3}{4})^5$?

22. Tõsta järgmised segamurrud tõije astme pääle:

$1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{3}, 3\frac{1}{4}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{3}{4}, 1\frac{5}{6}, 2\frac{7}{8}, 1\frac{2}{9}$!

23. Tõsta kolmanda astme pääle: $1\frac{1}{3}, 1\frac{1}{5}, 2\frac{1}{2}, 1\frac{3}{4}, 4\frac{1}{6}$!

24. $(\frac{a}{b})^2 = ?$ $(\frac{m}{n})^2 = ?$ $(\frac{x}{y})^2 = ?$ $(\frac{p}{r})^3 = ?$ $(\frac{ab}{de})^3 = ?$ $(\frac{2a}{3b})^2 = ?$

$(\frac{4x}{5y})^4 = ?$ $(\frac{x+y}{z+t})^2 = ?$ $(\frac{a-b}{d+e})^2 = ?$

B. Muut-arrvu põhja otsimine.

Seletused.

$1^2 = 1$

$10^2 = 100$

$2^2 = 4$

$20^2 = 400$

$3^2 = 9$

$30^2 = 900$

$4^2 = 16$

$40^2 = 1600$

$5^2 = 25$

$50^2 = 2500$

$6^2 = 36$

$60^2 = 3600$

$7^2 = 49$

$70^2 = 4900$

$8^2 = 64$

$80^2 = 6400$

$9^2 = 81$

$90^2 = 8100$

$100^2 = 10000$

$1000^2 = 1000000$

$900^2 = 810000$

$9000^2 = 81000000$ j. n. e.

Sellest selgub:

Üheliste ruut-armul on 1 ehk 2 nummert;

kümmeliste ruut-armul on 3 ehk 4 nummert;

fajaliste ruut-armul on 5 ehk 6 nummert;

tuhandelite ruut-armul on 7 ehk 8 nummert; j. n. e.

Nõnda mõib täisarvu (põhja) numbrite hulga järele ära määrata, mitu nummert tema ruut-armul, — ja tõisepidi mõib ruut-armu numbrite hulgast mõista, mitme kohaline tema põhi.

Ühe ruut-armu esimene ja teine koht, j. o. üheliised ja kümmeliised, on sedamööda põhja üheliste päralt; kolmas ja neljas koht, j. o. fajaliised ja tuhandeliised, on põhja kümmeliste päralt; viies ja kuues koht, (kümne- tuhandel. ja fajatuhandel.), põhja fajaliste päralt j. n. e.

Selle pääl põhjab ruut-armu klasfidesse jaotamine paarikaupa; näitufeks 2|16|67|84.

Kes nüüd ruut-armu põhja tahab üles otsida, see peab esite teadma, kuidamõisi üks ruut-arm omaist põhjast on ilmunud.

Põhi = 23; siis ruut-arm:

$$23^2 = 23 \times 23$$

$$23 = 20 + 3$$

$$20 \times 20 = 400 = 20^2$$

$$= a + b$$

$$20 \times 3 = 60 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} = 2 \times 20 \times 3$$

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

$$3 \times 20 = 60$$

$$a^2 + ab$$

$$3 \times 3 = 9 = 3^2$$

$$+ ab + b^2$$

$$(20 \cdot 20) + (2 \cdot 20 \cdot 3) + (3 \cdot 3) = 529$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$20^2 + 2(20 \cdot 3) + 3^2$$

$$a^2 + 2(ab) + b^2$$

ab	b ²
a ²	ab

Sellest selgub, et ruut-armu sees, mille põhi kahetkohaline, on kolm kaswatuist:

kümmeliste ruut-arm,

kahetordne kümmeliste ja üheliste kaswatus,

üheliste ruut-arm.

Kui nüüd ruut-armuist 529 tema põhi peab otsitama, siis on selle ruut-armu numbrite (kohtade) hulgast mõista, et tema põhi kahetohaline peab olema.

Sajalistest (5) tuleb põhja kümmelisi, kümmelistest ja ühelistest (29) põhja üheliisi otsida.

Selle tarwis jagatakse antud ruut-arm klasfidesse ja panna talle põhja-märk ette.

Põhja-märk on $\sqrt{}$. Selle märgi lahu kohta ülesse kirjutatakse fordaja, s. o. arv, mis näitab, mitmes põhja aste antud arv on, seega mitmeks ühesuuruseks kasvatavaks antud aste peab laotatama.

Näituseks: $\sqrt[2]{16}$, see tähendab: 16 peab kaheks ühesuuruseks kasvatavaks laotatama. $\sqrt[3]{8}$; $\sqrt[4]{81}$, — tähendab: 8 peab kolmeks, 81 neljaks ühesuuruseks kasvatavaks laotatama.

Kui antud arv üksnes põhja tõine aste ehk ruut-arv on, ja seega temast ruudi põhi peab otsitama, siis jäetakse enamaste fordaja 2 põhja-märgi kohale kirjutamata, ja kirjutatakse üksnes põhja-märk; näituseks $\sqrt[2]{16}$ asemel: $\sqrt{16}$.

Seega: $\sqrt{5|29} = ?$

Runa iga kolme- ehk neljakohaline ruut-arv kolmest kasvatusest kokku pantud on, siis peab siin kõige esite 500 seest põhi otsitama; see on 20; sest $20 \times 20 = 400$. Ülejäädava 129 sees on nüüd veel kahe-fordne kümneliste ja üheliste kasvatus ja ka veel üheliste tõine aste. Sest et meil ühelised, kui tõine kasvatav, alles tundmata, siis leiame nad, kui tuttava kasvatava — $2 \times 20 = 40$ — 129 sisse mahutame; see annab: $2 \cdot 20 | 129 = 3$.

$\frac{120}{9}$ Üle jäänud 9 on põhja üheliste ruut-
9 arv.

Suht: $a^2 + 2ab + b^2$

Sedamööda: $\sqrt{5|29} = 20 = a$

$a^2 = 20^2 = 400$ $3 = b$

$2 \cdot a = 2 \cdot 20 = 40 | 129$

$2 \cdot (ab) = 2 \cdot 20 \cdot 3 = 120$

9

$b^2 = 3^2 = 9$

$\sqrt{39|69} = 60 = a$

$a^2 = 60^2 = 3600$ $3 = b$

$2a = 2 \cdot 60 = 120 | 369$

$2ab = 2 \cdot 60 \cdot 3 = 360$

9

$b^2 = 3^2 = 9$

(Rehkenda selkombel järeleisivatest ülesannetest Nr. 1.)

Lühemalt:

$$\begin{array}{r} \sqrt{5|29} = 23 \\ 2^2 = 4 \\ 2 \cdot 2 = 4|12 \\ 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 \\ \hline 9 \\ 3^2 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{39|69} = 63 \\ 6^2 = 36 \\ 2 \cdot 6 = 12|36 \\ 2 \cdot 6 \cdot 3 = 36 \\ \hline 9 \\ 3^2 = 9 \end{array}$$

(Rehkenda jekombel ülesannetest Nr. 2 ja 3.)

Seljalmal kombel mõib ka ruut=arwudest, mis kümnendik=murrud, põhja otsida. Seest:

$42^2 = 1764$	Põhjaist 42 ilmub ifka ruut=arw 1764, seega
$4,2^2 = 17,64$	peab jellest ruut=arwust ka ifka põhi 42 ilmuma;
$0,42^2 = 0,1764$	muud kui kohtade pääle tuleb waadata.
$0,042^2 = 0,001764$	

Sellest näitusest paistab kohe filma, et ühekohalise kümnendik=murru ruut=arw ifka kahekohaline, kahekohalise kümnendik=murru ruut=arw ifka neljakohaline j. n. e.

(Rehkenda ülesanded 4, 5 ja 6.)

Kui harilikku murru seest põhi peab otsitama, siis otsitagu see lugeja ja ka nimetaja seest.

Näituseks: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$; seega $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$.

(Rehkenda ülesanded 7, 8 ja 9.)

Kui ruut=arw wiite-, kuue=kohaline ehk suurem on, siis rehkenda-takse niisama, kui kolme- ja neljakohaliste ruut=arwudega, sest iga arwu, millest ruut=arw on saadud, mõib kahejaoliseks pidada, — kümnelisteks ja ühelisteks; näituseks: $345 = 34$ kümn. + 5 ühel.

Arutamine: 345^2

$$a^2 = \begin{cases} a^2 = 3 \cdot 3 = 9 \\ 2ab = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \\ b^2 = 4 \cdot 4 = 16 \\ 2ab = 2 \cdot 34 \cdot 5 = 340 \\ b^2 = 5 \cdot 5 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{1190|25} = \overset{ab}{345} \\ \underline{a^2 = 3^2 = 9} \\ 2a = 2 \cdot 3 = 6|29 \\ \underline{2ab = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24} \\ 50 \\ \underline{b^2 = 16} \\ 2a = 2 \cdot 34 = 68|342 \\ \underline{2ab = 2 \cdot 34 \cdot 5 = 340} \end{array}$$

Siin arva esite üksnes $\sqrt{1190}$; jellest tuleb põhi 34; see 34 pea viimelis-
tets = a, ja otsti nüüd
jälle ühelised = b.

$$\begin{array}{r} \underline{25} \\ b^2 = 25 \end{array}$$

(Rehkenda ülesanded 10—15.)

Kui põhja sees null ette tuleb, siis tõmmatagu kõik numbrid
funi järgmisest klassist eemalejega maha; näituseks:

$$\begin{array}{r} \sqrt{412|09} = 203 \\ \underline{2^2 = 4} \\ 2 \cdot 20 = 40|120 \\ \underline{2 \cdot 20 \cdot 3 = 120} \\ 9 \\ \underline{3^2 = 9} \end{array}$$

(Rehkenda ülesanded 16—19.)

Näitus, kus põhi neljakohaline:

$$\begin{array}{r} \sqrt{2232|56|25} = \overset{a}{ab} \overset{b}{b} \\ \underline{a^2 = 16} \\ 63 \\ \underline{2ab = 56} \\ 72 \\ \underline{b^2 = 49} \\ 235 \\ \underline{2ab = 188} \\ 476 \\ \underline{b^2 = 4} \\ 4722 \\ \underline{2ab = 4720} \\ 25 \\ \underline{b^2 = 25} \end{array}$$

(Rehkenda ülesanded 20—25.)

Wähe armusid on täieste ruut-armud. Sagedaste jäeb põhja wälja rehkendates lõpeks ifka weel natufene üle. Niisugusel korral on leitud põhja ruut ülejäägiga kofku antud ruut-armu suurune, ja niisugust murdu ei ole wõimalik leida, mis leitud põhjaga (täisarwuga) ühtlasi antud ruut-armu täieste wälja annaks.

Näitufeis ruut-armu 3^{me} põhi.

Siiski wõib künmendif-mur-
hude abiga otsitawa põhja tõfise
juurufele nii palju lähineda, kui
tahetakse.

Seis pantagu ruut-armule
nii mitu paari nullifid otfa, kui
mitu künmendif-murru kofhta
põhjasse tahetakse jaada. —
Wida enam künmendif-murru-
kofhte, jeda lähemale jaadakse
niisuguse armu hinnale.

$$\begin{array}{r} \sqrt{3,00\,00\,00} = 1,732 \dots \\ 1 \\ \hline 20 \\ 14 \\ \hline 60 \\ 49 \\ \hline 110 \\ 102 \\ \hline 80 \\ 9 \\ \hline 710 \\ 692 \\ \hline 180 \\ 4 \end{array}$$

176 j. n. e.

- Põhi = 1; ruut = 1; feega puudub kolmest weel 2;
 " = 1,7; " = 2,89; " " " kõiges 0,11;
 " = 1,73; " = 2,9929; " " " " 0,0071;
 " = 1,732; " = 2,999824; " " " " 0,000176.

Niisama on harilikka murdufid wähe, mille lugejast ja nimetajast ruudi-põhja täieste wõib leida. Siis muudetagu harilik-murd künmendif-murruks ja otsitagu ruudi-põhi.

Niisama tehtagu sega-murdudega.

Näitufeis: $\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{0,375}$. Kuna fiin kõiges 3 murrukofhta, siis peab weel üks null otfa pantama, ja siis nii mitu paari nullifid, kui tahetakse.

(Rehkenda ülesanded 26—28.)

Kui kaks ehk mitu kaswatawat, mille kaswatufe põhja tahetakse otsida, antud on, siis otsitagu iga üfifitu kaswatawa põhi ja kaswa-
tatagu siis leitud armud; näitufeis: $\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{4 \times 25} = 2 \times 5 = 10$; seft $4 \times 25 = 100$ ja $\sqrt{100} = 10$.

(Rehkenda ülesanded 32—36.)

Mõned ruut-armud, mille põhi täieste leida ei anna, annavad täheks kasvatatavaks laotada, millest teisel täisarv põhjaks. Siis otfi-tagu selle põhi, kirjutatagu see põhjamärgi ette ja teine kasvatam järele; näituseks:

$$\sqrt{75} = \sqrt{(25 \times 3)} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5 \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}.$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{(16 \times 3)} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$$

(Rehkenda selkombel ülesanne 37.)

Ülesannetest tähtedega tuleb ruudi-põhja selkomal kombel otsida, nagu ülesannetest päris-armudega.

Näituseks: $\sqrt{(a^2 + 2ab + b^2)} = a + b$

$$a^2 = a^2$$

$$2 \times a = 2a \quad + \quad 2ab + b^2$$

$$2a \times b = 2ab$$

$$+ b^2$$

$$b^2 = b^2$$

$$\sqrt{(36x^2 - 120xy + 100y^2)} = 6x - 10y$$

$$(6x)^2 = 36x^2$$

$$2 \cdot 6x = 12x \quad - \quad 120xy + 100y^2$$

$$2 \cdot 6x \times -10y = -120xy$$

$$+ 100y^2$$

$$- (10y)^2 = -100y^2$$

(Rehkenda ülesanded 38—50.)

Ülesanded.

1. $\sqrt{676} = ? \quad \sqrt{1156} = ? \quad \sqrt{2304} = ? \quad \sqrt{289} = ? \quad \sqrt{3025} = ?$
 $\sqrt{6241} = ?$

2. $\sqrt{6889} = ? \quad \sqrt{4489} = ? \quad \sqrt{8281} = ? \quad \sqrt{169} = ? \quad \sqrt{1296} = ?$

3. $\sqrt{2209} = ? \quad \sqrt{2704} = ? \quad \sqrt{3721} = ? \quad \sqrt{5625} = ? \quad \sqrt{6724} = ?$

4. $\sqrt{1,96} = ? \quad \sqrt{7,84} = ? \quad \sqrt{92,16} = ? \quad \sqrt{14,44} = ?$

5. $\sqrt{0,0256} = ? \quad \sqrt{0,2116} = ? \quad \sqrt{0,0324} = ? \quad \sqrt{0,4761} = ?$

6. $\sqrt{0,001156} = ? \quad \sqrt{0,002304} = ?$

7. $\sqrt{\frac{25}{81}} = ? \quad \sqrt{\frac{1}{4}} = ? \quad \sqrt{\frac{4}{9}} = ? \quad \sqrt{\frac{36}{49}} = ? \quad \sqrt{\frac{1}{16}} = ?$

$\sqrt{\frac{4}{25}} = ? \quad \sqrt{\frac{9}{25}} = ?$

8. $\sqrt{\frac{576}{729}} = ? \sqrt{\frac{1024}{1849}} = ? \sqrt{\frac{5329}{7225}} = ?$
9. $\sqrt{5\frac{1}{16}} = ? \sqrt{2\frac{14}{25}} = ?$
10. $\sqrt{16129} = ? \sqrt{133225} = ? \sqrt{321489} = ? \sqrt{529984} = ?$
11. $\sqrt{868624} = ? \sqrt{64516} = ? \sqrt{190096} = ? \sqrt{466489} = ?$
12. $\sqrt{758641} = ? \sqrt{15376} = ?$
13. $\sqrt{479,61} = ? \sqrt{1030,41} = ? \sqrt{216225} = ? \sqrt{35,5216} = ?$
14. $\sqrt{0,386884} = ?$
15. $\sqrt{\frac{49284}{308025}} = ? \sqrt{\frac{660969}{898704}} = ?$
16. $\sqrt{164025} = ? \sqrt{368449} = ? \sqrt{654481} = ?$
17. $\sqrt{8118,01} = ? \sqrt{4,2436} = ? \sqrt{0,094864} = ?$
18. $\sqrt{\frac{254016}{501264}} = ?$
19. $\sqrt{14400} = ? \sqrt{211600} = ? \sqrt{532900} = ?$
20. $\sqrt{2166784} = ? \sqrt{52678564} = ? \sqrt{6671889} = ?$
 $\sqrt{34058896} = ? \sqrt{70040161} = ? \sqrt{13623481} = ?$
21. $\sqrt{1071225} = ? \sqrt{9345249} = ?$
22. $\sqrt{5788836} = ? \sqrt{21233664} = ?$
23. $\sqrt{12744900} = ? \sqrt{25070049} = ? \sqrt{49126081} = ?$
24. $\sqrt{4780,3396} = ? \sqrt{83,667609} = ?$
25. $\sqrt{593604496} = ? \sqrt{3628134756} = ?$
26. $\sqrt{7} = ? \sqrt{10} = ? \sqrt{12} = ? \sqrt{26} = ? \sqrt{38} = ? \sqrt{124} = ?$
27. $\sqrt{3,32} = ? \sqrt{4,21} = ? \sqrt{5,28} = ? \sqrt{1,2} = ? \sqrt{2,9} = ?$
28. $\sqrt{\frac{2}{3}} = ? \sqrt{\frac{5}{6}} = ? \sqrt{\frac{7}{8}} = ? \sqrt{1\frac{1}{2}} = ? \sqrt{4\frac{3}{5}} = ?$
29. Beremehel oli wiljapuu-aid, nii piff, kui lai, ja 729 \square -küünart juur; mitu sülda oli kraaw piff, mis ta aiale ümberringi kaewis?
30. Midniš istutas oma aida, mis ühe piffune ja laiune, 103684 noort puud — rendikaupa, kõik rendid ja puud tõinetoijest ühefaugese; mitu puud tuli igasfe renti?

31. Koolmeistril oli wiljapuu-aid 49,005 küünart piff, 12,5 küünart lai. Ta tahab selle ümber muuta aiaks, mis niisama lai kui piff ja endisega just ühesuurune; kui pikaks peab ta ühe külje tegema?

32. $\sqrt{9 \times 16} = ?$ $\sqrt{25 \times 36} = ?$ $\sqrt{49 \times 4} = ?$
 $\sqrt{81 \times 64} = ?$

33. $\sqrt{121 \cdot 144} = ?$ $\sqrt{100 \cdot 400} = ?$ $\sqrt{256 \cdot 64} = ?$

34. $\sqrt{729 \cdot 169} = ?$ $\sqrt{784 \cdot 2116} = ?$ $\sqrt{1849 \cdot 4761} = ?$

35. $\sqrt{4 \cdot 9 \cdot 16} = ?$ $\sqrt{9 \cdot 16 \cdot 25} = ?$

36. $\sqrt{16 \cdot 25 \cdot 36} = ?$ $\sqrt{144 \cdot 100 \cdot 1156} = ?$

37. $\sqrt{72} = ?$ $\sqrt{80} = ?$ $\sqrt{98} = ?$ $\sqrt{180} = ?$ $\sqrt{192} = ?$

38. $\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = ?$ $\sqrt{x^2 + 2xy + y^2} = ?$

39. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = ?$ $\sqrt{d^2 + 6dx + 9x^2} = ?$

40. $\sqrt{9m^2 - 30mn + 25n^2} = ?$

41. $\sqrt{16a^2 + 64ab + 64b^2} = ?$ $\sqrt{49m^2 + 154mn + 121n^2} = ?$

42. $\sqrt{144p^2 - 360pr + 225r^2} = ?$ $\sqrt{\left(\frac{1}{4}r^2 + \frac{1}{3}rt + \frac{1}{9}t^2\right)} = ?$

43. $\sqrt{\left(\frac{4}{9}a^2 + ab + \frac{9}{16}b^2\right)} = ?$ $\sqrt{\left(\frac{25}{36}x^2 + 1\frac{1}{24}xy + \frac{25}{64}y^2\right)} = ?$

44. $\sqrt{2\frac{1}{4}s^2 - 8sw + 7\frac{1}{9}w^2} = ?$

45. $\sqrt{m^2 + 2mn + 2mo + n^2 + 2no + o^2} = ?$

46. $\sqrt{9a^2 + 24ab + 30ad + 16b^2 + 40bd + 25d^2} = ?$

47. $\sqrt{\left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}xy - \frac{3}{4}xz + \frac{4}{9}y^2 - yz + \frac{9}{16}z^2\right)} = ?$

48. $\sqrt{6\frac{1}{4}r^2 - 16\frac{1}{3}rs - 6\frac{1}{4}rt + 11\frac{1}{9}s^2 + 8\frac{1}{3}st + 1\frac{9}{16}t^2} = ?$

49. $\sqrt{9a^2 + 24a + 1b} = ?$ $\sqrt{256 - 256x + 64x^2} = ?$

50. $\sqrt{9a^2 - 24ab + 30a + 16b^2 - 40b + 25} = ?$

D. Kant-armu põhja otsimine.

Seletused.

$$1^3 = 1 \qquad 10^3 = 1000$$

$$2^3 = 8 \qquad 20^3 = 8000$$

$$3^3 = 27 \qquad 30^3 = 27000$$

$$4^3 = 64 \qquad 40^3 = 64000$$

$$5^3 = 125 \qquad 50^3 = 125000$$

$$6^3 = 216 \qquad 60^3 = 216000$$

$$7^3 = 343 \qquad 70^3 = 343000$$

$$8^3 = 512 \qquad 80^3 = 512000$$

$$9^3 = 729 \qquad 90^3 = 729000$$

$$100^3 = 1000000 \qquad 1000^3 = 1000000000$$

$$900^3 = 729000000 \qquad 9000^3 = 729000000000 \text{ j. n. e.}$$

Üheliiste kant-armul on 1 ehk 2 ehk 3 nummert;

kümneliste kant-armul on 4 ehk 5 ehk 6 nummert;

sajaliste kant-armul on 7 ehk 8 ehk 9 nummert;

tuhandeliiste kant-armul on 10 ehk 11 ehk 12 nummert j. n. e.

Nõnda võib täisarvu (põhja) numbrit hulgale järele ära määrata, mitu nummert tema kant-armul võib olla, ja tõisepidi võib kant-armu numbrit hulgast mõista, mitme kohaline tema põhi. Ühe kant-armu 1., 2. ja 3. koht, s. o. üheliised, kümneliised ja sajaliised, on põhja üheliiste päralt; 4., 5. ja 6. koht, s. o. tuhandel., kt. ja st., on põhjakümneliste päralt j. n. e.

Selle pääl põhjab kant-armu klassidesse jaotamine kolmekaupa;

$$\text{näituseks } \sqrt[3]{79|654|327}.$$

Kes ühest kant-armust tema põhja tahab välja rehkendada, see peab esite teadma, kuis üks kant-armu oma põhjast on saadud.

$$\text{Näituseks: } 14^3 = 14 \times 14 \times 14 = (10 + 4)(10 + 4)(10 + 4). \\ = (a + b)(a + b)(a + b).$$

$$14 \times 14 = 10^2 + 10 \cdot 4 + 4 \cdot 10 + 4^2$$

$$\frac{14 \times (10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 4 + 4^2)}{= 10^3 + 2 \cdot 10^2 \cdot 4 + 10 \cdot 4^2}$$

$$10^3 \cdot 4 + 2 \cdot 10 \cdot 4^2 + 4^3$$

$$\frac{10^3 + 3 \cdot 10^2 \cdot 4 + 3 \cdot 10 \cdot 4^2 + 4^3}{= 1000 + 1200 + 480 + 64 = 2744.}$$

$$\begin{aligned} & (a + b)(a + b) \\ & = a^2 + ab \\ & \quad + ab + b^2 \\ & \hline & (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) \\ & = a^3 + 2a^2b + ab^2 \\ & \quad + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ & \hline & a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{aligned}$$

Sellest selgub, et kahetahaliise põhja kant-armu sees on neli kaswatus: kümneliste kant-arm (a^3); kolmekordne kümneliste ruudi ja üheliste kaswatus ($3a^2b$); kolmekordne kümneliste ja üheliste ruudi kaswatus ($3ab^2$); üheliste kant-arm (b^3).

Kui nüüd $\sqrt[3]{2744}$ peab rehkendatama, siis peawad need 4 tüffi jelle armu sees leida olema.

Juht: $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Sedamööda: $\sqrt[3]{2744} = 10 + 4$
 $a^3 = 10^3 = 1000$ $a + b$

$3a^2 = 3 \cdot 10^2 = 300|1744$

$3a^2b = 3 \cdot 10^2 \cdot 4 = 1200$

(300|1744 = mitte 5 korda, sest niipalju peab üle jääma, et $3 \cdot 10 \cdot 4^2$

$3ab^2 = 3 \cdot 10 \cdot 4^2 = 480$

ja ka 4^3 veel jenna sisse mahuks.)

64

$b^3 = 4^3 = 64$

(Rehkenda jalkombel ülesanne 1.)

Lühemalt:

$\sqrt[3]{2744} = 14$
 $a^3 = 1$

$3a^2 = 3|17$

$3a^2b = 12$

54

$3ab^2 = 48$

64

$b^3 = 64$

(Rehkenda jalkombel ülesanne 2.)

Kümnendit=murdudest otsitakse jelsamal kombel põhi. Põhjust
 $14^3 = 2744$; 14 ilmub ikka kant-arm 2744; seega peab
 $1,4^3 = 2,744$; ka tõiejepidi kant-armust 2744 põhi 14 ilmuma.
 $0,14^3 = 0,002744$;
 $0,014^3 = 0,000002744$.

Ühekohalise kümnendit=murru kant-arm on ikka kolmekohaline,
 kahekohalise " " " " " kuuekohaline,
 kolmekohalise " " " " " 9 kohaline j. n. e.

Peab nüüd kümnendit=murrulisejt kant-armust põhi otsitama, siis
 peab talle enne — kui tal mitte 3, 6 ehk 9 murrukohta ei ole —
 niipalju nullisid otja pantama, et ta 3^{me}, 6^e ehk 9^{la} kohalisteks saab.
 (Rehkenda ülesanne 3.)

Harilikudest murdudest:
$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$

(Rehkenda ülesanne 4.)

Kuna iga armu, millest
 kant-arm on sünnitatud, kahe-
 jaoliseks (kümmelised ja ühe-
 lised) võib pidada, näituseks:
 $243 = 24$ kümmelisi + 3
 ühelisi, — siis otsitakse 7^{me}
 kohalistest ja juurematest kant-
 armudest põhi niisama kui
 4^{1a} — 6^e kohalistest kant-
 armudest.

Näituseks:
$$\sqrt[3]{14|348|907} = \frac{ab}{a^3} = \frac{243}{63}$$

$3a^2b = 48$
 154
 $3ab^2 = 96$
 588
 $b^3 = 64$
 5249
 $3a^2b = 5184$
 650
 $3ab^2 = 648$
 27
 $b^3 = 27$

(Rehkenda kõrmalseiswanäi-
 tuse järele ülesanne 5.)

Tuleb põhja sees null ette, siis tõmmatagu kõik numbrid järg-
 mise klassini ja jäält ka veel esimene maha; (vaata ruudi=põhja otsi-
 mise juurest järke.)

(Rehkenda ülesanne 6.)

Sagedaste jääb kant-armu põhja otsides ülejääk. Põhja tõijele
 juurusele võib aga kui tahte palju lähineda, kui ülejäägile niimitu

korda kolm nulli otja lisatakse, kui mitu murrukohta põhjasse jaada tahetakse; (nii kui ruut-arvu-põhja otsimise juures).

(Rehkenda ülesanne 7.)

Runa harilikka murde vähe on, mille lugejast ja nimetajast põhi täieste leitakse, siis muudetagu murd enne kümnendit-murruks.

(Rehkenda ülesanne 8.)

Ülesannetest tähtedega otsitakse kant-arvu põhi jelsamal kombel, nagu ülesannetest päris-arvudega. Näituseks:

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{(8a^3 + 48a^2b + 96ab^2 + 64b^3)} = 2a + 4b \\ (2a)^3 = 8a^3 \\ \hline + 48a^2b + 96ab^2 + 64b^3 \\ 3 \cdot (2a)^2 \cdot 4b = 48a^2b \\ \hline + 96ab^2 + 64b^3 \\ 3 \cdot 2a \cdot (4b)^2 = 96ab^2 \\ \hline + 64b^3 \\ (4b)^3 = 64b^3 \end{array}$$

(Rehkenda ülesanne 10.)

Ülesanded.

1. a. $\sqrt[3]{1728} = ?$ b. $\sqrt[3]{39304} = ?$ d. $\sqrt[3]{175616} = ?$

e. $\sqrt[3]{474552} = ?$ g. $\sqrt[3]{753571} = ?$ h. $\sqrt[3]{2197} = ?$

2. a. $\sqrt[3]{185193} = ?$ b. $\sqrt[3]{778688} = ?$ d. $\sqrt[3]{13824} = ?$

e. $\sqrt[3]{12167} = ?$ g. $\sqrt[3]{262144} = ?$ h. $\sqrt[3]{405224} = ?$

i. $\sqrt[3]{804357} = ?$ k. $\sqrt[3]{884736} = ?$ l. $\sqrt[3]{74088} = ?$

m. $\sqrt[3]{389017} = ?$ n. $\sqrt[3]{493039} = ?$ o. $\sqrt[3]{681472} = ?$

3. a. $\sqrt[3]{314,432} = ?$ b. $\sqrt[3]{3,375} = ?$ d. $\sqrt[3]{0,019683} = ?$

e. $\sqrt[3]{0,000157464} = ?$

4. a. $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = ?$ b. $\sqrt[3]{\frac{216}{512}} = ?$ d. $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = ?$ e. $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = ?$

g. $\sqrt[3]{\frac{1}{343}} = ?$ h. $\sqrt[3]{\frac{46656}{110592}} = ?$ i. $\sqrt[3]{\frac{250047}{373248}} = ?$

k. $\sqrt[3]{3^3/8} = ?$ l. $\sqrt[3]{2^{93}/125} = ?$ m. $\sqrt[3]{1^{218}/125} = ?$

5. a. $\sqrt[3]{100544625} = ?$ b. $\sqrt[3]{324242703} = ?$

d. $\sqrt[3]{707732288} = ?$ e. $\sqrt[3]{11239424} = ?$

g. $\sqrt[3]{142236,648} = ?$ h. $\sqrt[3]{253,636137} = ?$

6. a. $\sqrt[3]{27543608} = ?$ b. $\sqrt[3]{517781627} = ?$ d. $\sqrt[3]{65939,264} = ?$

e. $\sqrt[3]{0,741217625} = ?$ g. $\sqrt[3]{2379270375} = ?$

7. a. $\sqrt[3]{17} = ?$ b. $\sqrt[3]{65} = ?$ d. $\sqrt[3]{378} = ?$ e. $\sqrt[3]{7890} = ?$

8. a. $\sqrt[3]{\frac{5}{6}} = ?$ b. $\sqrt[3]{\frac{3}{11}} = ?$ d. $\sqrt[3]{4\frac{1}{2}} = ?$

9. Kivivabrikus oli hulk põrmandu prügimise kiva tehtud, mis neljafandilised ja igapidi $\frac{1}{2}$ jalga laiad. Neid oli niipalju, et neist üks hunik oleks wõinud saada, mis 15252992 kant-jalga juur. Mitu kivi oleks meister igasse renti pidanud laduda lastma, et hunik pifuti, kõrguti ja laiuti ühemääriline oleks saanud. Mis oleks selle kivi huniku ära wõetamine maksma tulnud, kui tuhande woe eest 1 rbl. oleks maksetud?

10. a. $\sqrt[3]{(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)} = ?$

b. $\sqrt[3]{(8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3)} = ?$

d. $\sqrt[3]{(1728p^3 - 6840p^2r + 8100pr^2 - 3375r^3)} = ?$

e. $\sqrt[3]{(64a^3 - 240a^2b + 300ab^2 - 125b^3)} = ?$

g. $\sqrt[3]{(125x^3 + 450x^2y + 540xy^2 + 216y^3)} = ?$

h. $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}m^3 - m^2n + \frac{1}{8}mn^2 - \frac{27}{64}n^3\right)} = ?$

i. $\sqrt[3]{(343x^3 + 735x^2 + 525x + 125)} = ?$

k. $\sqrt[3]{(a^3 + 3a^2b + 3a^2d + 3ab^2 + 6abd + 3ad^2 + b^3 + 3b^2d + 3bd^2 + d^3)} = ?$

Kolmas päättükk.

Neljaliikme arwamine.

I. Ettevalmistamine.

Seletused.

6 : 2 = 3. — Arw 6 = jagatav; 2 = jagaja; 3 = jagu. Jagu ilmub jagades, s. o. siis, kui jagatav nii mitmeks ühesuuruseks jaoks tehakse, kui jagaja näitab. Jagamine on ühtlasi ka mõõtmine, sest jagu näitab, mitukorda jagatav jagaja suurune on. Jagu 3 näitab, et jagatav 6 on 3 korda nii suur, kui 2.

Jagatav ja jagaja kõrwu jagamise märgiga on jagamus.

6 : 2 on jagamus. Jagatav ja jagaja on jagamuse liikmed: 6 = esimene ehk eesliige; 2 = tõine ehk tagaliige.

Kaks jagamust on ühetaolised, kui nende ja od ühesuurused on. 6 : 2 ja 21 : 7 on ühetaolised jagamused, sest kummagi jagu on 3.

Kui kaks ühetaolist jagamust sõrdluse märgi läbi ühendatakse, siis ilmub neljaliikme sõrdlus.

Näituseks: 6 : 2 = 21 : 7 a : b = d : e

Loe: 6 kahe wastu on nagu 21 seitsme wastu.

Arwud 6, 2, 21, 7, (a, b, d, e) on esimene, tõine, kolmas, neljas liige. Esimene ja neljas liige (6 ja 7) on wälimised liikmed; tõine ja kolmas liige (2 ja 21) on sisemised liikmed. Esimene ja kolmas liige (6 ja 21) on eesliikmed; tõine ja neljas liige (2 ja 7) on tagaliikmed.

6 : 2 = 21 : 7 a : b = d : e

seega: $\frac{6}{2} = \frac{21}{7}$ $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$

Kaswata kumbküt külge päänimetajaga 2 . 7, (be), siis:

$\frac{6 \cdot 2 \cdot 7}{2} = \frac{21 \cdot 2 \cdot 7}{7}$ $\frac{abe}{b} = \frac{dbe}{e}$

Lühenda: $\frac{6 \cdot 2 \cdot 7}{2} = \frac{21 \cdot 2 \cdot 7}{7}$ $\frac{abe}{b} = \frac{dbe}{e}$

annab 6 . 7 = 21 . 2 ae = db.

Õpetus. Igas neljaliikme võrdluses on välimiste liigete kasvatus sisetiste liigete kasvatuslega ühesuurune.

On ühes neljaliikme võrdluses teine sisetine liige tundmata, siis leitakse see, kui välimiste liigete kasvatus tuttava sisetise liikme läbi jagatakse; tundmata välimine liige leitakse, kui sisetiste liigete kasvatus tuttava välimise liikme läbi jagatakse. Näituseks:

$$1) \quad 6 : 2 = x : 7 \qquad a : b = x : e$$

$$x = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$$

$$x = \frac{ae}{b}$$

$$2) \quad 6 : 2 = 21 : x \qquad a : b = d : x$$

$$x = \frac{2 \cdot 21}{6} = 7$$

$$x = \frac{bd}{a}$$

Selle pääl põhjab kolmeliikme arvamine (regel=de=tri.)

On ühes neljaliikme võrdluses sisetised liikmed ühesuurused, siis antakse neile nimeks: keskliige. On keskliige tundmata, siis leitakse see, kui välimiste liigete kasvatuselt ruudi põhi otsitakse. (Vaata: 2. päätükk, B.) Näituseks:

$$12 : x = x : 3$$

$$a : x = x : b$$

$$x = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$$

$$x = \sqrt{ab}$$

Ühest neljaliikme võrdlusest saadakse jagamuiste ja sisetiste ning välimiste liigete ümbervahetamise läbi 7 uut võrdlust. Näituseks:

$$6 : 2 = 21 : 7$$

$$a : b = d : e$$

$$6 : 21 = 2 : 7$$

$$a : d = b : e$$

$$2 : 6 = 7 : 21$$

$$b : a = e : d$$

$$2 : 7 = 6 : 21$$

$$b : e = a : d$$

$$21 : 6 = 7 : 2$$

$$d : b = e : a$$

$$21 : 7 = 6 : 2$$

$$d : e = a : b$$

$$7 : 2 = 21 : 6$$

$$e : b = d : a$$

$$7 : 21 = 2 : 6$$

$$e : d = b : a$$

Neljaliikme võrdlus jääb õigeks, kui terwet võrdlust ehk mõist jagamuist ehk ees- ehk tagaliikmid ühe ja sellejama arvuga kasvata- takse ehk jagatakse. Näituseks:

$$6 : 2 = 21 : 7$$

$$a : b = d : e$$

$$18 : 6 = 63 : 21$$

$$ma : mb = md : me$$

$$2 : \frac{2}{3} = 7 : 2\frac{1}{3}$$

$$\frac{a}{m} : \frac{b}{m} = \frac{d}{m} : \frac{e}{m}$$

$$18 : 6 = 21 : 7 \qquad ma : mb = d : e$$

$$2 : \frac{2}{3} = 21 : 7 \qquad \frac{a}{m} : \frac{b}{m} = d : e$$

$$18 : 2 = 63 : 7 \qquad ma : b = md : e$$

$$2 : 2 = 7 : 7 \qquad \frac{a}{m} : b = \frac{d}{m} : e$$

$$6 : 6 = 21 : 21 \qquad a : mb = d : me$$

$$6 : \frac{2}{3} = 21 : 2\frac{1}{3} \text{ j. n. e.} \qquad a : \frac{b}{m} = d : \frac{e}{m} \text{ j. n. e.}$$

On kahes neljaliikme võrdluses esimesed (viimised) jagamused võinudõisega ühesuurused, siis ka viimised (esimesed). Näituseks:

$$6 : 2 = 21 : 7 \qquad a : b = d : e$$

$$6 : 2 = 15 : 5 \qquad a : b = g : h$$

$$\text{Seega } 21 : 7 = 15 : 5 \qquad d : e = g : h$$

Ülesanded.

1. Dtsi järgmiste neljaliikme võrdluste tundmata liige (x):

a. $6 : 3 = 8 : x$; b. $100 : 5 = 160 : x$; d. $8 : \frac{2}{3} = 60 : x$;

e. $5 : x = 10 : 7$; g. $4 : x = 5 : 6$; h. $7 : x = 12 : 36$;

i. $5 : \frac{4}{7} = 49 : x$; k. $37 : 8 = \frac{74}{81} : x$; l. $4\frac{1}{4} : 5\frac{1}{2} = 16 : x$;

m. $\frac{15}{17} : 18 = \frac{45}{49} : x$; n. $\frac{11}{12} : \frac{2}{3} = \frac{14}{15} : x$;

o. $67\frac{1}{2} : 16\frac{2}{3} = 19\frac{3}{8} : x$; p. $2,53 : 1,956 = 17,03 : x$;

r. $168 : x = 0,65625 : 0,0625$; s. $3 : \frac{2}{3} = \frac{x}{4} : 2$;

t. $3,2 : 0,5 = \frac{x}{3} : 7$; u. $1 : \frac{4}{x} = 5 : 6$;

w. $\frac{65}{66} : 8 = x : 3\frac{1}{9}$.

2. Dtsi järgmiste neljaliikme võrdluste kehtliige:

a. $12 : x = x : 3$; b. $81 : x = x : 9$; d. $25 : x = x : 5041$;

e. $28 : x = x : 14,625$; g. $8 : x = x : 36,75$;

h. $37\frac{1}{2} : x = x : 16\frac{2}{3}$; i. $12,05 : x = x : 0,814$;

k. $312 : x = x : 248$; l. $73\frac{1}{3} : x = x : 28\frac{3}{4}$.

3. Sünnita igašt järgmises neljaliikme võrdluses liigete ümbervahetamise läbi 7 uut võrdlust:

a. $2 : 4 = 8 : 16$; b. $36 : 12 = 90 : 30$; d. $4 : 9 = 12 : 27$;

e. $32 : 24 = 24 : 18$; g. k : l = m : n.

4. Sää järgmised neljaliikne sõrdlused wõimalikult wäikese täisarwudega üles:

a. $36 : 13 = 48 : x$; b. $143 : 169 = 11 : x$;

d. $x : 12 = 90 : 30$; e. $4 : 9 = x : 27$;

g. $144 : x = 576 : 384$; h. $am : bs = dm : sx$.

5. Niisama: a. $5 : \frac{4}{7} = 49 : x$; b. $4\frac{1}{2} : 5\frac{1}{2} = 15 : x$;

d. $2\frac{5}{8} : 27\frac{1}{2} = 21 : x$; e. $\frac{11}{12} : \frac{2}{3} = \frac{14}{15} : x$;

g. $5,75 : 9,2 = 160,5 : x$; h. $\frac{a}{m} : \frac{bk}{n} = \frac{d}{o} : x$.

II. Tarwitatus ülesannete rehkendus neljaliikne sõrdluse waral.

(Ühefordne kolmeliikne arwamine.)

Seletused.

Sga arwude sõrdlust wõib mis tahte suuruste sõrdluseks ümber muuta, kui arwude asemele suurused mõeldakse, millele need arwud mõõtjaks on. Suurusid, mis ühes jagamuses kõrwu (wastastikku) säetakse, peab ühe ühise mõõdu läbi mõõdetama, s. o. jagamuses säetagu ühteselti (ühnimelised) suurused kõrwu.

Kui kahteselti suurused neljaliikne sõrdluseks säetakse, mis niisugused, et ühe seletti kaswamine ehk kahanemine ka tõise seletti kaswamist ehk kahanemist sünnitab, siis üteldakse: mõlemad suurused (jagamused) on päripidi.

Dtsus: Mida enam, seda enam; mida vähem, seda vähem, — ja nimelt: mitmewõrra ühte, niimitmewõrra tõist, mitmes jagu ühte, niimitmes jagu tõist. Kaswamine, kaswamine; kahanemine, kahanemine; kahewõrra kaupa, kahewõrra hinda; pool teed, pool aega j. n. e.

Kui aga kahteselti suurused neljaliikne sõrdluseks säetakse, mis niisugused, et ühe seletti kaswamine tõise seletti kahanemist, ehk ühe seletti kahanemine tõise seletti kaswamist sünnitab, siis üteldakse: mõlemad suurused (jagamused) on wastuolksa.

Dtsus: mida enam, seda vähem; mida vähem, seda enam, — ja nimelt: mitmewõrra ühte, niimitmes jagu tõist; mitmes jagu ühte, niimitmewõrra tõist. Kaswamine, kahanemine; kahanemine, kaswamine; kahewõrra koeri, pool wedelam lafe; pool aega, kahewõrra töötegiiaid j. n. e.

Näitus 1.

12 naela jahu maksab 30 kop; kui palju maksab 18^{te} jahu?

Ohf: 12 *tl.* — 30 kop.;

18 *tl.* — ? " "

Selles ülesandes on 18^{ne} naela hind otsida; 12^{ne} hind on 30 kop. Otsitav hind (x) on tuttava hinna (30 kop.) vastu jedamööda, kuidas naelte arvud oma fuuruse poolest tõinetõise vastu on. Naelte arvude jagamus on 12 : 18, ja jääb päripidi, sest mida enam kaupa, seda enam hinda, (mitnemõrra kaupa, niimitnemõrra hinda).

Seega neljalikme sõrdlus:

$$12 : 18 = 30 : x.$$

Näitus 2.

12 töömest kaewawad kraawi 30^{ne} päewaga walmis; mitu päewa kulub selle kraawi kallal 18^{mel} mehel ära?

Ohf: 12 tööm. — 30 p.

18 " — ? " "

Siin on aeg (x) otsida; 30 päewa on teada; otsitav aeg on jedamööda, kuidas töötegijate arvud on.

Need on 12 : 18, tulewad aga ümber pöördma, sest mida enam töömehi, seda vähem aega: töömehed ja aeg on wastuoksja (oma kaswamise ja kahanemise poolest).

Seega neljalikme sõrdlus:

$$18 : 12 = 30 : x.$$

Mõista ja ütle, mis õige, mis wõõrifi:

1. Mida enam ma ühte kaupa ostan, seda enam raha pean ma maksma. 2. Mida kallim riide küümar, seda rohkem küündrid ma oma raha eest saan. 3. Mida laiem riie, seda rohkem küündrid mulle wammuse tarwis kulub. 4. Mida pikem puu, seda pikem tema wari. 5. Mida rohkem hobusid peremehel tallis, seda kauemini saab ta heintega läbi. 6. Mida rohkem peret niitma pannakse, seda ennemalt saab hein maha niidetud. 7. Mida rutemini aurulaew sõidab, seda ennemalt jõuab ta Pihkwaast Tartusse.

Wõrdle:

Töõtegijate usinus ja tööaeg; töõtegijate arv ja tööaeg; tee ja aeg; koorma raskus ja edasiõudmine; kapital ja kasud; protsendid ja kasud; sõõjad ja sõõgi ulatamine; sõõjate ja sõõhutate arv!

Ülesande jaod ja väljarehkendamine.

Igal sedajeltsi ülesandel (nagu näitus 1. ja 2.) on: otsitaw liige (x); otsitawaga ühenimeline liige; kaks tingijat liiget. — Tingijad liikmed annavad tingija jagamuse; otsitawaga ühenimeline ja otsitaw liige annavad tingitud jagamuse.

Tingijad liikmed säetakse sõrdluses ikka esimeseks jagamuseks, — on fuuruste wastaolet ülesandes päripidi, siis jääb tingija jagamus feisma; on see wastaolet wastaoftja, siis pöördakse tingija jagamus ümber. Seft otsitawaga ühenimeline liige olgu sõrdluses ikka kolmas, ja otsitaw (x) neljas liige.

Näitus 3.

Kui peremees hobustele päewas $\frac{5}{8}$ waffa kaeru ära söötab, siis saab ta kaertega $\frac{3}{4}$ aastat läbi; kui palju wõib ta päewas ära sööta, kui ta kaertega $\frac{5}{6}$ aastat läbi tahab ajada?

$$\frac{5}{8} \text{ w. — } \frac{3}{4} \text{ aast.}$$

$$? \text{ " — } \frac{5}{6} \text{ "}$$

Mida rohkem aega ta läbi tahab ajada, seda vähem wõib ta päewas kaeru ära sööta, — aeg ja kaerad wastaoftja: tingija jagamus ($\frac{3}{4} : \frac{5}{6}$) tuleb ümber pöörda. Seega neljaliikme sõrdlus:

$$\frac{5}{6} : \frac{3}{4} = \frac{5}{8} : x.$$

Selle päätiiki ettemalmistuses antud seletuste ja õpetuste pääl põhjab väljarehkenamise tarwis järgmine juht: $\frac{5}{6} : \frac{3}{4} = \frac{5}{8} : x$

Muuda tingija jagamuse liikmed täisarwudeks — päänimetajaga kaswatates: $20 : 18 = \frac{5}{8} : x$

Muuda kolmas liige täisarwuks — selle nimetajaga eesliikmid kaswatates: $160 : 18 = 5 : x$

Jaga esimese jagamuse liikmed kõige fuurema ühise jagaja läbi: $80 : 9 = 5 : x$

Jaga eesliikmed kõige fuurema ühise jagaja läbi: $16 : 9 = 1 : x$

Kaswata sifemised liikmed tõinetõisega ja ka wälimised; siis jaga sifemiste liigete kaswatus

x^1 kaswataja läbi: $x = \frac{9}{16}$

Kostus: $\frac{9}{16}$ waffa.

Ülesanded.

(Säe iga ülesanne neljalitme võrdluseks, — siis rehenda välja).

1. Mees tegi ühe töö 15 päevaga valmis; naesel kulus jellesama töö kallal 20 päeva ära. Kui suur oli sedamööda mehe töörammu naese töörammu vastu?
2. Hobuse wiledus on aurumafina wileduse vastu nagu 5 : 12; hobune sõidab ühe tee $37\frac{1}{2}$ tunniga ära; mitme tunniga sedamööda aurumafin?
3. Kasepuu jüld maksab 2 rbl. 25 kop., männapuu jüld $1\frac{3}{4}$ rbl.; mitu jülba kasepuid on seega 12 jülba männapuudega hinna poolest ühewäärilised?
4. Kui lamp iga õhtu $2\frac{1}{2}$ tundi põleb, siis ulatab kiviõli 35^{ctb} päewaks; mitmeks päewaks sedamööda, kui lamp iga õhtu $3\frac{1}{3}$ tundi peab põlema?
5. Kui kõrge on torn, mille wari 56,4 künnaart pikk, kui 0,95 künnaart pikku seppi wari 1,38 f. pikk on?
6. Reegi kulutab $\frac{1}{12}$ oma teenistusest taskurahaaks ära; mitu protfenti see teeb?
7. Redel, mis 8,2 künnaart pikk, seisab seina najal nii liuhka, et ta päälmine ots 6 künnaart kõrges on; kui pikk peab redel olema, mis — niisama liuhka jäetud — 4,8 f. kõrgesse ulatab?
8. Kaupmees ostab riidekünna 120 kop. eest, müüb 150 kop. eest; mitu % ta wõidab?
9. Kaupmees ostab suhkru-pää 175 kop. eest; sest et suhkur odavamaks läheb, müüb ta oma suhkru: 160 kop. pää; mitu % kaotab ta?
10. Wisjakaupleja saab ruffiwakasti müües 275 kop; kui palju wõib ta ostes ise maksta, kui ta 10 % kasu tahab saada?
11. Misjugune kapital annab $3\frac{3}{4}$ % pääl aastas 54 rbl. kasu?
12. D ehitab 4 maja, laiad a) 6, b) 5, d) $4\frac{1}{2}$, e) $7\frac{1}{2}$ jülba. Esimese maja tarwis wõtab ta 4,2 jülba pikad paarid. Kui pikad peamad kolme teise maja paarid olema, et katused kõigil ühte-wiisi liuhka oleksiwad?

- 13.** Margapiu (päsmer), mille war's 2 jalga piff, kaalus fiis, kui nõör eestotsaft 4 tolli kaugel oli, 30 z . üles; kui raske oli selle margapiu pära?
- 14.** Kui piff on margapiu war's, mille pära 7,5 z . raske, ja mis fiis, kui nõör eestotsaft 0,4 jalga kaugel, 45,75 z . üles kaalub?
- 15.** Soapois sai aastas pääle rahapalga weel ülikonna riidid, mis 20 rbl. wäärt. Kolme kuu pärast lasti ta teenistusest lahti ja anti tale ülikond palgaks. Kui suur oli jedamööda tema aastane rahapalk?
- 16.** Praegu on T 30, A 20 aastat wana. Mitme aasta pärast saab T wanadus A wanaduse wastu olema nagu 5 : 4?
- 17.** Praegu on T 30, A 20 aastat wana. Mitme aasta eest oli T 6 korda A wanune?
- 18.** Mihklil oli 144 lammas; Hansul 90. Mitu lammas peab Hans omadest Mihklile ära müüma, et tal Mihklil poole wähem oleks?
- 19.** Nurulaew „Dülia“ jõudis A linna B linna 100,5 tunniga. Nurulaew „Beipus“ on oma nobeduse poolest „Dülia“ wastu nagu 8,5 : 6. Mitme tunniga jõuab „Beipus“ Aⁿ B^{ste}?
- 20.** Jaaf wiis 8 $\frac{1}{2}$ waffa teri weskele; 17^{nes} oja jäi möldrile; mitu % jee teeb?
- 21.** Maja ehitamiseks kulub 7320 telliskivi ära; aga wedades läheb 8 $\frac{1}{2}$ % katki. Mitu kivi peab peremees jellepärast ostma?
- 22.** Merewesi on 1,028 korda wihmawee rasune. Mitu toopi wihmawet on seega nii raske, kui 3,5 toopi merewet?
- 23.** Sõawägi oleks oma toiduwaraga 7 päewa läbi saanud; et ta aga 12 päewa läbi saaks, jellepärast jaadeti 1500 meest ära. Mitu meest jäiwad nüüd weel toidu otja?
- 24.** a) Kui a meest turbid lõifama jaadetakse, siis saab nädalas $(b + \frac{d}{e})$ tuhat turbast lõigatud; mitu tuhat turbast, kui g meest lõifama jaadetakse?
- b) Kui kästjalg päewas $(a + \frac{b}{d})$ wersta käib, siis jõuab ta n päewaga Aⁿ B^{ste}; mitme päewaga, kui ta päewas $(1 + \frac{m}{n})$ wersta käib?

Pane a) all $a = 3$; $(b + \frac{d}{e}) = 9^{\frac{3}{4}}$; $g = 2$; — b) all
 $(a + \frac{b}{d}) = 28^{\frac{1}{3}}$; $n = 4$; $(1 + \frac{m}{n}) = 26^{\frac{1}{4}}$ — ja
 rehenda : $x = ?$

III. Jätt. Neljalikme võrdluste ühendamine ja tarvitatud ülesannete rehendus selle waral.

(Mitmekordne kolmelikme arvamine. Dsa=arvamine.

Abela=arvamine.)

Seletused.

Rahest ehk mitmest antud neljalikme võrdlustest ilmub ikka üks õige neljalikme võrdlus, kui kõik ühenimelised liikmed võrreldavate kasvatatakse (s. o. kõik esimesed liikmed võrreldavate, kõik teised niisama j. n. e.) Näituseks:

$$6 : 2 = 21 : 7$$

$$a : b = d : e$$

$$\frac{5 : 10 = 2 : 4}{30 : 20 = 42 : 28}$$

$$\frac{g : h = i : k}{ag : bh = di : ek}$$

$$\text{Seft: } \frac{6}{2} = \frac{21}{7}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{g}{h} = \frac{i}{k}$$

$$\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 10} = \frac{21 \cdot 2}{7 \cdot 4}$$

$$\frac{ag}{bh} = \frac{di}{ek}$$

$$\text{Seega: } 6 \cdot 5 : 2 \cdot 10 = 21 \cdot 2 : 7 \cdot 4$$

$$ag : bh = di : ek.$$

Ülesanne. 6 töömehi teenivad 3^{me} päewaga, kui nad igapäew 10 tundi tööd teevad, ühte kocku 50 rbl; mitu rbl. teenivad seega 9 töömehi, kes 4 päewa, igapäew 12 tundi töös on?

Arutamine.

Kui töömehi 6, siis palka 50 rbl.;

kui töömehi 9, siis palka 75 rbl.; —

kui need (9 tööm.) 3 päewa töös, siis palka 75 rbl.;

kui nad aga 4 päewa töös, siis palka 100 rbl. —

kui nad igapäew 10 tundi töös, siis palka 100 rbl.;

kui nad aga igapäew 12 t. töös, siis palka 120 rbl.

Seega võrdlused:

$$6 : 9 = 50 : 75$$

$$a : b = d : z$$

$$3 : 4 = 75 : 100$$

$$k : l = z : y$$

$$10 : 12 = 100 : 120$$

$$m : n = y : x$$

Müüd võime eespool antud arutust mööda need võrdlused ühendada, siis:

$$6 \cdot 3 \cdot 10 : 9 \cdot 4 \cdot 12 = 50 \cdot 75 : 100 \cdot 75 \cdot 100 : 120$$

$$akm : bln = dzy : zyx$$

Sellest näitusest selgub, et ühesuguseid liikmeid, mis neljaliikme võrdluses jeda korda mööda ette tulevad, nagu 75 ja 100, (z ja y), võib maha jätta. Siis kirjutatakse neljaliikme võrdlus järgmisel kombel:

$$\left. \begin{array}{l} 6 : 9 \\ 3 : 4 \\ 10 : 12 \end{array} \right\} = 50 : 120$$

$$\left. \begin{array}{l} a : b \\ k : l \\ m : n \end{array} \right\} = d : x$$

ja üteldakse: jagamuses 50 : 120, (d : x) on jagamused 6 : 9, 3 : 4 ja 10 : 12, (a : b, k : l ja m : n) ühendatud.

Selle pääl põhjab mitmefordne kolmeliikme arvamine.

Ülesanne. Üks raamat, mis 64 lehekülge suur, iga lehekülje pääl 40 rida, igas reas 36 tähte, tahetakse uueste trükkida, aga väiksema kirjadega, nii et iga lehekülje pääle 50 rida, igasje ritta 40 tähte mahub. Mitu lehekülge saab see raamat suur?

Arutamine. Otsida on trükitava raamatu lehekülgede arv. Tuttav on wana trüki lehekülgede arv = 64. Otsitav arv ehk liige on esiteks ridade arvuksid mööda. Nende jagamus (ehk vastaolek) on 40 : 50, — peab aga ümber pöördama, sest mida enam ridasid ühe lehekülje pääle mahub, jeda vähem lehekülgesid saab raamat suur. Seega 50 : 40. Teiseks on otsitav liige tähtede arvu mööda. See on 36 : 40, — peab aga ümber pöördama, sest mida enam tähti igas reas, jeda vähem lehekülgi raamat suur. Seega 40 : 36. Nii on need mõlemad jagamused otsitava ja sellega ühenimelise liikme jagamuses ühendatud. Nende jagamus aga on 64 : x.

Seega neljaliikme võrdlus:

$$\left. \begin{array}{l} 50 : 40 \\ 40 : 36 \end{array} \right\} = 64 : x$$

Lühidelt: Pane otsitawaga ühenimeline liige kolmandaks, otsitav neljandaks liikmeks. Siis arwa, misjuguine tingija jagamus seisma

jäeb (päripibi), misjugune ümber pöörda tuleb (wastaoftsa), ja kirjuta nõnda leitud jagamused ükstöise alla. Murrud, kus neid olemas, muuda täis arwudeks — päänimetajaga kaswatates. Jaga (lühenda) niipalju kui võimalik. Wiimaks kaswata järele jäänud ühenimelised liikmed ükstöisega, ja otse lõpetaks x^i hind — nii kui ühefordse neljaliikme wõrdluse juures selle päätüki eesotjas juhutatud.

Ülesanne. Mõisnikul oli suwel 24 meest 10 nädalat aega, nädalas 4 päewa, päewas 12 tundi puid raiumas; saiwad kokku 576 rbl. palka. Talwel ei wõinud mehed rohkem kui 7 tundi päewas töös olla; sellepärast palgas mõisnik 30 meest, kes 14 nädalat, iga nädala 6 päewa puid raiusiwad. Suwel teeb igamees ühel ajal $1\frac{1}{5}$ forda niipalju tööd kui talwel; seewastu maksab mõisnik talwel, sest et meestel külmaga waewalisem tööd teha, ühe aja pääle $1\frac{1}{9}$ forda niipalju palka kui suwel. Kui palju palka maksis mõisnik talwise töö eest ühtekokku?

Ülesjäädmine:

Suwel: 24 m. 10 n. à 4 p. à 12 t. 576 rbl., — tööd $1\frac{1}{5}$ wõrra, hinda 1 wõrra;
talwel: 30 m. 14 n. à 6 p. à 7 t. ? rbl., — tööd 1 wõrra, hinda $1\frac{1}{9}$ wõrra.

Wõrdlus ja wäljarehkendamine:

$$\begin{array}{l} 24 : 30 = 5 \\ 10 : 14 \\ 4 : 6 \\ 3 : 7 \\ 64 \\ 6\frac{2}{3} : 1\frac{1}{9} = 15 \\ 9 : 1\frac{1}{9} = 10 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 24 \\ 10 \\ 4 \\ 3 \\ 64 \\ 6\frac{2}{3} \\ 9 \end{array}} \right\} = 576 : x \quad x = \frac{5 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 5}{3} = \frac{2450}{3} = 816\frac{2}{3}$$

Kostus: $816\frac{2}{3}$ rbl.

Igas neljaliikme wõrdluses on esimese ja teise liikme summa ehk wahelkolmanda ja neljanda liikme summa ehk wahelwastu, nii kui ees- ehk tagaliikmed teineteise wastu.

Rätisufeks:

$$\begin{array}{l} 700 : 500 = 350 : 250; \quad a : b = d : e; \\ 1200 : 600 = 700 : 350; \quad a + b : d + e = a : d; \\ \text{ehk } 1200 : 600 = 500 : 250. \quad \text{ehk } a + b : d + e = b : e. \\ \text{Riisjama } 200 : 100 = 700 : 350; \quad a - b : d - e = a : d; \\ \text{ehk } 200 : 100 = 500 : 250. \quad \text{ehk } a - b : d - e = b : e. \end{array}$$

Ülesanne. Kaks aidnikku ostivad kofku ühe wiljapuu-aia 1200 rbl. eest. A andis 700, B 500 rbl. Kui see aid neile aastas 600 rbl. sisse tõi, kui palju sai siis kumbki?

Arutamine. $700 : 500 = a : b$.

Kuna nüüd praegu antud õpetust ja näitust mööda esimese jagamuse summa tõise jagamuse summa vastu on nagu ees- ehk tagaliikmed tõinetõise vastu, — esimese ja tõise liikme summa aga $700 + 500 = 1200$, kolmanda ja neljanda liikme summa $a + b = 600$, — siis:

$$1200 : 600 = 700 : x$$

$$\text{ja } 1200 : 600 = 500 : x.$$

Selle pääl põhjab osa- ehk feltsiarvamine.

Rahest ühesuurusest kasvatusest ilmub ikka õige nelja- liikme võrdlus selkombel, et ühe kasvatuse kaswatajad sise- misteks, tõise kasvatuse kaswatajad wälimisteks liigeteks pannaakse.

Näituseks:

$$3 \cdot 4 = 2 \cdot 6$$

$$an = br$$

$$3 : 2 = 6 : 4$$

$$a : b = r : n.$$

Ehk: $3 \cdot 4 = 2 \cdot 6$

$$an = br$$

$$2 : 3 = 4 : 6$$

$$b : a = n : r.$$

$$\text{Seft: } \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{n}{r}.$$

Kui kaks nimega arwu ühewäärilised on, siis on ühed kummastki nimelisest tõinetõise vastu, nagu nende kaswatajad ümber pöördud.

Näituseks:

$$6 \text{ aršinat} = 7 \text{ küünart,}$$

$$\text{seega } 1 \text{ arš.} : 1 \text{ k.} = 7 : 6.$$

Ülesanne. Mitu jalga on 27 meetert, kui 15 meetert = 20 aršinat, 6 aršinat = 7 küünart, 1 küünar = 2 jalga?

Arutamine. Tähenname meeter = M, aršin = A, küünar = K, jalg = J, — ja 15 = a, 20 = b, 6 = d, 7 = e, 1 = g, 2 = h, 27 = m.

Eiis on meil:

$$aM = bA$$

$$15 \text{ mtr.} = 20 \text{ arš.}$$

$$dA = eK$$

$$6 \text{ arš.} = 7 \text{ ktr.}$$

$$gK = hJ.$$

$$1 \text{ ktr.} = 2 \text{ jlg.}$$

Geespool antud seletust mööda saame neist sõrdlustest:

$$M : A = b : a \quad 1 \text{ mtr.} : 1 \text{ arsj.} = 20 : 15$$

$$A : K = e : d \quad 1 \text{ arsj.} : 1 \text{ knr.} = 7 : 6$$

$$K : J = h : g \quad 1 \text{ knr.} : 1 \text{ jlg.} = 2 : 1.$$

Kui hulga antud neljaliikme sõrdluste juures lugu nii on, et ühe külje pääl iga järgmise jagamuse eesliige oma eelmineja jagamuse tagaliikmega ühesugune (ühenimeline) on, siis kutjutakse niisuguseid neljaliikme sõrdlusi ahel sõrdlusteks, ja on kõige esimese jagamuse eesliige kõige viimise jagamuse tagaliikme vastu, nagu sõrdluse teise külje pääl kõikide eesliigete kasvatus kõikide tagaliigete kasvatus vastu.

Sedamööda:

$$M : J = \begin{cases} b : a \\ e : d \\ h : g. \end{cases} \quad 1 \text{ mtr.} : 1 \text{ jlg.} = \begin{cases} 20 : 15 \\ 7 : 6 \\ 2 : 1. \end{cases}$$

$$\text{Seega: } M = \frac{\text{beh}}{\text{adg}} J. \quad 1 \text{ mtr.} = \frac{20 \cdot 7 \cdot 2}{15 \cdot 6 \cdot 1} \text{ jalga.}$$

Sellepärast ka:

$$mM = \frac{\text{mbeh}}{\text{adg}} J. \quad 27 \text{ mtr.} = \frac{27 \cdot 20 \cdot 7 \cdot 2}{15 \cdot 6 \cdot 1} \text{ jalga.}$$

Paneme nüüd:

$$xJ = mM \quad x \text{ jalga} = 27 \text{ meetert}$$

$$aM = bA \quad 15 \text{ meetert} = 20 \text{ arsjinat}$$

$$dA = eK \quad 6 \text{ arsjinat} = 7 \text{ küünart}$$

$$gK = hJ; \quad 1 \text{ küünar} = 2 \text{ jalga;}$$

fiis ilmub:

$$x = \frac{\text{mbeh}}{\text{adg}} J. \quad x = \frac{27 \cdot 20 \cdot 7 \cdot 2}{15 \cdot 6 \cdot 1} = 84 \text{ jalga.}$$

See on ahela-armamine.

Ülesjääb on üks sõrdluste ahelik, kus iga järgmine sõrdlus jelle armuga algab, mis eelmineja sõrdluse viimise armuga ühenimeline on. Otsitaw (x) seisfu eesotsas ja sõrdluse märgi teise külje pääl arm, mis otsitawaga ühevääriline.

Wäljarehendamine: x leitakse, kui kõikide häädtät seiswate armude kasvatus kurakät seiswate armude kasvatus läbi jagatakse. Üwalik on, et enne kasvatomist ja jagamist kasvatajaid ja jagajaid wastastikku võib lühendada.

5. 8 müürisjappa teewad 3^{me} päewaga 3600 telliskivi müüris; mitu tellisk. 9 müürisj. 12¹/₂ päewaga?
6. 24 kangurt kuawad 6^e nädalaga 20 kangast à 30 aršinat piff ja ⁵/₄ arš. lai, kui nad nädalas 5 päewa, päewas 9 tundi tööd teewad; kaupmees tahab aga 3^e nädalaga 25 kangast à 40 aršinat piff ja ³/₄ a. lai kudada lasta, ja peewad kangrud 6 päewa nädalas ja 10 tundi päewas töös olema; mitu kangurt peab ta kudama panema?
7. Kui palju kasu toob 2500 rbl. 3¹/₂ aastaga 4¹/₂ % pääl?
8. Mitme % pääl on kapital kasu kandmas, mis 1200 rbl. juur ja 3¹/₂ aastaga 1680 rbl. kasu toob?
9. 450 rbl. tõi 2¹/₂ aastaga 56¹/₄ rbl. kasu; kui palju kasu toob sedamööda 1625 rbl. 3³/₄ aastaga?
10. Kantfis oli 4000 meest. Nende ülespidamine maksis aastas 150000 rbl. Nüüd tuli veel 750 meest juure ja 6²/₃ kuu pärast marsifiswad kõik ära; mis tuli nende kõikide ülespidamine sel wiimisel ajal kroonule maksma?
11. Peremehel oli kaks heinamaad, tõine 24, tõine 30 wakamaad juur. Väiksema niidawad 6 niitjat 4^{ia} päewaga maha; mitu niitjat jõuawad suurema 2¹/₂ päewaga maha niita?
12. Müür, mis 49 jalga piff, 2 j. paks, 7,5 j. kõrge, saab 2^{be} nädalaga üles tehtud, kui 6 müürisjappa iga tööpäewal 10 tundi ta kallal töös. Mitu jalga müüri, mis 7 jalga kõrge ja 1,75 j. paks, jõuawad 9 müürisjappa 3^{me} nädalaga igapäew 12 tundi tööd tehes walmis teha?
13. Pärisperemees laskis 2 tükki wõjamaad põlluks teha. Esimese kallal oliwad 12 meest 16 päewa à 10 tundi töös; mehe päewapalk oli 60 kop. Teise kallale minnes läks 2 meest ära, teised oliwad iga päew 12 tundi töös ja lõpetasiwad töö 20^{ne} päewaga. Kui palju tuli nende kahe maatüki harimine maksma?
14. Perenaene wiis 25 ℓ lõnga kangru kätte ja sai sellest kanga, mis 48 küünart piff ja 1¹/₄ f. lai. Teineford andis ta 36¹/₂ ℓ lõnga kangru kätte ja tellis kanga 1¹/₂ küünart laia; kui pika sai ta nüüd kanga?
15. 4 töömeest telliti ühe töö kallale 45^{es} päewaks töösse, 5^e päewa pärast tuleb 2 meest ja siis 3^{me} päewa pärast veel 3 meest juure. Mitme päewaga sai see terve töö tehtud?

- 16.** 5 hobust sõõwad 6^e päewaga $11\frac{1}{4}$ tsetwerikut kaeru ära, ja 8 lehma 4^{ia} päewaga 16 puuda heinu. Peremehel oli 8 hobust ja 12 lehma. Kui palju kaeru ja heinu lõpeb tal selkombel $1\frac{1}{2}$ kuu ehk 45 päewa sees oma loomade toiduks?
- 17.** 7^{me} rbl. eest lõpeb kiviõli, kui 5 lampi 20 õhtut iga õhtu 3,5 tundi põlewad; mitmeks õhtuks jätkub 10,2 rbl. eest õli, kui 6 lampi iga õhtu 4,25 tundi põlewad?
- 18.** Mõisnik lasseb pal'ka mõtjast kodu wedada. 5^e päewaga jõuakfiwad 30 neljahobuse rafendust neist jagu saada, kui iga rafendus päewas 3 moori käib. Müüd tahab mõisnik ühe päewaga kõik palgid ära wedada ja kutsub sellepärast walla rahwast talgusele. Wallast on aga üksnes kahehobuse rafendusi saada, kes kõiges $\frac{2}{3}$ wõrs neljahobuse koormat pääle panewad, aga päewas 5 moori ära käiwad. Mitu kahehobusemest peab ta talgusele kutsuma?
- 19.** 600 soldatit olekfiwad 60 päewa toidumaraga läbi jaanud. 2^{se} päewa pärast lasti lahingis 20 meest maha ja 10 päewa pärast seda saadeti 70 meest juure. Kui kauaks ulatab selkombel nende toiduwara üleüldse?
- 20.** Hobune jõudis maantee pääl 320 telliskivi — à 10 tolli piff, $4\frac{5}{6}$ t. lai, $2\frac{1}{2}$ t. paks — edasi wedada; mitu telliskivi jõuab seesama hobune tõist teed kaudu ära wedada, kui iga telliskivi $9\frac{1}{2}$ tolli piff, $4\frac{1}{2}$ t. lai, $2\frac{1}{3}$ t. paks, — ja see tee nii jant, et 57 el felle pääl just nii raske edasi liigutada, kui 96 el efimele pääl?

b. Dsa-arwamine.

- 21.** A ja B jaotawad oma keskes 400 rbl. A saab selle summa $\frac{5}{8}$, B saab, mis üle jääb. Kui palju saab kumbki?
- 22.** A, B, D pärandafiwad 1800 rbl., A saab $\frac{3}{8}$, B $\frac{3}{10}$, D, mis üle jääb. Kui palju saab keegi?
- 23.** Ühest pärandusest sai D $\frac{1}{4}$, E $\frac{1}{3}$, ja G 400 rbl. a) Kui suur oli see pärandus? b) Kui palju saiwad D ja E?
- 24.** A jättis surres 1890 rbl. pärandust järele; tema wõlad aga oliwad: B 2000 rbl., D 1560 rbl., E 1840 rbl. Kui palju sai iga wõlanõudja?

- 25.** Kolm meest heitsivad kofku ja kauplesivad linabega. A andis jeks 460 rbl., B 495 rbl., D 545 rbl.; aasta lõpuni olivad nad 300 rbl. võitnud. Kui suur oli kellegi osavõtja võit?
- 26.** Kolm poisit jaotasiwad isekeskes 96 pähkelt. H sai kahewõrs ja J kolmewõrs niipalju kui E; mitu pähkelt sai keegi?
- 27.** Sja jagas nelja lapsele 120 õuna selkombel ära, et ikka kõige wanem 4, tema järgmine 3, selle järgmine 2, ja kõige noorem 1 õuna sai. Mitu õuna sai keegi laps?
- 28.** A ostis 4 kangast, laius ja häädus kõigil ühesugune; pikkus: 52, 35, 25, 48 aršinat; hind ühtekofku 60 rbl. Kui palju maksis iga kangas?
- 29.** L, M, N hakkawad ühtlasi kauplema, igaiüks ühepalju rahaga. L hakkas oma rahaga aasta algusel pääle, M kaks kuud hiljem ja N kaks kuud weel hiljem. Aasta lõpul oli nende ühine kasu 1800 rbl. Kui palju sai sellest igamees omale?
- 30.** A, B, D rendiwad ühe karjamaa 75 rbl. eest omale. A saadab selle karjamaale 15 lehma 6 kuud aega, B 20 lehma 4 kuud aega, D 25 lehma 3 kuud aega. Kui palju renti tuleb kellelgi maksta?
- 31.** N oli A^{le} wõlgu oma waranduse $\frac{5}{8}$, B^{le} $\frac{2}{3}$, D^{le} $\frac{5}{12}$, E^{le} $\frac{9}{10}$. A sai paljalt 900 rbl. kätte. a) Kui palju saiwad sedamööda B, D, E? b) Kui suur oli N wõlg üleiüldse? d) Kui palju wõlga jäi tasumata?
- 32.** Looduse teadus õpetab, et lauša õhk on hapnikku ja mädaniku segadus ja on 100 kantjala õhu sees 80 kantjalga mädanikku ja 20 kantjalga hapnikku. Mitu kantjalga on kumbki toas, mis 8000 kantjalga juur, kui õhk jääb taieste puhast?
- 33.** Merehädas wifati üle laewa weere merde 2 waati kohwi, kaupmehe A jagu, wäärt 600 rbl., ja mõned kastid suhkurt, kaupmehe B jagu, wäärt 900 rbl. Selle läbi päästis laewnik oma laewa, wäärt 7500 rbl., ja kaupmehe D willased kangad, wäärt 2400 rbl., ja E linased kangad, wäärt 2500 rbl., ja G wiina=ankrud, wäärt 4500 rbl., ja H riisi=tündrid, wäärt 3000 rbl. Kui palju tuleb nüüd igale kaupmehele ja laewnikule kahju kanda?
- 34.** A, B, D, E ostawad hulga kaupa, mis nad 20% kasuga jälle ära müüwad. A saab kasust $\frac{1}{2}$, B $\frac{1}{5}$, D $\frac{1}{6}$. E ülejäädawad 540 rbl. Kui palju oli igamees kauba ostmise tarwis raha andnud?

- 35.** A hafas kauplema. 5 kuud hiljem astub B niisama palju rahaga talle seltsi, ja 3 kuud pääle B tulekut tuleb D ka ühesuuruse rahajummaga juure. Müüd kauplewad nad ühtlasi weel 8 kuud ja mõidawad 360 rbl. ehk 15 %.
- a) Kui palju saab keegi kasust omale? b) Kui palju oli neil kellelgi kauplemise algusel raha olnud?
- 36.** 1. Märtsil hakkab A 1500 rublaga kauplema. 1. Mail tuleb B juure ja 1. Septembril D, ja 1. Novembril ka weel E. Tõise aasta 1. Märtsil jagawad nad saadud kasu ja igamees saab ühewõrs. Kui palju rahaga oliwad B, D ja E kauplema hakanud?
- 37.** Mõisnik tahab soost kraawisid läbi lõigata. Neli talumeest wõtawad selle töö oma pääle, 180 rbl. eest. K saadab tööse 4 julaft 6^{es} päewaks, L 3 julaft 10^{nes} päewaks, M 5 julaft 6^{es} päewaks, N 2 julaft 8^{es} päewaks. Mitu rubla saab iga talumees oma julaste töö eest?
- 38.** Raudteed tegema saadeti A külast 40 meest 14 päewa pääle, B külast 50 meest 20 päewa pääle, D külast 48 meest 15 päewa pääle, E külast 60 meest 8 päewa pääle. Tööpalka makseti kõige nelja küla pääle kokku 1662 $\frac{1}{2}$ rbl. Kui palju sai a) iga küla? b) iga töömees?
- 39.** A, B ja D lasewad linna uulitsjad uueste prügida. A saadab 2 meest, kumbki saab $\frac{1}{2}$ rbl. päewapalka; B saadab 3 meest, igamehe päewapalk $\frac{1}{3}$ rbl.; D saadab 4 meest ja annab igamehele $\frac{1}{4}$ rbl. päewas. Zgaford kui A mehed 3 päewa töös, siis B mehed 4 päewa, ja D mehed 5 päewa. Kõige töö eest makseti kokku 240 rbl. Mitu päewa oliwad kellegi mehed töös olnud?
- 40.** A hakkab 2450 rublaga aasta algusel kauplema. 3 kuud hiljem tuleb B, ja jälle 3 kuud hiljem D juure. Asta lõpul jaotawad nad kasu, mis 1800 rbl. suur, ja leiawad, et A ifka 1 $\frac{3}{4}$ rbl. saab, kui B 1 $\frac{1}{4}$, ja D 1 rbl. saab. a) Kui palju saab igaüks kasurahast? b) Kui palju rahaga oliwad B ja D kauplema hakanud?
- d. Ahela-arwamine.
- 41.** Mitu puuda kaupa mõib 125 rbl. eest osta, kui 7 $\frac{1}{2}$ sh 1 rbl. 50 kop. maksawad?
- 42.** Mitu jülba männapuud on nii kallid, kui 30 jülba kasepuud kui männapuu jüld 125 kop., kasepuu jüld 150 kop. maksab?

- 43.** 5 anfurt wiina osteti 96 rbl. eest; 2 anfurt jellest wiinast läksivad rikkesse ja pidimad 70 % kahjuga ära müütud saama; tõuseb 3 anfurt müüti 40 % kasuga ära. a) Kui kallist müüti halwaks läinud wiina pudel? b) Kui kallist hää wiina pudel? d) Kui palju kasu ehk kahju saadi nende wiie anfru päält? e) Mitu % see teeb?
- 44.** A ostis 17 puuda kaupa, maksis 163 rbl. 20 kop. Kui kallist peab ta 1 r ära müüma, kui ta 25 % kasu saada tahab?
- 45.** Riia kaupmees ostab Bordoos linnas 50 anfurt wiina, maksab pudeli eest $1\frac{1}{5}$ frank. Tolli- ja wooriraha ühtekokku on ostuhinna kõrgused. a) Mitu rubla hõbedat tulewad talle need 50 anfurt maksma? b) Mitme kopika hõb. eest peab ta Riias pudeli müüma, kui ta 25 % kasu tahab saada? (1 frank = 25 kop.)
- 46.** Peterburgi kaupmees ostab Inglismaal 12 kangast kalewid, iga kangas $52\frac{1}{2}$ yard piff (ütle yard), maksab iga kanga eest $26\frac{1}{4}$ ginee. Kui kallist wõib ta Peterburgis arsfina müüa, kui ta tolli- ja wooriraha tasumiseks a) 75 %, b) 100 % rohkem wõtab? (1 ginee = 6 rbl. 50 kop. hõb.; 9 arsfinat = 7 yard.)
- 47.** B müüb riide arsfina 72 kop. eest 10 % kahjuga; warfi tõuseb hind, ja ta wõib nüüd jedasama riidet 20 % kasuga müüa. Kui kallist müüs ta nüüd arsfina?
- 48.** A müüb kaupa, 1 puud 48 rbl. ja wõtab seega 20 % kasu. Hind langeb aga, ja ta peab nüüd oma kaupa 10 % kahjuga müüma. Kui kallist müüs ta nüüd 1 r jest kaubast?
- 49.** 15 puuda linaseemnid osteti 1125 rbl. eest; müües wõeti naelast $2\frac{1}{4}$ rbl. Mitu % saadi kasu?
- 50.** Ühel rikkal mehel oli niipalju raha 5 % pääl kasu kandmas, et tal igas minutis 2 kop. kasu sisse tuli; kui juur oli see kapital?
- 51.** Tallinna kaupmees ostab Mesfina linnas 20 kasti tfitronifid, igas kastis 300 tükki; 6 tükki maksawad tal ostes ifka $1\frac{1}{2}$ liira; kui kallist wõib ta Tallinnas kasti ära müüa, kui ta 60 % kasu tahab saada? (1 liira = 25 kop. hõb.)
- 52.** N Riias saab Berlinist ühe weksli, juur 500 Preisi taalrit, 3^{me} kuu pärast maksetaw. Rahahäda sunnib teda, seda wekselt $\frac{3}{4}$ % diskontoga kuu päält kohe ära müüma, (s. o. ta saab iga 100 eest 100 — $\frac{3}{4}$ rbl. ühes kuus). Mitu hõberubla saab ta selle weksli eest? (1 Preisi taaler = 91 kop. hõb.)

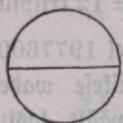
Melias püütükk.

Ruumi- arwamine.

A. Pikkuse arwamine: Sige joon; ringjoon.

Seletused.

Tähendus. Ettemalmistamisega sige joone arwamise kohta olgu rehkendajal pikkuse mõõdud teada.



Ringjoon on ikka umbes $3,14$ ($3\frac{14}{100}$) korda nii pikk, kui ringi läbimõõt.

Lühidelt: $r_j = 3,14 \times l_m$; sedamööda: $l_m = \frac{r_j}{3,14}$.

Ülesanne. Wanre ratas on 3 jalga kõrg; kui pika peab sepp selle ratta witsa tegema?

Wäljarehkendamine. Ratta kõrgus ehk läbimõõt = 3 jalga; sedamööda ringjoon ehk wits = $3,14 \times 3$ jalga = $9,42 = 9\frac{21}{50}$ = umbes $9\frac{2}{5}$ jalga.

Ülesanne. Kui kõrg on ratas, mille wits 10 jalga pikk?

Wäljarehkendamine. Wits ehk $r_j = 10$ jalga; seega ratta kõrgus ehk $l_m = \frac{10}{3,14}$ jalga = $3,18 = 3\frac{9}{50}$ = umbes $3\frac{1}{5}$ jalga.

Ülesanded.

1. Mitu pulka on redelil, mille peeled 2 sülda pikad ja iga pulga wähe $1\frac{1}{2}$ jalga suur?
2. Maja katuse on 6 sülda pikk. a) Mitu katuse-kivi on igas ren-dis, kui iga kivi $\frac{1}{2}$ jalga laiuti; katab. b) Mitu renti on kiva, kui katuse paarid 4 sülda pikad ja latid $\frac{3}{4}$ jalga tõinetõisest eemal?
3. Kummalegi poole teed, mis 2 wersta pikk, istutati puud — tõinetõisest 5 raudsülda eemale; mitu puud?

4. Prantsuse-maal tehakse ühes wabrikus päewas 26273 arsfinat linti; mitu arsfinat seega aastas, kui aasta = 48 töönädalat, nädal = 6 tööpäewa?
5. Neljanurgeline aid on ümbert mõõta 120 arsfinat; aia pikkus on laiuse wasta, nagu 7 : 5. Kui pikk ja kui lai on see aid?
6. Wienurgeline wiljapuu-aid: 1. külj = 13 arsfinat; 2. f. = 8 arsf. pikem, kui 1. külj; 3. f. = 2 arsf. lühem, kui 2. f.; 4. f. = pool nii pikk, kui 1. ja 2. külj kokku; 5. f. = 4 arsf. lühem, kui 1. ja 3. külj kokku. Mitu raudsülda oli aid pikk, mis selle wiljapuu-aiale uueste ümber tehti?
7. Kõige wäiksemad hinges-loomakesed, mis weetilga sees ujuwad, on $\frac{1}{3000}$ kriipsu laiad; mitu tuleks neid renti jäädida, külj küljes finni, nii et arsfina pikkune rent saaks? (1 toll = 12 kriipsu.)
8. Kui maakera läbi mõõta 1719 penif. ja päikesest kaugel 19776000 penif., mitu maakera wõiks siis maakera ja päikese wahete rongi jäädida? Kui kaua ajaga jõuaks päikese päält lastud juuretükki kuul maa pääle, kui ta 920 arsfinat sekundis edasi läheb? (1 aasta = $365\frac{1}{4}$ päewa.)
9. Wanfre ratas, millel 6 pöida, peab 2,5 jalga kõrge saama; kui pika peab meister iga pöia tegema?
10. Mitu 6^e tolli laiust lauda kuulub waadiks, mis punniaugu kohalt läbi mõõta 3,45 jalga?
11. Besse ratas peab 157 hammast saama, mis — hamba keskpaigast tõise keskpaigani — toinetõisest 2 wersokit eemal; mitu arsfinat tuleb ratas läbi mõõta teha?
12. Masina ratas peab läbi mõõta 8 jalga fuur ja 60 hammast saama; kui fuur peab hammaste wahel keskpaigast keskpaigani olema?
13. Ümmargune muruplats maja ees on läbi mõõta 100 jalga; jenna taheti õitewaid puid ümber=ringi istutada, toinetõisest ringjoont pidi mõõta 2 jalga eemal; mitu puud?
14. Maa=rull oli $1\frac{1}{2}$ jalga läbi mõõta; mitu ringi on see rull ümber weerenud, kui ta põllu pääl, mis 200 küünart pikk, kord tõisest weereft tõise käinud?
15. Wanfre ratas oli 2,5 jalga kõrge; kui palju maad on ta edasi jooksnud, kui ta 380 korda ümber on weerenud?

- 16.** Riis oli 5° jala pikkuse nõõri otjas tifu küljes jöömas; kui pifa ringi fai ta jelle tifu ümber ära käia?
- 17.** Tuulewesti tiiw on 5,5 arssinat pikk ja käib 6° sekundiga ringi ümber; kui palju maad jõuaks ratas tunniga edasi, millel jelle weste tiiwad oma ümberkäimise kiirusega sõdarateks on?
- 18.** Kui juur peab westi kiwi läbi mõõta tehtama, mis minutis 100 ringi peab ümber käima, kui ära on proowitud, et kiwi hästi jahwatab, kui tema wälimise külje koht 10,28 arssinat sekundis usin on edasi minema?
- 19.** Tass-uuri minuti-näitaja on tolli pikkune; kui palju maad käib ta ots päewas ära?
- 20.** Kui usinaste liigub maatera poolitaja (ekwaatori) all üks koht edasi, kui maatera 5400 penik. jäme ja 24^{ia} tunni sees 1 kord oma telje ümber keerab?

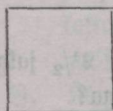
B. Pinna ehk ruutsuuruse arwamine.

I. Ruudid; roop.

Seletused.

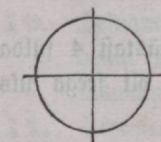
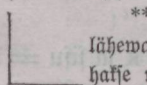
Pinda ehk wälja, millel kaks paari õigeid kõrwujooni*) piiriks ehk külgedeks on, nimetame üleüldise ruudiks.

Ruutisid on nelja seltji:

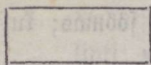


1. Täisruut (ehk lühidelt: ruut) on pind, mille 4 külge ühepikkused ja mille 4 winkelt täiswinklid**) on.

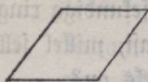
*) Kõrwujooned on jooned, mis kõrwu jooksewad, s. o. nii, et nad igas kohas üksteisest ühekaugusel on.



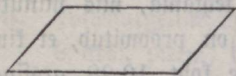
**) Täiswinkel on olemas, kui ühest punktist 2 õiget joont wälja lähewad, tõine risti, (nagu weepinda mõõda), tõine piisti (loodis). — Tehahe nüüd selle punkti ümber tširkliga üks ring, ja pikendatse kumbki õige joon punktist tõise külge, siis on punkti ümber 4 täiswinkelt. Sga täiswinkli kahe haru wahel on ringjoone weerand. Sellest selgub: winkel on kahe — ühest punktist algawa — õige joone lahk. Kuna nüüd rummiõpetuses iga ring 360^{neks} jaoks ehk kraadiks jaotatatse, siis on täiswinkel 90 kraadi (90°) suur. Da ringjoone tükk (wibu) ühe wintli harude wahel lühem kui 90°, siis on see winkel üks terawwinkel, on ta pikem, siis tõmpwinkel.



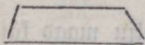
2. Pikfruut on pind, millel kumbki paar kõrvu-
jooni ehk külgesid isesehes ühepikkused ja 4 täiswinkelt.



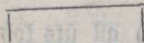
3. Wildak täisruut: kõik 4 külge ühepikkused,
kõik 4 winkelt wildakud.



4. Wildak pikfruut: kumbki paar kül-
gesid ühepikkused, kõik 4 winkelt wildakud.



Roop on pind, millel 4 õiget joont selkombel piiriks,
et üksnes üks paar külgesid kõrvujooned on.



Ruudi pinna suurus leitakse, kui ta põhijoon kõrgusega kas-
watatakse. — Kui põhijoon = p , kõrgus = k , pinna suurus (sifu) = s ;

$$\text{füis: } s = p \times k. \text{ Sedamööda: } p = \frac{s}{k}; k = \frac{s}{p}.$$

Tähendus 1. Wildakus ruudis ehk wildakus pikruudis ei ole
külge mitte kõrgus, waid kõrgus on joon, mis püüdnist küljest loodis
põhijoone pääle tõmmatakse.

Tähendus 2. Täisruudi arwamist õpetab ka selle raamatu
2. päätükk.

Ülesanne. Toa sein on 3 sülda pikk ja $1\frac{1}{2}$ sülda kõrge;
mitu ruutsülda on ta suur?

$$\text{Wäljarehkendamine. } 3 \times 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2} \square = \text{sülda.}$$

Ülesanne. Puussepp tahab sõõgi laua teha, mis $2\frac{1}{2}$ jalga
lai ja 20 \square -jalga suur; kui pika peab ta selle laua tegema?

Wäljarehkendamine.

$$\text{Sest et } 2\frac{1}{2} \times p = 20, \text{ füis } 20 : 2\frac{1}{2} = p = 8 \text{ jalga.}$$

Roobi pinna suurus leitakse, kui ta kõrwukülgede summa pool
kõrgusega kaswatatakse.

Kui üks kõrwukülge = p , teine = r , kõrgus = k ja sifu = s ,

$$\text{füis } s = \frac{p+r}{2} \times k.$$

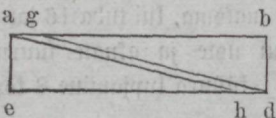
Ülesanne. Maja katuse oli harjast $2\frac{1}{2}$, ja räästast 4 sülda
pikk; paaride pikkus oli $3\frac{1}{2}$ sülda. Mitu \square -sülda oli seega üks
katuse külge suur?

$$\text{Wäljarehkendamine. } \frac{2\frac{1}{2} + 4}{2} \times 3\frac{1}{2} = 11\frac{3}{8} \square = \text{sülda.}$$

Ülesanded.

1. Mitu wafamaad on heinamaa suur, mis 250 küünart piff ja 200 küünart lai on?
2. Kui palju maksab laud, mis 5 küünart piff ja 0,5 f. lai on, kui 1 □=küünar 30 kop. maksab?
3. Kui palju tuleb toa uus lagi maksma, mis $4\frac{1}{2}$ jülda piff ja $3\frac{1}{3}$ jülda lai, kui meister □=jülla eest $1\frac{1}{2}$ rbl. tööpalka nõuab ja kui ehituse material 3 korda nii kallis on, kui tööpalk?
4. Mitu lauda, mis 2,5 jülda pifad ja 1,5 jalga laiad, kulub 8 toa põrmanduks ära, kui iga tuba 3,5 jülda piff ja 2,5 f. lai, ja kui kahanemise jaoks 8,75 % juure arwatakse?
5. Lauale, mis 2,4 küünart piff ja 1,2 f. lai, tahetakse wahariie pääle lüüa. Mitu küünart kulub riidet, kui see küünra laiune on? Kui palju tuleb see riie maksma, kui □=küünar 50 kop. maksab?
6. Neljanurgeline tuba on 4 jülda piff, 3 jülda lai ja 10 jalga kõrge. Tal on 3 aknat à 5 jalga kõrge ja 3 jalga lai, ja üks ahi, mille pind ühe akna suurune, ja üks üks 7 jalga kõrge ja 4 jalga lai. Selle toa seinad tahetakse paberiga (tapeetidega) ehitada. Mitu rulli paberit kulub seks ära, kui igas rullis 24 jalga paberit ja paber 1,5 jalga lai, ja kui seinad laest $\frac{1}{4}$ jalga, põrmandust 1 jalga laiuti ilma paberita jääwad?
7. Mis tuleb toa seinade ja lae lupjamine maksma, kui tuba 16 jalga piff, 12 lai ja 8 jalga kõrge ja kui uste ja aknate suurus kofku ühe otjaseina wääriline, ja kui □=küünra lupjamine 8 kop. maksab?
8. Kõige suurem tare maa pääl on Moskwa linnas ratsafõidu=kool, mis umbes 144 meetert piff ja 38 meetert lai — ilma et lael ühtegi tuge all oleks. Mitu inimest mahuks fenna sisse, kui iga inimese pääle 4 □=jalga põrmandut arwatakse? (1 meeter = $1\frac{1}{3}$ arsfinat).
9. Sõue=aid oli 250 küünart piff ja 120 f. lai; mitu wafamaad jeda on?
10. Heinamaa on 375 küünart piff ja 250 f. lai; mitu koormat heinu ta annab, kui wafamaa läbistiffu 2^{te} koorma alla heina kaswatab?
11. Beremees mõötis sulasele 5 wafamaad põldu kätte; põld oli 160 küünart lai; kui piff pidi ta olema?

- 12.** Karja=aid oli $1\frac{1}{2}$ wakamaad suur; pikuti oli ta 125 küünart. Mitu jüllda oli aid pikk, mis talle ümber tehti?
- 13.** Kohaomanik wahetas oma naabrimehega $5\frac{1}{2}$ wakamaa suuruse heinamaa ümber; naabrimehe heinamaa oli 240 küünart lai; kui pika tüki pidi ta sellest teisese mõõtma?
- 14.** Peremehel oli 2 ühejuurust kopelt, kumbki 4 wakamaad suur; esimene oli 160 küünart lai, teine oli ühe pikkune ja laiune. Kumbale tuli rohkem aida ümber ja mitu jüllda rohkem?
- 15.** Taki Jaagul oli 2 keedumilja=aida, teine 40, teine 30 küünart pikuti kui ka laiuti; marjapuu=aid oli aga neljawõrra niisuur, kui mõlemad esimesed kaheski kokku, — oli ka pikuti ja laiuti ühejuurune. Mitu jüllda on marjapuu=aial rohkem aida ümber, kui kahel keedumilja aial ühtekokku?
- 16.** Mitu wakamaad jääb maha, kui pärisperemees täisruudi jarnafest föödist, mille külg 365 küünart pikk, täisruudi jarnafest tüki, mille külg 250 küünart pikk, põlluks teeb?
- 17.** Õu, mis täis ruudi jarnane — külg 180 küünart pikk — tehti pikfruudi jarnafeks, mis 240 küünart pikk ja endisega just ühejuurune. Kui laiaks sai uus õu?
- 18.** Põllust, mis kõrwalseiswa pildi jarnane, tahetakse uus maantee aghd läbi ajada. Kui nüüd $ab = 525$ küünart, $bd = 72,5$ küünart, $dh = 10$ küünart, terve põllu hinnaks aga 1000 rbl. arwatud on, kui palju peab siis põlluomanik tee alla jäänud põllu eest tasumiseks saama?



- 19.** Rohuaid oli pikfruudi jarnane: 80 küünart pikk ja 45 f. lai. Sissepoole aida tehti uulits ümberringi: 2 küünart lai, ja taheti pääle selle kõik aid noori wiljapuid täis istutada. Mitu wiljapuud mahtus jenna aida, kui iga puu jaoks 3 \square =küünart ruumi arwati?
- 20.** Tükk aiamaad oli pikfruudi jarnane: 68 arsfinat pikk ja 48 arsf. lai. Selle maatüki pääle tehti ümberringi müür 0,5 arsf. paks, ja sissepoole tehti müüri äärt mööda uulits 1,5 arsf. lai; pääle selle tehti ristuuulits, mis aia keskpaigast oma 4 haru kuni müüriäärse uulitsani saatis ja 2 arsf. lai oli. Mitu \square =arsfinat jäi nüüd weel aiamaad järele?

- 21.** Linnamees ostis tüki maad: 44,5 arsf. piff ja 38,6 arsf. lai — (pikkruut); ehtas senna elumaja üles: 10,8 arsf. piff ja 8,5 arsf. lai. Kõrvalise hoone alla jäi täisruut, mille külg 6,7 arsf. piff. $\frac{1}{3}$ sellest maast, mis nüüd veel tühi oli, jäi õueks, kõik muu rohuaiaks. Kui fuur sai rohuaid?
- 22.** Põrmand oli roobi sarnane: üks kõrwukülg oli 5,72 küünart, teine 4,6 f. piff, laius oli 3,45 küünart. Kui palju tuleb see põrmand maksma, kui iga □-küünar 1 rbl. maksab?
- 23.** Tükk maad oli roobi sarnane: põhijoon oli 27 sülda piff, teine weer, mis sellest 17 sülda kaugel, oli 21 sülda piff. Kui kalliks oli see maatükk, kui wakamaa hinnaks 100 rbl. arvati?
- 24.** Mäüür oli ühest otsast 3,15 küünart kõrge, teisest otsast 2,7 f., ja piff 8,4 küünart; selle külg taheti walgeks lubjata. Mitu □-jalga oli lubjata?
- 25.** Maja oli 10 sülda piff ja 6 sülda lai; küljeseinade kõrgus oli wundamendi päält kuni paaride kandja palgini 10 jalga; kumbki otsajein läks aga 6 jalga veel kõrgemale ja oli see päälmine jagu roobisarnane, mille päälmine weer $3\frac{1}{2}$ sülda piff. See maja taheti wäljapoolt laudadega ära lüüa. Mitme rubla eest kuulub jeks laudu ära, kui laud, mis $3\frac{1}{2}$ sülda piff ja $1\frac{1}{4}$ jalga lai, 60 kop. maksab, — ja kui see jagu laudu, mis uste ja aknate kohta panemata jääb, kahanemise jaoks arvatakse?
- 26.** Katuse külg oli roobi sarnane: räästast $4\frac{1}{2}$ sülda, harjast $3\frac{1}{2}$ sülda, räästast harjani 3 sülda. Mitu katusekiwi kuulub selle katteks ära, kui iga kiwi jala pikkune ja poole jala laiune, ja kui iga kiwi pinnast weerand tõistega waheldikku jääb?
- 27.** Põld oli 6 wakamaad suur; ta oli roobi sarnane: Mõlematest kõrwukülgedest oli teine 180 küünart, teine 220 küünart piff; kui lai oli see põld?
- 28.** Kui piff ja lai on üks täisruudi sarnane aid, mis tõise roobisarnase aiaga ühesuurune on, mille kõrwuküljed 60 ja 40 küünart pikad, ja üksteisest 200 küünart eemal?

II. Kolmnurgad.

Seletused.

Kolmnurk on tasane väli ehk pind, mille kolm õiget joont piiriks ehk külgedeks on *).

Winkelite järele on kolmnurkafid:

1. Terawwinkliline kolmnurk, mille iga winkel täiswinklilt wäiksem.

2. Täiswinkliline kolmnurk, mille üks täiswikel, (kaks teist wõiwad siis ikka üksnes terawad olla).

3. Tõmpwinkliline kolmnurk, mille üks tõmpwikel, (j. o. täiswinklilt suurem).

Külgede järele on kolmnurkafid:

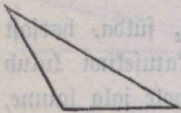
1. Külgühtlane kolmnurk, mille kõik kolm külge üksteisega ühepikkused.

2. Paarisküljeline kolmnurk, mille üks paar külgeid ühepikkused.

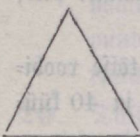
3. Üheküljeline kolmnurk, mille igal küljel ise pikkus.

Kolmnurkade winklid ja külgeid ühtlasi tähele pannes saame järgmised 7 isejugust kolmnurka:

1. külgühtlane-terawwinkliline kolmnurk;
2. paarisküljeline-terawwinkliline kolmnurk;
3. paarisküljeline-täiswinkliline kolmnurk;
4. paarisküljeline-tõmpwinkliline kolmnurk;
5. üheküljeline-terawwinkliline kolmnurk;
6. üheküljeline-täiswinkliline kolmnurk;
7. üheküljeline-tõmpwinkliline kolmnurk.



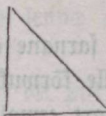
4



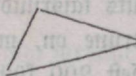
1



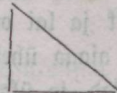
2



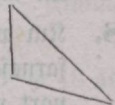
3



5



6



7

*) „Nurk“ tähendab siin (pinna-arwamisest) seda punkti, kus kaks õiget joont üksteisega kokku lähewad. — Mis „winkel“ tähendab, selle kohta waata: lehekülj 45, tähendus 2.

a. Kolmnurkade ruutsuuruse väljarehendamine.

Kolmnurga ruutsuurus (\square -suurus, siisu = s) leitakse, kui põhi-
joone ja kõrguse kasmatus pooleks võetakse.

$$s = \frac{p \times k}{2}.$$

Ülesanne. Maja otsakatus oli räästast $4\frac{1}{2}$ jülda lai ja räästa
kestpaigast kuni katuse harja-murgani oli $3\frac{1}{2}$ jülda. Mitu \square -jülda
oli see otsakatus juur?

Väljarehendamine: $\frac{4\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2}}{2} = 7\frac{7}{8}$ \square -jülda.

b. Kolmnurkade külgede pikkuse väljarehendamine.

1. Täiswinkliline kolmnurk.

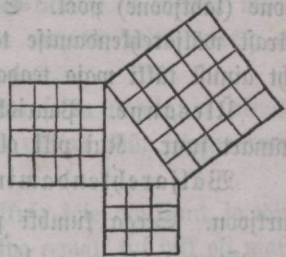
Tähendus. Täiswinklilise kolmnurga külgedel on oma isenimed;

Mõlemad täiswinkli sünnitajad küljed on wäikseljooned (winkelj.);
kolmas külg, mis winkliljoonete lahku läinud otsade wahel, on lahkjoon
(lahkj.)

Kui täiswinklilise kolmnurga iga kol-
me külje pääle ruut tehakse, siis on lah-
jooe ruut nii suur, kui mõlemad win-
keljooe ruudid ühtekokku. (Pythagoras.*)

Kui 1. winkliljoon = m, 2. winkliljoon
= n, lahkjoon = l; siis: $m^2 + n^2 = l^2$.

Sedamööda: $m = \sqrt{l^2 - n^2}$;
 $n = \sqrt{l^2 - m^2}$; $l = \sqrt{m^2 + n^2}$.



Ülesanne. Täiswinklilise kolmnurga winkliljooned oliwad tõine 3,
tõine 4 tolli pikuti; kui pikk oli lahkjoon?

Väljarehendamine. $3^2 + 4^2 = 25$; $\sqrt{25} = 5 =$ lahkj.

2. Külgühtlane kolmnurk.

Kui külg = g, siisu = s; siis: $s = \frac{1}{4} g^2 \sqrt{3} = g^2 \times 0,433$;
 $g = \sqrt{\frac{s}{0,433}}$.

*) Pythagoras (ütle: piitaagoras), kreeklane, † 504 enne Kr., on selle tähtsa
õpetuse ülesleidja. Wana jutu järele olla ta selle üle ise nii rõõmus olnud, et Jupi-
ter-jumalale 100 hõrga ohwerdanud. „Sellest ajast saadik — üteldakse nüüd nalja-
kõmbel — „warijewad kõik härjad, kui kuulewad, et jälle mõni uus tõstis üles leitud.“

Ülesanne. Ruussepp peab nurgakapi tegema, mille põhi üks külge ühtlane kolmnurk ja 5 □-jalga suur; kui pikk peab põhja iga külge olema?

Wäljarehkendamine.
$$\sqrt{\frac{5}{0,433}} = 3,39 = \text{külg.}$$

3. Paarisküljeline kolmnurk.

Paarisküljeline kolmnurk on kogu pantud kahest täiswinklilise kolmnurgast, millel kummalgi paarisküljelise kolmnurga kõrgus, aga põhijooneks selle põhijoone pool. Sellest on mõista, kuidas paarisküljelise kolmnurga külgede pikkust võib wälja rehkendada.

Ülesanne. Paarisküljeline kolmnurk on 4,5 tolli kõrgel, tema põhijoon 12 tolli pikk; kui pikk on kumbki paariskülg?

Wäljarehkendamine. Antud kolmnurga wõtame pooleks, siis on meil täiswinkliline kolmnurk, mille winklilised 4,5 ja 6 tolli pikad. Sedamööda:
$$\sqrt{4,5^2 + 6^2} = 7,5, = \text{lahkjoon} = \text{paariskülg.}$$

4. Paarisküljeline-täiswinkliline kolmnurk.

Paarisküljelise-täiswinklilise kolmnurga kõrgus on ikka tema põhijoone (lahkjoone) pool. See kolmnurk on ikka täisruudi pool. Sellepärast wäljarehkendamise tarwis üksnes põhijoone pikkust ehk üleüldise üht ainult tükki waja teada on.

Ülesanne. Paarisküljeline-täiswinkliline kolmnurk oli 84,5 □-küünart suur. Kui pikk oli lahkjoon?

Wäljarehkendamine. Selle kolmnurga lahkjoon on täisruudi nurkjoon. Seega kumbki paariskülg $= \sqrt{2 \cdot 84,5^2} = 13$ küünart. Ja otsitaw lahkjoon $= \sqrt{(13^2 + 13^2)} = 18,38 \dots$ küünart.

5. Tšeküljeline kolmnurk.

Kui küljed $= a, b, d,$ — siisu $= s;$

siis:
$$s = \frac{1}{4} \sqrt{(a + b + d)(a + b - d)(a + d - b)(b + d - a)}.$$

Ülesanne. Kolmenurgelise tiigi küljed oliwad pikad: $a = 200$ küünart; $b = 160$ f.; $d = 120$ f. Mitu □-küünart oli selle tiigi weepind suur?

Wäljarehkendamine:

$$s = \frac{1}{4} \sqrt{(200 + 160 + 120) \times (200 + 160 - 120) \times (200 + 120 - 160) \times (160 + 120 - 200)} = \frac{1}{4} \sqrt{480 \cdot 240 \cdot 160 \cdot 80} = \frac{1}{4} \sqrt{1474560000} = \frac{38400}{4} = 9600 \text{ □-küünart.}$$

Ülesanded.

- 1.** Kolmnurga põhijoon on 4 tolli pikk, kõrgus 3,5 tolli; mitu \square -tollil on ta pind suur?
- 2.** Kolmenurgeline põld oli ühest küljest 200 küünart pikk ja wagu selle küljele wastu=olewast nurgast kõrge risti selle külje pääle oli 150 küünart pikk. Mitu wakka nisuseemet lõppis jenna, kui wakamaa pääle wakk seemet arwatakse?
- 3.** Põld oli 3 wakamaad suur ja kolmenurgeline; wagu ühest nurgast risti wasta=olewa külje pääle oli 240 küünart pikk; kui pikk oli see külg?
- 4.** Kolmenurgeline põld, mille põhijoon 200, ja kõrgus 169 küünart, on tõise põlluga, mis täisruudi farnane, just ühejuurune; kui pikk on selle tõise põllu külg?
- 5.** Kolm latti panti nõnda kokku, et nad ühe täiswinklise kolmnurga sümmitasiwad. Kui nüüd täiswinkli sümmitajad latid 2,5 ja 6 küünart pikad oliwad, kui pikk pidi siis kolmas olema?
- 6.** A=küllast otse=teed lõune poole oli B=külasse 3 wersta maad, aga otseteed õhtu poole D=külasse 4 wersta; mitu wersta oli B=külast D=külasse?
- 7.** Redel, mis 15 jalga pikk, panti nõnda seinale, et alt=ots 9 jalga seinast kaugel oli; kui kõrgele ulatas nüüd seinawärwija selle redeliga?
- 8.** Laewa masti otsas oli 17^{me} jõlla pikkuse kõie ots kinni, ja tõine ots all laewa ääre küljes, mastist 8 jõlda eemal; kui pikk oli mast?
- 9.** Seinamaa oli täiswinkliline kolmnurk; kolmandat külge ei olnud wõimalik mõõta, sest et määda joo wahel, aga täiswinkli sümmitajad küljed oliwad 120 ja 160 jõlda pikad; kui pikk oli kolmas külg? Kui suur oli see heinamaa?
- 10.** See oli täiswinkliline kolmnurk, mille winkl küljed 36 ja 48 jõlda pikad. Mitu jõlda aida oli sel õuel ümber?
- 11.** Kui pikk on täisruudi nurkjoon, kui ta külg 6 jalga pikk on?
- 12.** Pikkruudi nurkjoon oli 1,3 küünart, otsakülg 0,5 küünart pikk. Kui pikk oli see pikkruut?
- 13.** Wildaku täisruudi farnase marja=aia nurkjooned oliwad 96 küünart ja 128 küünart pikad. Mitu jõlda aida oli sel marja=aial ümber?

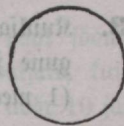
14. Kui piff on täisruudi külj, kui ta nurkjoon 3,8 arsinat möödad?
15. Ükse kõrguse kohta leitakse paras laius, kui ta kõrguseks täiswinklise kolmnurga lahkjoon võetakse, millel üheks winkljooneks ühefordne, teiseks winkljooneks kahelfordne ükse laius. Kui nüüd üks 0,92 arsinat lai peab tehtama, kui kõrge peab ta jedamööda olema?
16. Puusjepp tahab ümmargusest palgist neljakandilise posti tahuda, mis teisepidi 12, teisepidi 16 tolli paks; mitu tolli peab see palk ladwa otsast läbi mööda jääne olema?
17. Rats laewa läksiwad sadamaft teele, tõine otse teed lõuna poole, tõine sihil lääne poole, tõine jõudis päewas 8, tõine 6 penifoorimat edasi. Mitme päewa pärast on nad 60 penif. tõinetõisest kaugel?
18. Suurtüff sihiti otsaga 45 kraadi silmaringist kõrgemale ja lasti lahti. Esimese sekundiga lendab kuul 345 meetert edasi. Kui kõrges oli kuul esimese sekundi lõpul?
19. Tüff põldu oli täiswinklise kolmnurga kujuline, mille lahkjoon 130 küünart ja tõine winkljoon 120 küünart piff oli. Kui suur oli see põld wakamaa aru järele?
20. Mitu \square -tollid on külgühtlane kolmnurk suur, mille külj 8 tollid piff?
21. Külgühtlane kolmnurga kujuline põld, mille külje pikkus 86 küünart, oli tõise põlluga, mis täisruudi kujuline, just ühejuurune. Kui piff oli tõise põllu külj?
22. Täisruudi farnane põld, mis 0,433 wakamaad suur, tahetakse külgühtlase kolmnurga kujuliseks muuta. Mitu küünart peab wiinne ümbert mööda olema?
23. Paaris küljelise kolmnurga põhijoon on 20 jalga piff, kumbki paaris külj 26 jalga. Kui kõrge on see kolmnurk?
24. Mitu \square -fülda on tüff maad, mis paaris küljeline kolmnurk, suur, mille põhijoon 42 fülda ja kumbki paaris külj 75 fülda piff?
25. Paaris küljelise kolmnurga põhijoon on paaris külje wastu nagu 10 : 13; ümbert mööda on see kolmnurk 288 küünart. Mitu \square -küünart on ta suur?
26. Ratuise paarid, mis harjas täiswinkli sünnitawad, on 5,8 küünart pikad. Mitu küünart on selle maja otsasein piff?

- 27.** Kui piff on täisrundi külj, kui täisruut ühe täiswinklise-paarisküljelise kolmnurgaga ühefuurune, mille kõrgus 0,5 jalga?
- 28.** Täff mõtja oli kolmenurgeline. Küljed moodeti ära ja leiti nende pikkused 250 ja 310 ja 360 küünart. Mitme waka alla oli selle mõtja all maad?
- 29.** Põld oli kolmenurgeline. Küljed 160 ja 140,5 ja 120,5 küünart pikad. Õine põld oli pikruut, mille pikkus 120 küünart. Kui lai oli wiimne põld, sest et ta esimesega just ühefuurune?
- 30.** Kolmenurgelise põllu pääle, mille küljed 240 ja 185 ja 163 küünart pikad, külweti nisu maha. Kui ühe wakamaa pääle waff seemet külweti, mitu wakka fulus siis seemet terve põllu pääle?

III. Ringpind; wannipõhi.

Seletused.

Ringpind on tasane wäli, millel ringjoon piiriks on. Kui ringi läbimõõt = lm , poolmõõt = m , ringjoon = rj , ringpind ehk siisu = s , siis:



$$s = \frac{rj \times m}{2}, \text{ ehk } m^2 \times 3,14, \text{ ehk } = \frac{lm^2 \times 3,14}{4}.$$

Sedamööda $rj = \frac{2s}{m}$; $m = \sqrt{\frac{s}{3,14}}$; $lm = 2 \sqrt{\frac{s}{3,14}}$. Ringpinna arwamise tarwis pruugitakse kõige rohkem järgmist juhti: $s = m^2 \times 3,14$.

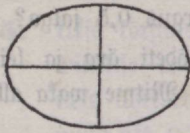
Tähendus. Ringpind on kolmnurgaga ühefuurune, mille põhijoone ringjoone pikkune ja mille kõrgus ringi poolmõõdu wääriline.

Ülesanne. Ümmargune laud oli 5 jalga läbi mõõta; mitu \square -jalga oli ta fuur?

Wäljarehkendamine. $s = 2,5^2 \times 3,14 = 19,625$ (ehk $19\frac{5}{8}$) \square -jalga.

Ülesanne. Hobune taheti ristitheinamaa pääle nii pifa nõõri otja fõõma panna, et ta 12,56 \square -küünart maad ulataks puhtaks fõõma; kui piff pidi nõõr olema?

Wäljarehkendamine. $m = \sqrt{\frac{12,56}{3,14}} = 2$ küünart.



Wannipõhja farnase wälja suurus leitakse, kui suure telje pool (a), väikese telje pool (b) ja arv 3,14 üksteisega kasmataakse. $s = a \times b \times 3,14$. — Piirjoon (rj) = (umbes) $3,14 \sqrt{2(a^2 + b^2)}$.

Ülesanne. Wannipõhi oli pikuti 1,48 küünart, ja laiuti 0,64 küünart; mitu □-küünart oli ta suur?

Wäljarehkendamine.

$s = 0,74 \times 0,32 \times 3,14 = 0,743552$ (j. o. ligi $\frac{3}{4}$) □-küünart.

Ülesanded.

1. Mitu □-jalga on ümmargune laud suur, mis kestkpaigast ääreni 10 tolli möödad?
2. Mitu □-tollit on ümmarguse raudkangi ots suur, mis 2 tolli läbi mööda paiks on?
3. Kuulja Rafaeli kuulus pilt: püha laps emaga — on ümmargune ja 0,675 meetert kõrge. Mitu □-jalga on see pilt suur? (1 meetre = $1\frac{1}{3}$ arsj.)
4. Waadi põhi oli 3,14 □-jalga suur. Kui pikk on selle põhja läbimõõt?
5. Ümmargune laud on 7,065 □-jalga suur. Mitu jalga möödad see laud ümberringi?
6. Puu oli tüwest ümbert mööda 6,28 jalga jäme. Mitu □-jalga oli selle kand otsast suur?
7. Ümmargune lillepeenar oli 12,56 aršinat ümbert mööda; mitu □-aršinat oli see lillepeenar suur?
8. Ümmarguse tiigi kaldal kaswas ümberringi 128 puud, iga puu oli tõigest 6 jalga eemal. Kui suur oli see tiik, kui iga puu tüwest läbistifku $\frac{3}{4}$ jalga paiks arwatakse?
9. Ring oli täisruudiga, mille külge 10 küünart pikk, piiripikkuse poolest ühesuurune. Kui suur oli mõlemate pindade wahet?
10. Ring ja täisruut olivad kumbki 121 □-küünart suured. Kui palju oli tõise piiri tõise piirist pikem?

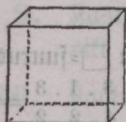
- 11.** Tüff aiamaad oli ümmargune ja 1 wakamaa fuur. Mitu küninart äida fulus jelle maatükile ümber? Mitu küninart oleks äida waja, kui seesama tüff maad: a) täisruut; b) pikfruut, mille pikkus laiuje wastu nagu 25 : 16; c) külgühtlane kolmnurk?
- 12.** Kui pikk on ringi läbimõõt, mille pind niifuur, kui järgmiste tükkide pinnad ühtekokku: 1) kolmnurk, mille põhijoon 3,6 tolli ja kõrgus 4,2 tolli; 2) täisruut, mille küljepikkus 2,62 tolli; 3) pikfruut, mis 8,74 tolli pikk ja mille laius pikkuse $\frac{3}{4}$; 4) roop, mille mõlemad kõrwujooned kokku 38,7 tolli pikad ja mis 4,8 tolli lai?
- 13.** Ümmarguse tikutoosi sisse, mis läbi mõõta üks toll, mahub 100 tuletikku. Mitu tikku mahub toosisse, mis 2 tolli läbi mõõta fuur ja muidu niifama ümmargune on?
- 14.** Ümmargune pakk, (ümbert mõõta) $1\frac{1}{2}$ aršinat jäme, kaalub $50\frac{1}{2}$ š; mitu š kaaluks seesama pakk, kui ta kõiges $1\frac{1}{4}$ aršinat jäme oleks?
- 15.** Lehm oli 6^e jala pikkuse nõõri otjas rohumaa pääl söömas; 3^e tunniga sõi ta tifu ümbert maa niifaugele paljaks, kui ta ulatas. Mitmeks tunniks jaoks tal rohtu süüa, kui nõõr 10 jalga pikk oleks?
- 16.** Ümmarguse lillepeendra pääle, mis ümbert mõõta 24 jalga, mahtus 48 lillepõõsast. Mitu lillepõõsast mahtus selkombel kõije ümmarguse peendra pääle, mis 36 jalga ümbert mõõta?
- 17.** Peremees tahtis maa=rulli, mis läbi mõõta 2 jalga paks, niipalju peenemaks tahuda, et rull' poole kergemaks pidi saama; mitu tolli pidi rulli läbimõõt lühemaks jääma?
- 18.** Ümmarguse tiigi kesipaigas oli ümmargune saar; tiigi läbimõõt oli 40 küninart pikk; saare läbimõõt oli 9 küninart. Kui fuur oli tiigi weepind?
- 19.** Märgilaua pääl on keskel must ringpind, mille läbimõõt 16 tolli on; selle ümber on walge rõngas, mis 8 tolli lai. Mitu □-tollid on walge rõngas fuur?
- 20.** Ümmargune torn oli wäljastpoolt 17,2 aršinat ümbert mõõta jäme, seespoolt aga kõiges 12,8 aršinat. Kui palju wundamendi pinda oli müüri all?

- 21.** Walatud rauast toru oli ümbert mõõta $1\frac{1}{2}$ jalga jäme; toru seinapaksus oli $1\frac{1}{2}$ tolli. Mitu \square =tollid oli toru otja pääl seinapind suur?
- 22.** Ümmargusest karrast tükkist, mis 10 tolli läbi mõõta, tahetakse võimalisult suur täisruut wälja lõigata. Kui palju karrast läheb maha?
- 23.** Lillepeenar oli wannipõhja kujuline: 10,5 jalga pikk, 8,4 jalga lai. Kui suur?
- 24.** Weroona linnas on praegu alles üks suur marmori-kivist amfi-teater, mille keiser Domitian ehitada lastnud; niisuur, et sääl 24000 päält=waatajat ruumi leiawad. Selle põhi on nagu wannipõhi: 133 meetert pikk ja 105 meetert lai. Mitu \square =jalga on see põhi suur? (1 meeter = $1\frac{1}{3}$ arsj.).
- 25.** Wannipõhja sarnane tükk pejuöögi põrmandut, 3 jülda pikk ja 2 jülda lai, tahetakse telliskiwidega, mis 1 jalga pikad, $\frac{1}{2}$ jalga laiad, prügida. Mitu telliskivi kulub ära, kui kahanemise tarwis 8% arwatakse?
- 26.** Wann on alt kui ka päält $4\frac{1}{2}$ jalga pikk ja $2\frac{1}{2}$ jalga lai. Kui pikad peab sepp raudwitsjad tegema, mis wannile pääle tahetakse ajada?
- 27.** Aidnik tahab wannipõhja kujulise, 20 arssinat pika ja 12 arssinat laia lillepeendra äärt mõõda ümberringi roosipuud istutada, 2 arssinat tõinetõisest eemale. Mitu roosipuud peab ta istutama?
- 28.** Wannipõhi, mille suur telg 2 jalga, wäike telg $1\frac{1}{2}$ jalga mõõdab, on ümbert mõõta niisama suur, kui toobripõhi. Kui palju on tõine põhi tõisest suurem?
- 29.** Kui suure wannipõhja wõib püstitsepp lauast teha, mis 3 jalga pikk ja 1,5 jalga lai?
- 30.** Wannipõhja sarnase 9 jülda pika ja 6 jülda laia murutüki ümber maja ukse ees käib tee, mis 1 jüld lai. Kui palju tuleb selle tee prügimine maksma, kui \square =jülla päält 30 kop. maksetakse?

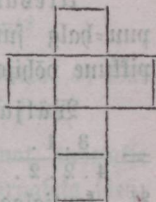
D. Siin ehk kantjuuruse arvamine.

I. Kantik; kolme- ja neljakandiline tulp.

Seletused.

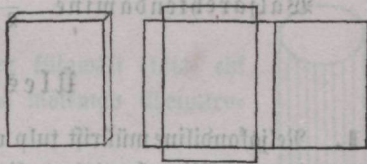


Kantik on keha, millel 6 tasast külge, mis kõik ühesuurused täisruudid.



Kolmekandiline tulp on keha, millel 3 tasast külgwälja, mis kõik täis- ehk pikruudid, ja 2 tasast otswälja, mis mõlemad ühesuurused kolmnurgad.

Neljakandiline tulp on keha, millel 4 tasast külgwälja, mis kõik pikruudid, ehk millest 2 täisruudid, ja kaks tasast otswälja, mis mõlemad ühesuurused täis- ehk pikruudid.



Kantikü siin ehk kantjuurus (s) leitakse, kui ta ühe kandi pikkus (k) kolmanda astme pääle tõstetakse.

$$s = k^3, \text{ (f. o. } s = k \times k \times k\text{).}$$

Sedamööda leitakse siinust, kui see tuttav, kandi pikkus, kui siinust kantarwu põhi otsitakse. $k = \sqrt[3]{s}$.

Ülesanne. Mitu kantjalga liiwa läheb ühe kantjulla pääle?

Wäljarehkendamine. Kantjulla kandipikkus on 6 jalga; sedamööda: $s = 6^3 = 216$ kantjalga.

Ülesanne. Ruussepp tahtis palgi otjakesest kantiku teha, mis 512 kanttollit suur; kui pikk pidi iga kant olema?

Wäljarehkendamine. $k = \sqrt[3]{512} = 8$ tolli.

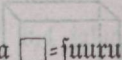
Kandilise tulba kantjuurus leitakse, kui ühe otswälja juurus tulba pikkusega (förgusega) kaswatatakse. Kui otswälja juurus = w , tulba pikkus = p , kantjuurus ehk siin = s , siis: $s = wp$.

$$\text{Sedamööda: } w = \frac{s}{p}; p = \frac{s}{w}.$$

Ülesanne. Mitu kantjalga on neljakandiline tahutud kivitulp fuur, mis $2\frac{1}{2}$ jalga lai, $1\frac{1}{2}$ jalga paks ja 4 jalga pikk?

Wäljarehkendamine. $2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} \times 4 = 15$ kantjalga.

Ülesanne. Mitu kantjalga on 3^e jala pikkune kolmekandiline puu-halg fuur, mille kumbki otsväli kolmnurk on, millel $\frac{3}{4}$ jala pikkune põhijoon ja $\frac{1}{2}$ jalga kõrgust?

Wäljarehkendamine. Teise otsvälja ehk põhivälja -suurus $= \frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{4 \cdot 2 \cdot 2}$ j.; halu pikkus = 3 j. Sedamööda: $s = \frac{3 \cdot 1 \cdot 3}{4 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{9}{16}$ kantjalga.

Ülesanne. Peremees tahtis laudadest neljakandilise kasti teha, mis feest 2 jalga lai ja $1\frac{1}{2}$ jalga sügaw, ja nii fuur, et jenna 24 kantjalga wet fiske mahub; mitu jalga pidi kast pikk saama?

Wäljarehkendamine. $\frac{24}{2 \cdot 1\frac{1}{2}} = 8$ jalga.

Ülesanded.

1. Neljakandiline müürist tulp oli kumbkitpidi 4 jalga paks ja 4 füllda kõrge. Mitu kantjalga oli see tulp fuur?
2. Telliskivi on 12 tolli pikk, 6 tolli lai, 3 tolli paks. a) Mitu kanttulli on ta fuur? b) Mitu niisugust telliskivi kuulub müüristis, mis 5 füllda pikk, 1 f. kõrge, 0,5 f. paks, kui neid lubjawahede pärast umbes 30 protsenti vähem arwatakse?
3. Mitmele hobusele saab jeätüüki wedada, mis 10 jalga pikk, 8 jalga lai ja 2 jalga paks on, feest et jeä 0,9 korda wee raskune on ja 25 kanttulli wet umbes 1 $\frac{1}{2}$ kaalub ja hobuse koormaks 40 puuda arwatakse?
4. Kui pikk on kast, mis 2 küünart lai ja 2,5 f. sügaw, ja 22,5 kantküünart oma fiske mahutab?
5. Wiljasalm oli $2\frac{1}{2}$ füllda pikk ja $1\frac{1}{4}$ füllda lai. Sellesse kallati 180 mati-täit wilja. Kui kõrgesse tõusis wili salwes, feest et matt 1000 kanttulli fuur oli?
6. Raudtee tegemise juures kaeweti maad ära: pikuti 186 küünart, laiuti päält 20 ja alt 7,5 küünart ja 6 küünart kõrguti; see

maa laotati kabe wakamaa pääle ühetaja laiali. Kui paksult tuli jenna maad pääle?

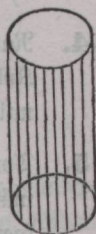
7. Neljakandiline hauakivi on 2 korda nii lai ja 4 korda nii pikk, kui paks, ja on 64 kantjalga suur. Kui paks, lai ja pikk on see hauakivi?
8. Kantik on 216 kantjalga suur; kui pikk on iga kant?
9. Kantiku külgwäljad on ühtekokku 54 ruutjalga suured. a) Kui pikk on iga kant? b) Mitu kantjalga on see kantik suur?
10. Kantiku suurune lubja-auf, mis igapidi 2,8 arsinat, tahetakse kahewõrs niisuureks kaewada, nii et ta kantiku sarnaseks jääb; mitu arsinat peab ta siis pikk, lai ja sügaw olema?

II. Kull'.

Seletused.

Kull' on keha, millel üks kumer külgwäli (täis- ehf pikfruut), ja kaks tasast otswälja, mis mõlemad ühesuured ringid.

Kulli kantsuurus ehf iisu (s) leitakse, kui tõise otswälja (põhiwälja) \square -suurus (w) rulli pikkusega (p) kaswatatakse. Kuna rulli põhiwäli üks ring on, ring-pinna ruut-suurus aga järgmisel juhil leitakse: $m^2 \times 3,14$, — siis rulli $s = m^2 \times 3,14 \times p$.



$$\text{Sedamööda: } m = \sqrt{\frac{s}{3,14 \times p}}; p = \frac{s}{m^2 \times 3,14}.$$

kumer külgwäli täis- ehf pikfruut on, millel põhijooneks rulli põhiwälja ringjoon ja kõrguseks rulli pikkus, siis on rulli külgwälja ruut-suurus $= 2 m \times 3,14 \times p$. Kui rulli pinnasuurus täieste tahetakse wälja arvata, siis arwatagu kumera külgwälja suurusel weel kummagi otswälja ringpinna suurus juure.

Ülesanne. Mitu kantjalga on wõlwiipakk suur, mille pikkus 2 jülda ja läbimõõt 2,5 jalga?

Wäljarehkendamine.

$$s = 1,25^2 \times 3,14 \times 12 = 58,8749 \text{ kantjalga.}$$

Ülesanne: Mitu ruut-jalga võib sellesama palgi ümber maha võetud foorega fatta?

Bäljarehendamine. $2,5 \times 3,14 \times 12 = 94,2$ ruut-jalga.

Ülesanded.

1. Ümmargune tulp on 4 arsinat kõrge; pinnast keskpaigani on ta 0,58 arsinat paks. Mitu ruut-arsinat on selle tulba kumer küljväli juur?
2. Üks jagu wet annab 1700 niisama suurt jagu auru; mitu kanttolli wet kulub seega aurutoru auruga täitmiseks, mis 8 tolli läbi mööda ja 10 jalga pikk?
3. Neljanurgeline tüff raudkarda on 20 tolli pikk ja 10 tolli lai; seda võib kahel viisil toruks kofku käända. Kui pikk on a) esimese, b) teise toru läbimõõt? Kui palju on üks toru teisest suurem?
4. Raudpang oli 1 jalg sügav ja 10 tolli alt kui päält läbi mööda. Kolm niisugust pangitait wet walati ümmarguse tünni sisse, mille läbimõõt $1\frac{1}{2}$ jalga kandis. Kui kõrgesse tõusis wesi tünnis?
5. Toru oli $\frac{1}{2}$ jalga läbi mööda ja 3 jalga kõrge; selle ümber mäsiti nõõri, mis $\frac{1}{4}$ tolli paks, nii et toru nõõriga täieste kaetud oli. Mitu jülda nõõri kulus selle pääle?
6. Kui suur on ümmargune pakk, mille pind 84 ruutjalga ja mille pikkus läbimõõdu wastu, nagu 1 : 2?
7. Raew on 10 küünart sügav; ümmargune sisetine ruum on 1 f. läbi mööda; rafete müüri paksus on 0,5 küünart. Mitu kantküünart müüri on rafetes?
8. Kui suur on rulli pind, mille pikkus kui ka läbimõõt 1 arsin on? Kui suur on kantiku pind, mis sisse poolest selle rulliga ühesuurune on?
9. Kardne pesuwann on 1,5 küünart sügav; põhja suur telg on 2, ja wäike telg 1 küünar pikk. Mitu kantküünart on see wann suur?
10. Wanni jarnane tiigike oli 5,8 arsinat pikk, 4,9 arsinat lai ja 0,85 arsinat sügav; seina müür oli 0,38 arsinat ja põhja müür 0,2 arsinat paks. Mitu kantarsinat oli müüri?

III. Kolme- ja neljakandiline torn ja tòmptorn.

Seletused.

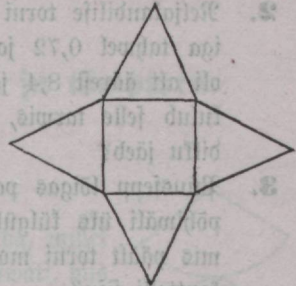
Kolmekandiline torn on keha, millel kolm külwälja ja üks põhiwäli, mis kõik kolmurgad.

Neljakandiline torn

on keha, millel neli külwälja, mis kõik kolmurgad, ja üks põhiwäli, mis täis- ehk pik- ruut.



Kandilise torni siju ehk kantjsuurus (s) leitakse, kui ta põhiwälja □-suurus (w) ta kõrgusega (k) kaswatatakse ja see kaswatus

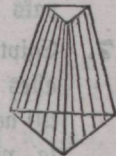
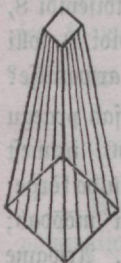


3^o läbi jagatakse. $s = \frac{wk}{3}$.

Ülesanne: Neljakandiline torn on 5,2 jülba kõrge, selle wunda- ment on kumbkõitpidi 1,37 jülba lai. Mitu kantjülba ruumi täidab see torn ära?

Wäljarehkendamine: $s = \frac{1,37^2 \times 5,2}{3} = 3,253 \dots$ kantjülba.

Kandilise tòmptorni kantjsuurus lei- takse: kui põhiwäli = W, lagiwäli = w, kõrgus = k, siju = s, siis $s = \frac{k}{3} (W + w + \sqrt{W \cdot w})$.



Kui tòmptorni sarnase keha kantjsuurust mitte karwa päält, waid üksnes umbes waja teada saada on, siis arwatatakse seda lühemalt nõnda: $s = \frac{(W + w) k}{2}$.

Mida suurem põhi- ja lagiwälja wahje, seda kaugemal selkõmbel leitud kõstus õigesti kõstusest.

Ülesanne: Kartohwli auk oli neljakandiline: 5 jalga sügav ja põhjast kumbkitpidi 3 jalga lai, päält aga $5\frac{1}{3}$ jalga. Mitu kantjalga maad oli sellest august wälja kaewetud?

Wäljarehendamine:

$$s = \frac{5}{3} (3^2 + 5\frac{1}{3}^2 + \sqrt{3^2 \cdot 5\frac{1}{3}^2}) = 89\frac{2}{27} \text{ kantjalga.}$$

Ülesanded.

1. Kandilise torni farnane wai oli 1,5 jalga pikk ja põhjast 0,36 ruutjalga suur. Mitu kantjalga on see wai suur?
2. Neljakandilise torni katus tahetaks tahwlikivi tahwlitega katta: iga tahwel 0,72 jalga pikk ja 0,6 jalga lai; katuse iga külj oli alt äärest 8,4 jalga lai ja 31,5 jalga kõrge. Mitu tahwelt kuulub selle tarwis, kui iga tahwli pinnast $\frac{1}{3}$ tõistega waheldikku jääb?
3. Puusjapp lõigas palgi otsakesest ühe kandilise tüki wälja, mille põhiwäli üks külgühtlane kolnmurk oli, iga külj 0,5 jalga, ja mis päält torni moodu terawaks läks; oli kõrge 1 jalg. Mitu kanttollu siju?
4. Tõmptorni farnane neljakandiline pakk oli alt otsast kumbkitpidi 0,5 ja päält otsast 0,25 küünart paks ja oli 3 küünart pikk. Mitu kantjalga oli see pakk suur?
5. Korstna müür oli alt otsast kumbkitpidi 1,4 arsfinat ja päält otsast 0,6 arsfinat; oli kõrge 12,5 arsfinat. Mitu kantarsfinat müüri on sel korstnal, sest et korsten seestpoolt mõõta alt 0,38 ja päält 0,44 arsfinat kumbkitpidi lai oli?
6. Kui palju maksab tahutud kuuse pal'k, mis ühest otsast tõisepidi 8, tõisepidi 6 tolli, ja tõisest otsast tõisepidi 10, tõisepidi 8 tolli paks on ja 3 sülba pikk, kui kantjala hinnaks 25 kop. arwatakse?
7. Egiptuse maal wana kuulsa Memfise linna lähedal seisab praegu alles muistepõline piramiid, mille kallal 100000 inimest 20 aastat aega töös olnud. See piramiid on 64 raudsülba kõrge; ta põhi on üks täisruut, mille külj 83 raudsülba mõõdab; päälmine ots on ka täisruut, kumbkitpidi 1,6 raudsülba. Arwame nüüd, et see päratu torn täieste umbne, siis tuleb küsida: Mitu kant-raudsülba kiwa oli selle ülesehitamiseks waja kokku taluda?

8. Tõmptorn on 8 küünart kõrge, ta põhiväli on 2,3 □-küünart, lagiväli 0,8 □-küünart juur. Mitu kantküünart ruumi täidab see tõmptorn? Misjugune kostus ilmub aga, kui lühema juhi järele reh fendatakse $\left(\frac{W_1 + w}{2} \cdot k\right)$?

9. Kartohvli aul (neljakandiline) peab päält kumbktpidi 2,3, alt 1,4 küünart lai saama ja 13,96 kantküünart juur; kui sügav?

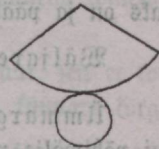
10. Koolipois tegi paksust paberist kanttorni, millel põhjaks 4^{la} tolli pikkune ja laiune täisruut ja külgedeks 4 külgehtlast kolmnurka. Mitu kanttollit oli see torn juur?

IV. Ümmargune torn ja tõmptorn.

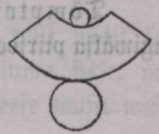
Seletused.



Ümmargune torn on keha, mille üks kumer külgeväli ja üks põhiväli, mis ring on.



Ümmargusel tõmptornil on pääl nende kahe välja ta veel ringi sarnane lagiväli.



Ümmarguse torni kantjuurus ehk siisu (s) leitakse, kui ta põhivälja (w)

juurus ta kõrgusega (k) kasvatatakse ja see kasvatus 3^e läbi jagatakse. Põhivälja poolmõõt = m; seega $w = m^2 \times 3,14$. Sedamööda: $s = \frac{m^2 \times 3,14 \times k}{3}$.

Selle järele: $m = \sqrt{\frac{s}{\frac{1}{3} \times 3,14 \times k}}$; ja: $k = \frac{s}{\frac{1}{3} \times 3,14 \times m^2}$.

Ümmarguse torni kumervälja juurus on niisuur, kui põhivälja piirjoone ja poole küljoone kasvatus. Kui põhivälja piirjoon = r_j, küljoon (s. o. joon, mis torni päänimisest otsast külge mööda kuni alla põhivälja weereni ulatab) = l, põhivälja poolmõõt = m ja kumervälja juurus = s, siis: $s = 3,14 \times m \times l$.

Terwe torni pinna suurus:

$$s = 3,14 m (1 + m); \text{ ja } \text{k} \text{ \u00fclgjoon: } l = \sqrt{m^2 + k^2}.$$

\u00dclesanne: M\u00e4nd oli juurest ladwani 52 jalga f\u00f6rge ja alt otfaft 4 jalga \u00fcmbert m\u00f6\u00f6ta j\u00eame. Mitu kantjalga puud jelle m\u00e4nna t\u00fcmi andis?

W\u00e4ljarehkendamine: Ringjoon = 4; l\u00e4bim\u00f6\u00f6t = $\frac{4}{3,14}$; poolm\u00f6\u00f6t = $\frac{2}{3,14}$; feega t\u00fcmve otfa \square -suurus = $\frac{2^2}{3,14^2} \times 3,14$. See f\u00f6rgusega k\u00e4swatatud ja 3^e l\u00e4bi jagatud: $s = \frac{2^2}{3,14^2} \times 3,14 \times 52 : 3$ ehf $\frac{2^2 \times 3,14 \times 52}{3,14^2 \times 3} = \frac{2^2 \times 52}{3,14 \times 3} = 22,08$ kantjalga.

\u00dclesanne. Mitu ruut-tolli on \u00fche w\u00e4ikese fuhkrup\u00e4\u00e4 kumer f\u00fclgw\u00e4li fuur, jef et fee fuhkrup\u00e4\u00e4 alt otfaft risti l\u00e4bi m\u00f6\u00f6ta 8 tolli pakf on ja p\u00e4alt otfaft f\u00fclge m\u00f6\u00f6da alla weereni 14 tolli m\u00f6\u00f6dab?

W\u00e4ljarehkendamine. $s = 3,14 \times 4 \times 14 = 175,84$ \square -toll.

\u00dcmmargufe t\u00f6mptorni kantfuurus ehf fiifu (s) leitafje: kui p\u00f6h\u00fchw\u00e4lja poolm\u00f6\u00f6t = M, lagiw\u00e4lja poolm\u00f6\u00f6t = m ja f\u00f6rgus = k, fiis: $s = \frac{1}{3} k \times 3,14 (M^2 + m^2 + Mm)$.

T\u00f6mptorni kumera f\u00fclgw\u00e4lja fuurus leitafje, kui p\u00f6h\u00fchw\u00e4lja ja lagiw\u00e4lja piirjoonte pikufe summa f\u00fclgjoone pikufe poolega k\u00e4swatatafje:

$$s = (2M + 2m) 3,14 \times \frac{1}{2}.$$

T\u00f6mptorni terwe pinna fuurus leitafje, kui f\u00fclgw\u00e4lja fuurufefe p\u00f6h\u00fchw\u00e4lja ja lagiw\u00e4lja fuurus weel juure armatafje:

$$s = (2M + 2m) 3,14 \times \frac{1}{2} + (M^2 + m^2) 3,14.$$

\u00dclesanne. \u00dcmmargufe t\u00f6mptorni farnane pakf oli 2 f\u00fcl\u00fcmart f\u00f6rge, alt otfaft 1,2 ja p\u00e4alt otfaft 0,48 f\u00fcl\u00fcmart risti l\u00e4bi m\u00f6\u00f6ta pakf. Mitu kantf\u00fcl\u00fcmart oli fee pakf fuur?

W\u00e4ljarehkendamine.

$$s = \frac{1}{3} \times 2 \times 3,14 (0,6^2 + 0,24^2 + 0,6 \times 0,24) = 1,175616 \text{ kantf\u00fcl\u00fcmart.}$$

Ülesanded.

1. Ümmarguse torni küljsoon on 5 tolli, kõrgus 4 tolli. Mitu kanttollit on see torn suur?
2. Suhkrupää põhivälja poolmõõt on 5 tolli; küljsoon 13 tolli. Kui kõrge ja mitme kanttollit suurune on see suhkrupää?
3. Mäekind oli ümmarguse torni farnane: jala ümbert mõõta 307,72 jalga, ülevalt otsast külge mööda kuni alla weereni 175 jalga. See mäekind taheti ära wedada; mitu kantjalga mulda oli igal töömehel kütutada, kui töömehi 50 oli?
4. Raks ühefõrgust ümmargust torni: tõine 0,56, tõine 1,12 alt läbi mõõta; kuid on kumbki torn oma süsüuuruse poolest tõine-tõise wasta?
5. Raks suhkrupääd olivad alt otsast ühejämedused, aga tõine oli 33 ja tõine 44 tolli kõrge. Kuid oli nende suurus tõinetõise wasta?
6. Mitu \square -küünart oli ümmarguse torni katus suur, sest et torn 12,56 küünart alt ümbert mõõta jäme ja 5,8 küünart kõrge?
7. Kolmest ümmargusest tina-tornikestest: a) 4 tolli kõrge, aga põhjast läbi mõõta 6, 3, ja 1,5 tolli paksud — taheti üks kantil walada. Mitu tolli sai selle kantiku iga kant pikk?
8. Trehtre farnane anum, 18 tolli sügaw ja 24 tolli päält lai, oli wet täis. See wesi kallati toru farnase anuma sisse, mis seestpidi risti läbi mõõta 10 tolli lai. Kui kõrgesse tõusis wesi?
9. Suhkrupää, mis 27 tolli kõrge ja alt otsast 9 tolli paks, tahetasse risti pooleks teha. Kui kõrge peab kumbki pool olema?
10. Kuuse kõrwal, mille wari 34 aršinat pikk, on 1,5 aršinat pikkune kepp püsti, mille wari seljamaal silmapilgul 2,5 aršinat pikk on. a) Kui kõrge on see kuusk? b) Mitu kantarsinat on ta tüwel puusisu, kui ta juure päält 1,57 aršinat ümbert mõõdab? d) Mitu kantarsinat põletispuid annab ta, kui tühja wahete pääle 20% ruumi ühtlasi ligi arwatakse?
11. Laewa ümmargune mastipuu on 24 küünart pikk, päält otsast 0,38 ja alt otsast 0,86 küünart paks. Mitu kantküünart on jelles puud?

12. Ümmargune raudkiwi sammus on alt otjast 4,71 ja päält otjast 3,14 jalga ümbert mööta jäme ja 6 jalga piff. Kui raske on see sammus, kui raudkiwi 2,8 korda wee raskune, 1 kantjalga wet aga 70 *tt* kaalub?


13. Mitu ruutküünart on ühe ümmarguse tõmptorni jarnase paku pind suur, mille alt ots 4 ja päält ots 3 küünart ümbert mööda ja mille küljjoon 1 küünar piff on?

14. Wiina waat on 0,9 jülda piff, kumbki ots 0,48 jülda risti läbi mööta ja punni-augu kohalt on waat 0,68 jülda sügaw. Mitu pangi wiina mahub selle waadi sisse, kui 1 pang = 750 kant-tolli?

Lisa. Waat on kahest ühejuurusest ümmargusest tõmptorni jarnasest kehast kokku pantud, mille jämedad otjad wastastikku on. Sel juhul tuleb eesjehaw ülesanne rehkendada. — Aga digem kostus waadi juurust arwates leitakse järgmisel juhil: Tõsta waadi kõige lühema, *s. o.* otja läbimöödu pool tõije astme pääle, sellele arwa juure kõige pikema (*s. o.* punni-augu) poolmöödu kahefordne ruut; jaadud jumma kaswata waadi pikkuise kolmandikuga ja ilmumud kaswatuist kaswata arwuga 3,14. — Rehkenda nüüd ka jekombel eesjehaw ülesanne wälja!

15. Wann on põhjast 1,8 küünart piff ja 1,2 küünart lai, päält 2,08 küünart piff ja 1,5 küünart lai, sügaw on ta 0,86 küünart. Kui suur on see wann'?

V. Kuul.

 Kuul (tera) on keha, millel kõiges üks ainus kumer wäli on, mille iga koht kuuli keskpunktist ühekaugusel. Dige joon, mis kuuli südame- ehk keskpunktist läbi läheb ja pinnast pinnani ulatab, on kuuli läbimööd (lm). Dige joon, mis kuuli keskpunktist pinnani ulatab, on kuuli poolmööd (m). Ringjoon, mis kuuli pinda mööda nõnda käib, et ta kuuli läbimöödu kummasiki otjast üle läheb, on kuuli kõige juurem ring (R).

Kuuli pinnajuurus (*s*) on nüjuur, kui kuuli kõige juurema ringi pind neljawõrra. See on: $s = 4m^2 \times 3,14$.

Kuuli kantsuurus ehk siju (s) leitakse, kui ta pinna ruut-
juurus kuuli läbimõõdu $\frac{1}{6}$ ga ehk poolmõõdu $\frac{1}{3}$ ga kasmatatakse.

Sedamõõda: $s = 4m^2 \times 3,14 \times \frac{m}{3}$; ehk: $\frac{4m^3 \times 3,14}{3}$.

Tahetakse kuuli pinnajuurusest ehk ta siju kantsuurusest kuuli
poolmõõtu (m) välja arvata, siis:

$$m = \sqrt{\frac{s}{4 \times 3,14}}; \text{ ehk: } m = \sqrt[3]{\frac{3s}{4 \times 3,14}}$$

Ülesanne. Kuuli poolmõõt on 6 tolli. Arva selle järele välja:
a) ümbermõõt; b) pooleks lõigatud kuuli ringväli; d) terve kuuli pind;
e) siju!

Wäljarehendamine.

a) Ümbermõõt = $12 \times 3,14 = 37,68$ tolli.

b) Ringväli = $6^2 \times 3,14 = 113,04$ □-tollid.

d) Kuuli pind = $4 \times 6^2 \times 3,14 = 452,16$ □-tollid.

e) Kuuli siju = $4 \times 6^3 \times 3,14 \times \frac{6}{3} = 904,32$ kanttollid;

ehk: $\frac{4 \times 6^3 \times 3,14}{3} = 904,32$ kanttollid.

Ülesanne. Kui piff on kuuli poolmõõt (m), kui a) pind
= $452,16$ □-tollid, b) siju = $904,32$ kanttollid juur?

Wäljarehendamine: a) $m = \sqrt{\frac{452,16}{4 \times 3,14}} = 6$ tollid.

b) $m = \sqrt[3]{\frac{3 \times 904,32}{4 \times 3,14}} = 6$ tollid.

Ülesanded.

1. Kiriku torni nupp, mis läbi mõõda 2,5 jalga, taheti ära kullata;
mis tuleb selle kuldamine maksma, kui □-küünra eest 30 rbl.
maksatakse?
2. Mitu tolli on kuuli poolmõõt piff, mille pind 1 □-küünra
juurune on?
3. Mitu tolli on kuuli poolmõõt piff, sest et kuul 1 kantküünar
juur on?
4. Kaks kuuli: tõine 4, tõine 12 tolli läbi mõõda. Kuis on a) nende
pinna-juurus, b) nende kantsuurus tõinetõise vastu?

5. Ümmargune wärfne kang, mis 20 tolli pikk ja 4,5 tolli paks, tahetakse kuuliks ümber walada. Kui pikk saab selle kuuli läbimõõt olema?
6. Tina kuulist, mis 9,42 tolli jäme, tahetakse ringi jarnane põhi walada, mis 0,5 tolli paks. Kui pikk saab selle põhja läbimõõt?
7. Kantik, mille iga kant 8 tolli, tahetakse kuuliks ümber walada. a) Kui paks saab kuul? b) Kui palju on kantiku pind kuuli pinnast suurem?
8. Kantiku ja kuuli pinnad on ühesuurused: kumbki 24 \square =tollid. Kui palju on tõine keha tõisest suurem?
9. Kantik, mille kandipikkus 3,6 tolli, treitakse kuuliks. Mitu kanttollid lähed treiides maha?
10. Kuulist, mis 8 kantjalga suur, tahetakse võimalikult suur kantik wälja tahuda. Kui suur saab kantik?
11. Kantiku, kuuli ja rulli pinnad on kõik ühesuurused: 1 \square =arsfin; rulli pikkus ja paksus on ühewäärilised. Mitu kanttollid on iga keha suur?
12. Kuul on 8 tolli paks. Niisama kõrged ja põhjast paksud on rull' ja ümmargune torn. Kuis on need kolm keha oma siju poolest üksteise wastu?
13. Kolm tina kuuli, esimene 12 tolli, tõine 8 tolli, kolmas 4 tolli paks, tahetakse ühelt kuuliks kokku walada. Kui paks saab see kuul?
14. Mängu-pall oli 6 tolli paks; see treiti wäiksemaks, nii et läbimõõt endisest $\frac{1}{12}$ lühemaks jäi. Mitu kanttollid treiiti maha?
15. Keha wajub wette nii sügawasse sisse, et selle läbi eest ära tungitud weefogu just terve keha raskune on. Kui raske on sedamööda kuul, mis $\frac{1}{2}$ jalga paks ja poolest saadik wette wajub? (1 kantjalg wet kaalub 70 tl).
16. Marmori-kiwist mälestuse sammas on järgmistest tükkidest kokku pantud: kantiku pääl, mille kandipikkus 2 jalga, on rull', mille kõrgus 4,5 jalga ja paksus 1,2 jalga; ülewel rulli otsas on kuul, mis 3,14 jalga jäme. Kui raske on see mälestuse sammas, kui marmori-kiwi 2,7 korda nii raske kui wesi?
17. Kui pikk on hõbekuuli läbimõõt, kui ta hind 1 miljon rubla on, ja kui 1 tl hõbedat 30 rbl. annab, ja kui hõbe 10,5 korda wee raskune?

- 18.** Kui paks oleks kuul, mis puhtaft kullast ja mis 1000 miljoni rubla väärt on, kui 1 t kulda 500 rbl. maksab ja kulla raskus wee raskuse wasta nagu 19,6 : 1?
- 19.** Kui palju maksab wäskne katal, mis poole kera sarnane ja päält 1 meeter lai, kui ruut-meeter wäsk-karda $13\frac{1}{2}$ t kaalub ja 1 t 1 rbl. hõb. maksab?
- 20.** Kuuli sarnane tuulelaew on läbi mõõta 24 meetert; ruut-meeter wahariiet, millest laew tehtud, kaalub 0,9 t ; kantmeeter lauša õhku kaalub 3,5 t ; see õhk (gas), millega tuulelaew täidetud, on $\frac{1}{7}$ korda nii raske, kui lauša õhk. Kui rasket foormat jõuab see tuulelaew kanda.
- 21.** Kui seebiwee tilgast, mis 2 kriipsu paks, 6^e tolli paksune wullikene puhutakse, kui paks on siis selle wullikese sein?
- 22.** Maakera läbimõõt on 1720 penifoormat pikk. a) Mitu \square -penifoormat on maakera pind juur? b) Kui juur on päikese pind, sest et päikese läbimõõt 113 korda nii pikk on, kui maakera läbimõõt? d) Kui juur on kuupind, sest et kuu läbimõõt 472 penifoormat pikk on? e) Mitu kuukera jaoks maakeraft?
- 23.** Kui maakera läbimõõt = 1, siis päikese läbimõõt = 113, ja kuu läbimõõt = 0,274. Kuis on jedamööda nende kolme taewakeha juuruised üksteise wasta?
- 24.** Mitu kantpenifoormat õhku on maakera ümber, sest et õhku 10 penifoormat pakuti ja maakera poolmõõt 860 penifoormat pikk arwatakse olewat?

$$18 + = x^2 (1)$$

$$x^2 = 18 + \sqrt{18 +} = x^2$$

$$32 + = x^2 (2)$$

$$x^2 = 32 + \sqrt{32 +} = x^2$$

$$32 + = x^2 (3)$$

$$x^2 = 32 + \sqrt{32 +} = x^2$$

$$x^2 = 100 + \sqrt{100 +} = x^2$$

$$x^2 = 100 + \sqrt{100 +} = x^2$$

Viies päätükk.

Wõrdlused ruut=armudega.

Wõrdlused, kus otšitaw (x) tõises astmes ehk ruudis ette tuleb, on wõrdlused ruut=armudega.

Wõrdlused, mille sees otšitaw (x) üksnes tõises astmes ole-
mas, on wõrdlused selge ruut=armudega.

Wõrdlused, mille sees otšitaw (x) tõises ja esimeses astmes
olemas, on wõrdlused segatud ruut=armudega.

A. Wõrdlused selge ruut=armudega.

Seletused.

Wälja rehkendatakse neid wõrdlusi esite: niisama, kui wõrdlusi ilma ruut=armudeta (waata: Arwum. I., 5. päätükk), — kui siis otšitawa ruut (x^2) ühe külje püäl üksinda seisab, otšitakse kummaski küljest ruubi=põhi, mis läbi otšitaw leitakse, (waata: 2. päätükk B.) Kuna igal ruut=armul faks ühejarnast, aga wastaliski põhja on (waata: Arwum. I., 2. päätükk, IV.), siis peab selge ruut=armudega wõrdluste wäljarehkendus faks wastaliski otšitawa hinda ilmutama.

$$1) x^2 = + 81$$

$$x = \sqrt{+ 81} = \pm 9.$$

$$2) 7x^2 = + 63$$

$$x^2 = + 9$$

$$x = \sqrt{+ 9} = \pm 3.$$

$$3) \frac{1}{4}x^2 = + 25$$

$$\frac{x^2}{4} = + 25$$

$$x^2 = + 100$$

$$x = \sqrt{+ 100} = \pm 10.$$

$$4) \frac{9}{x} + 3x = 4x$$

$$9 + 3x^2 = 4x^2$$

$$3x^2 - 4x^2 = -9$$

$$-x^2 = -9$$

$$x^2 = +9$$

$$x = \sqrt{+9} = \pm 3.$$

$$5) x^2 = +a$$

$$x = \pm \sqrt{a}.$$

Ülesanded.

1. $x^2 = 144.$

2. $3x^2 = 75.$

3. $16x^2 = 1210000.$

4. $5x^2 - 16 = 64.$

5. $\frac{2x^2}{3} = 24.$

6. $\frac{4x^2}{3} = 0.$

7. $\frac{4}{9}x^2 = \frac{25}{36}.$

8. $x^2 + (3\frac{2}{7}x)^2 = 1000^2.$

9. $(2x + 5)(2x - 5) =$

$8x^2 - 61.$

10. $x = 12321 \times \frac{1}{x}$

11. $x^2 = 7.$

12. $10 - \frac{x+25}{x^2} = 2$

$-\frac{x-25}{x^2}.$

13. $\frac{x}{x+4} + \frac{x}{x-4} = \frac{8}{3}.$

14. $5 - x : 4 = 4 : 5 + x.$

15. $\frac{x+11}{x-11} + \frac{x-11}{x+11} = \frac{2026}{45}.$

16. $\frac{4(x^2-5)}{3} - \frac{1}{12} = 20$

$+\frac{3(25-x^2)+10}{4}.$

17. $ax^2 = b.$

18. $ax^2 - b = d.$

19. $mx^2 + nx^2 = a^2p.$

20. $\frac{a^2-x^2}{x^2-b^2} = \frac{a}{b}.$

Reerdülesanded.

1. Kui ma oma raha iga rubla asemele niipalju rublasid saaksin, nagu mul nüüd üleüldse rublasid on, siis oleksin ma 121 rbl. rikas. Mitu rubla on mul praegu?

2. Raswatan ma ühe arvu poolt tema kolmandikuga, siis ilmub 96. Misjugune arv on see?

3. Misjuguise arvu $\frac{1}{7}$ ^{tu} ja $\frac{3}{4}$ ^{tu} kaswatus on $5\frac{1}{4}$?
4. Arwan ma ühele tundmata arwule 3 juure, ja arwan ma sest-samast arwust 3 maha, kaswatan ma siis esmalt saadud summaga tõiselt saadud wahet, siis ilmub 91. Misjugune on see tundmata arw?
5. Arwatakse üks arw a^{le} juure, arwatakse seesama arw a^{st} maha, siis on saadud summa ja wahet kaswatus kolmewõrra nii suur, kui poole a ruut. Kui suur on see arw?
6. Ühe arwu $3\frac{4}{7}$ -kordne tema 8,68-kordsega kaswatatud, annab 5239. Misjugune arw see on?
7. Kui kaswatawale 7 üks arw juure arwatakse ja kaswatawast 9 sellejama tundmata arwu $\frac{9}{7}$ maha arwatakse, siis on 9 ja 7^{me} kaswatus $5\frac{1}{7}$ juurem, kui mõlemate jalkombel muudetud kaswatawate kaswatus. Misjugune see tundmata arw on?
8. Kaks arwu on tõinetõise wastu, nagu 5 : 7. Nende kaswatus on 1260. Misjuguised on need arwud?
9. Kaks arwu on tõinetõise wastu, nagu 11 : 13. Nende kaswatus on 7007. Misjuguised on need arwud?
10. Kolm arwu on üksthõise wastu, nagu 2 : 5 : 11. Nende ruutide summa on 3750. Otsi need arwud!
11. Kolm arwu on üksthõise wastu nagu $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$. Nende ruutide summa on 10309. Need on?
12. Eõawägi oli 80000 meest suur; iga pääliku all oli pool niipalju soldatid, kui päälikuid üleüldse oli. a) Mitu päälikut oli ses sõawäes? b) Mitu meest oli iga pääliku all?
13. Keegi jagas hulga waestele 6 rbl. 54 kop. ära. Ta andis iga waesele kahewõrra niipalju kopikaid, kui waesid oli, ja wiimsele andis ta üle jäänud 6 kop. weel pääle. a) Mitu waest oli saamas? b) Mitu kopikat sai iga waene?
14. Kapital oli 4% pääl kasu kandmas. Kui kapitali rublade hulka wiie kuu kasude rublade arwuga kaswatawatakse, siis ilmub $117041\frac{2}{3}$. Kui suur oli see kapital?
15. Toa pörmand oli 54 -sülba suur. Toa pikkus oli laiuse wastu, nagu $1\frac{1}{2} : 1$. Kui pikk ja lai oli see tuba?

- 16.** Kirik oli põrmandu päält mõõta 1176 □=küünart suur. Laius pikkuse vastu, nagu 2 : 3. Kui pikk ja lai oli see kirik?
- 17.** Laud on a² □=jalga suur. Pikkus laiuse vastu, nagu m : n. Kui pikk ja lai on see laud?
- 18.** Neljanurgeline rohu=aid oli põigiti läbi mõõta ühest nurgast teise 50 küünart; kumbki pikem külge oli 40 küünart pikk; kui pikk oli kumbki otja=külg?
- 19.** Tuba, mis nii pikk kui lai, on põigiti ühest nurgast teise 25 jalga; kui pikk on iga külge=sein?
- 20.** Neljanurgeline laud on 6 jalga pikk ja niisama lai; mitu jalga on põikjoon pikk, mis ühest laua nurgast teise tõmmataks?
- 21.** Lipu=nöör on 15 küünart pikk; kui nöör sirgu tõmmataks, siis ulatab ta ots lati alt=otsast 9 küünart eemal maha; kui pikk on seega lipu=latt?
- 22.** Koolituba peab $\frac{5}{4}$ korda nii pikk kui lai saama; põrmandu suurus peab 180 □=küünart olema. Kui pikk ja lai?
- 23.** Neljanurgeline põld on põikjoont pidi ühest nurgast teise 150 küünart; pikkus on laiuse vastu, nagu 4 : 3. a) Kui pikk ja lai on see põld? b) Mitu wakamaad on see põld suur?
- 24.** Maamõõtja mõötis peremehele heinamaa kätte, mis pikuti ja laiuti üks. Peremehe soovil täites laiendas ta aga heinamaad kumbki pidi 30 küünart ja selle läbi sai heinamaa $\frac{9}{16}$ suuremaks. a) Kui pikk ja lai oli heinamaa esimese mõõtmise järele olnud? b) Mitu wakamaad sai nüüd peremehele heinamaad?
- 25.** Põllust, mille pikkus laiuse vastu oli, nagu 6 : 5, müüti $\frac{1}{6}$ ära, ja seeläbi jäi veel 5625 □=küünart järele. Kui pikk ja lai oli see põld enne müümist?
- 26.** Üks polk mehi marsis ühepikkustes rentides lahingisõja; pakfuti oli rentfondas 5 meest rohkem, kui laiuti. Waenlasele vastu jõudes lasti laiuti igale rendile 845 meest veel otja astuda, mis läbi rentfondas pakfuti kõiges 5 meest jäi. Mitu meest oli ses polgus?
- 27.** Akna ruudi pikkus laiuse vastu on nagu m : n, põikjoon ühest nurgast teise on h. Kui pikk ja lai on see ruut?

- 28.** Raks laewa lähewad ühest sadamast minema, tõine lõuna, tõine lääne poole. Tõine jõuab päewas 4, tõine 3 peniiformat edasi. Mitme päewa pärast on tõine tõisest sihilt mööda 180 peniiformat kaugel?
- 29.** Raks sõpra lahkusiwad teelahkne pääl tõinetõisest; A läks põhja poole, B ida poole; A sammus $2\frac{2}{5}$ forda nii ufinaste edasi, kui B. Kui palju maad käis kumbki minutis edasi, kui nad wiie minuti pärast tõinetõisest sihilt mööda 650 küünart kaugemale oliwad jõudnud?
- 30.** Raks käffjalga A ja B lähewad ühe korraga teele, tõine D mõisast E mõisa, tõine E mõisast D mõisa poole. Kui nad wastastikku tõkku saiwad, oli A 8 wersta enam ära käinud, kui B, ja pidi A weel 6 tundi, B aga $10\frac{2}{3}$ tundi käima, enne kui kumbki päralt jõudis. Kui kaugel oli D mõis E mõisast?

B. Võrdlused segatud ruut-aruwudega.

Seletused.

Võrdlused segatud ruut-aruwudega on arendatud, kui ühe külje pääl eesotsfas otstitawa ruut (x^2) ja selle järel otstitawa esimene aste ühe kaswatajaga (ax) seisab, — tõise külje pääl aga üksnes tuttawa arwud.

Ülesanne. $x^2 + 6x = 7$.

Wäljarehkendamine. Sellest võrdlusest ei ole weel wõimalik ruudi-põhja leida, sest et kumbki külg täielik ruut-aruw ei ole. Et see wõimalik oleks, peab kaheliikmelisele esimesele küljele $x^2 + 6x$ weel kolmas liige juure otstitama, mis läbi see külg täielikuks ruut-aruwaks saab.

Meie teame, et $(x + b)^2 = x^2 + 2xb + b^2$, (waata: 2. pää-tükk, A.); sedamööda on antud ülesandes x^2 ruudi-põhja esimese liikme ruut, $6x$ aga mõlemate liigete kahelordne kaswatus; seega puudub põhja tõise liikme ruut b^2 .

Kuna $6x = 2xb$ peab olema, siis ilmub, et $b = 3$, sest $6x = 2x \cdot 3$.

Seega $b^2 = 3^2 = 9$.

Arwame nüüd antud võrdluse kummagi küljele 9 juure, siis saab kumbki külg ruut-aruwaks:

$$x^2 + 6x + 9 = 16.$$

Kummaski küljest ruudi põhi on:

$$x + 3 = \pm 4.$$

Seega $x = +1$ ehk -7 .

Proov: 1) $1^2 + 6 \cdot 1 = 7$.

$$2) -7^2 + 6 \times -7 = 7.$$

Kolmas liige, mis kaheliikmelisele võrdluse küljele juure tuleb arvata, et sellest küljest täielik ruut-arm saaks, leitakse, kui x^1 kasmataja pool tõise astme pääle tõstetakse. Keskeiswas näituses $x^2 + 6x$ on x^1 kasmataja 6, selle pool 3, selle tõine aste 9. — Et võrdlus õigeks jääks, peab see leitud kolmas liige kummalegi küljele juure arvatama.

Ülesanne. $x^2 - 4x = 60$.

Wäljarehendamine.

$$x^2 - 4x = 60$$

$$x^2 - 4x + 4 = 60 + 4$$

$$x - 2 = \pm 8$$

$$x = +10 \text{ ehk } -6;$$

$$\text{ehk } x = +2 \pm \sqrt{60 + 2^2} = +10 \text{ ehk } -6.$$

Õhtitam = x^1 kasmataja poole vastaline kofku arvatud tõise külje ruudi-põhjaga.

Ülesanded.

1. $x^2 + 6x = 27$.

2. $x^2 - 5x = 6$.

3. $x^2 + 10x = -21$.

4. $x^2 - 10x = -21$.

5. $x^2 - 12x = -27$.

6. $x^2 + 5x = 150$.

7. $x^2 + x = 6$.

8. $x^2 - x = 90$.

9. $x^2 + 26x + 120 = 0$.

10. $x^2 + 1\frac{1}{2}x = 115$.

11. $x^2 + 3\frac{1}{2}x = 10$.

12. $x^2 - \frac{14}{3}x = -\frac{8}{3}$.

13. $x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{8}{9}$.

14. $12x^2 = 21 + \frac{1}{4}x$.

15. $149x^2 - 5960 = 2682x$.

16. $(x + 3)x = 378$.

17. $x^3 + 100 - 20x + x^2 = 68$.

18. $x(-19 + x) = 2880$.

19. $x^2 = 10x + \frac{x^2}{8} + 6$.

20. $\frac{x^2}{5} - 26,6 = -2,4x$.

21. $(2x - 5)(4x - 3) = 0$.

22. $\frac{144}{x-1} - \frac{144}{x} = 2$.

- 23.** $\frac{x-1}{x-2} + \frac{2}{3} = \frac{3-x}{4-x}$ **27.** $x^2 - mx - n = 0$.
24. $x^2 - 24x = -4$. **28.** $x^2 - ax = 6a^2$.
25. $(7x)^2 - 7x = 1$. **29.** $x^2 - 3ax = 10a^2$.
26. $x^2 + mx + n = 0$. **30.** $x^2 - (a+b)x + ab = 0$.

Keerdülesanded.

1. Kahe ühesuuruse arvu summa on nende kaskwatusega ühesuurune. Misfugused on need arwud?
2. Misfuguse arwu ruut on arwust enesest 2756 suurem?
3. Kaks arwu — tõine teisest 1 suurem — annavad kaskwatuseks 272. Misfugused?
4. Kui ühest ruut=arwust tema põhi maha arwatakse, siis jääb 1260 üle. Misfugune on see ruut=arw?
5. Kahe arwu wahel on 6, nende kaskwatus 216. Misfugused need arwud on?
6. Misfugune arw annab 27^{os} kaskwatatud 124 wähem, kui ta tõine aste?
7. Kaks arwu — tõine teisest 3 wäiksem — annavad kaskwatuseks 378. Misfugused?
8. Kahe arwu summa on 10; nende ruutide summa on 68. Need on?
9. Meljanurgeline rohu=aid on 9350 ruut=küünart suur; teisepidi on ta 25 küünart pikem, kui teisepidi. Kui pikk ja lai on see rohu=aid?
10. Alna=ruudi ruut=suurus on a^2 tolli; kõrguse ja laiuse wahel on d . Kui kõrge ja lai?
11. Peremehel oli heinamaa, mis pikuti ja laiuti 60 küünart möödas. Ta wahetas selle ühe tõise heinamaa wastu ära, mis suurusel ja hääduusel poolest esimese jarnane, aga mis risti 22 küünart kitsam oli, kui pikuti. Kui pikk ja lai oli see tõine heinamaa?
12. Meljanurgeline põld oli teisepidi 119 küünart kitsam, kui teisepidi; wagu ühest nurgast põiki tõise nurka oli 221 küünart pikk. Kui pikk ja lai oli see põld?

- 13.** Maja katus oli harjast räästani 20 jalga lai; kui katuse harjast loodi nöör otjaseina päale maha rippuda lastakse, siis on selle nööri pikkus ja pool otja-seina pikkust kokku 28 jalga, nöör aga nimetatud poolest seina pikkusest pikem. Kui pikk oli selle maja otjasein ja kui kõrges katuse hari seina päält?
- 14.** Reegi ostis 180 kop. eest riidet; oleks ta selle raha eest 3 küünart enam saanud, siis oleks küünar 3 kop. odavam tulnud. Mitu küünart ta ostis?
- 15.** Pärandus 16000 rbl. jaeti pärijatele ühetasa ära. Kui kaks pärijat vähem oleks, siis saaks iga pärija 4000 rbl. enam. Mitu pärijat oli?
- 16.** Kaks wööruse pörmantut, kumbki täis=ruudi sarnane, tõine $2\frac{1}{2}$ arsfinat laiem, kui tõine, tahetakse uueste prügida; pörmantudu kiwa, mis neljanurgelised ja mida 9 tükki ruut=arsfina päale läheb, kulub ühtekokku 1429; mitu kummagi wööruse päale?
- 17.** Tare taga oli aiaid 70 küünart pikk, $52\frac{1}{2}$ küünart lai. Perenaine soovis jeda keeduwilja=aiaks, peremees wiljapuu=aiaks. Mõlemate soowi pidi aidnik selkombel täitma, et ta keset aida neljanurgelise tüki maad wiljapuude tarwis ära pidi mõõtma, mille äär aia äärest igalt poolt ühekaugel ja mis terwest aiast just pool. Kui pikk ja lai pidi see tükk maad olema ja kui suur wähe aia ja selle maa=tüki wahel?
- 18.** Kõrtsimees müüs 39 rbl. eest napsi ära ja wõidab selle juures niimitu protsenti, kui mitu rubla ta napsi eest oli wälja annud. Mitme rubla eest oli ta napsi ostnud?
- 19.** Reegi ostis kalewid ühe kuue tarwis ja 28 küünart lõuendid ja maksis ühtekokku 30 rbl. Iga kalewi küünra eest maksis ta niimitu rbl., kui mitu küünart ta ostis, ja 8 küünart lõuendid maksis ühtekokku niipalju, kui üks küünar kalewid. Mitu küünart ostis ta kalewid ja mis maksis küünar kumbki riidet?
- 20.** Peeglil, mis 18 tolli kõrge ja 12 tolli lai, on kullatud raam ümber, iga külje päält ühelaiune ja pinna poolest peegliliga ühesuurune; kui lai?
- 21.** Pärisperemees laskis kaks ühelaiust lina=leutise auku kaewada, tõine 6 jülda tõisest pikem. Kummagi augu kohta oli ta kauba

nõnda teinud, et sülla kaemamine pool niipalju rublasid maksab, kui auf süldasid piff. Ühtekokku maksis ta 178 rbl. Kui piff kumbki ligu?

22. Neljanurgelise maatiigi pääle, mis 75 küünart piff ja 56 küünart lai, tahetasje maja ehitada, mis maatrundist just $\frac{24}{35}$ oma alla wõtab ja mille seinad selle külgedest just ühekaugusel. Kui lai on selle maatiigi weer maja ümber?

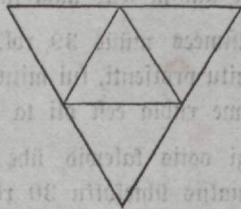
23. Pambuse roog, mis 32 jalga piff, murti tullest ühest kohast pooleks, nii et ladwa=ots tüwest 16^{ne} jala kaugusel maha ulatas. Ütle, kui kõrgelt oli ta maha murtud?

24. „Pane tähele, minu noor koolipois: ühe anikarja riudi=põhja künnefordne arw anisid, kes pilwi nägiwad tõuswat, lendasiwad Manus=järwe pääle, terve karja kahetsas jagu lendas järwe weerde kõrkjasse ja 3 paari mängisiwad mõtja ääres murul. Nüüd ütle mulle, minu kähärpääga koolipois,“ nii lõpetas kaulil Sanskriti=keesel pajatades India koolmeister oma luuleliku eksempli, — „ütle mulle, kui suur oli koguna anikari!“

Lija 63. Iehetülse juure. Kolmekandiline torn (a) ja selle väljad (b).



a



b

Kuues päätükk.

Järg=arwud.

Arwude järg, milles iga järgmine arw selwiisil ilmub, et eelminejale arwule ifka üks ja seejama arw juure arwatakse, on sammum järg.

Arwude järg, milles iga järgmine arw selwiisil ilmub, et eelminejat arwu ifka ühe ja sellejama arwuga kaswatatakse, on forwad järg.

A. Sammutwad järjed.

Seletused.

1) Sammutwad järjed on näituseks:

Arwude päris järg: 1 2 3 4 5 6 ...;

paarisarwude järg: 2 4 6 8 10 12 ...;

liigisarwude järg: 1 3 5 7 9 11 ...

Järje üfsikud arwud on järje liikmed. — Arw, mis eelminejale liitmele ifka juure arwatakse, et järgmine liige ilmuks, on wah.

Sammum järg on tõusew, kui wah üks üleneja arw on.

Sammum järg on wajuw, kui wah üks alaneja arw on.

Näituseks:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7. liige.
I.	7	9	11	13	15	17	19.
{	a	a + w	a + 2w	a + 3w	a + 4w	a + 5w	a + 6w.
II.	12	10	8	6	4	2	0.
{	a	a - w	a - 2w	a - 3w	a - 4w	a - 5w	a - 6w.

Kui ühe sammumwa järje algusliige (s. o. esimene liige) ja wah teada on, siis võib järje sünnitada ja edasi sammutada, kui kaugele tahes.

Üleüldiselt tähendame:

- algusliige = a;
 viimne liige = z;
 liigete arv = n;
 wahe = w;
 liigete summa = s.

2) Näitus, kuidas sammuva järje viimne liige (z) välja tuleb arvata, kui algusliige (a), wahe (w) ja liigete arv (n) tuttavad:

1.	liige = a	5
2.	" = a + w	5 + 3
3.	" = a + 2w	5 + 2 · 3
4.	" = a + 3w	5 + 3 · 3
.....
.....
12.	" = a + 11w	5 + 11 · 3
n ^{bas}	" = a + (n - 1)w	5 + (12 - 1)3.
	z = a + (n - 1)w.	5 + (12 - 1)3.

Sellest on näha, et wahe igale liikmele ükford vähem on juure arvatud, kui liikme koha-arv näitab. Kui nüüd n liigete arv on, siis on viimse liikme koha-arv n; seega peab wahe (w) selle liikmele n - 1 forda juure arvatud olema.

Juht: $z = a + (n - 1)w$.

See on: Sammuva järje viimne liige (z) leitakse, kui wahe (w) liigete arvuga vähem üks (n - 1) kaskwatatakse ja see kaskwatus algusliikmele (a) juure arwatatakse.

Ülesanne. Järgmisel järjel olgu 25 liiget; 3, 7, 11, 15 ...; kui suur on viimne liige?

Wäljarehkendamise. a = 3; w = 4; n = 25.

$$z = 3 + (25 - 1)4.$$

$$z = 99.$$

(Rehkenda ülesanded 1—9).

3) Näitus, kuidas sammuva järje summa (s) välja tuleb arvata, kui algusliige (a), viimne liige (z) ja liigete arv (n) tuttavad on.

Järg: 3 5 7 9 11 13 15 17.

Ümberpöördub: 17 15 13 11 9 7 5 3.

Rokku: 20 20 20 20 20 20 20 20;

ehf: $8 \times 20 = 160$.

See on aga antud järje kahfordne summa. Seega:

$$s = 160 : 2 = 80.$$

Üleüldse:

$$s = a + a + w + a + 2w \dots \dots \dots + a + (n-1)w.$$

$$s = a + (n-1)w + a + (n-2)w + a + (n-3)w \dots + a.$$

$$2s = 2a + (n-1)w + 2a + (n-1)w + 2a + (n-1)w \dots (n \text{ forda}).$$

$$\text{Ehf lühemalt: } 2s = [2a + (n-1)w]n.$$

Runa nüüd $2a + (n-1)w$ esimese ja viimse liikme summa on, siis võime seda lühemalt tähendada: $a + z$.

$$\text{Siis: } 2s = (a + z)n.$$

$$\text{Zuht: } s = \frac{(a + z)n}{2}.$$

See on: Sammuma järje liigete summa (s) leitakse, kui esimese (a) ja viimse liikme (z) summa liigete arvuga (n) kaskwatatakse ja see kaswatus 2^{ne} läbi jagatakse.

Ülesanne. Sammuv järg algab 3^{ga} ja lõpeb 17^{ga}; liigete arv on 8. Kui suur on selle järje summa?

Wäljarehkendamine. $a = 3$; $z = 17$; $n = 8$.

$$s = \frac{(3 + 17)8}{2} = 80.$$

(Rehkenda ülesanded 10—17).

4) Zuhatas, kuidas sammuma järje arwamises kolme tuttawa tüki waral kaks tundmata tükki tuleb wälja arwata. Runa kase otsitawa wäljaarwamises kõiges kaks wõrdlust waja on (waata: Arwuw. I, 5. päät. B.), siis on hõlbus, kasest järgmisest wõrdlusest, kui kolm tükki tuttawad, mõlemaid tundmata tükkisid wälja arwata.

$$a) z = a + (n - 1)w;$$

$$b) s = \frac{(a + z)n}{2}.$$

Ülesanne. Mitu liiget on sammumas järjes ja kui suur on wiimne liige, kui algusliige = 3, wähe = 4, summa = 1275?

Wäljarehkendamine. Otsida on n ja z . Otsime esiteks n ja paneme z ajemele jelle hind mõrdlusest a) mõrdluse b) fisje (Arvum. I., 5. päät. B., asendamise viis), siis:

$$b) s = \frac{[a + a + (n - 1)w]n}{2}; \text{ ehk arvudega:}$$

$$b) 1275 = \frac{[3 + 3 + (n - 1)4]n}{2};$$

$$1275 = \frac{[6 + 4n - 4]n}{2}$$

$$2 \cdot 1275 = 6n + 4n^2 - 4n$$

$$2 \cdot 1275 = 4n^2 + 2n$$

$$637,5 = n^2 + \frac{1}{2}n \text{ (Waata: 5. päät. B.)}$$

$$n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{16} = 637,5625$$

$$n + \frac{1}{4} = 25,25$$

$$n = 25 = \text{liigete arv.}$$

$$a) z = 3 + (25 - 1)4$$

$$z = 99 = \text{wiimne liige.}$$

(Rehkenda ülesanded 18—25 ja 26—50).

Ülesanded.

Kui suur on z , kui:

1. $a = 7; w = \frac{1}{4}; n = 16?$

2. $a = -7; w = 3; n = 8?$

3. $a = 24; w = -\frac{5}{7}; n = 22?$

4. $a = 4; w = \frac{2}{3}; n = 14?$

5. $a = 9; w = -2; n = 18?$

6. $a = 28\frac{1}{2}; w = -5\frac{3}{4}; n = 47?$

7. 5, 9, 13, 17, . . . Kui suur on jelle sammuna järje 23. liige?

8. Misjagune arv on sammuna järje 48. liige, mille algusliige 6 ja wahe 2 on?

9. Sammuna järje esimene liige on 28, wahe $1\frac{1}{3}$ ja liigete arv 11.

Kui suur on wiimne liige?

Kui suur on s , kui:

10. $a = 6; z = 2833; n = 38?$

11. $a = 100; z = -14; n = 20?$

12. $a = 8$; $z = 122$; $n = 20$?
13. $a = -5$; $z = 355$; $n = 41$?
14. $a = 7$; $z = 10^{3/4}$; $n = 16$?
15. Kui fuur on arvude 1 kuni 100 päris järje summa?
16. Kui fuur on järgmise järje summa:
8, 6, 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, -10?
17. Kui fuur on aasta-arvude summa Kristuse sündimisest kuni 1880, jee wiimne arv ka ligi arvatud?
- Arwa z ja s wälja, kui:
18. $a = 8$; $w = 5$; $n = 12$.
19. $a = 2$; $w = 3$; $n = 22$.
20. $a = -5$; $w = 9$; $n = 41$.
21. $a = 12$; $w = 2^{1/2}$; $n = 13$.
22. $a = 9$; $w = -2$; $n = 18$.
23. $a = \frac{1}{2}$; $w = -\frac{1}{8}$; $n = 20$.
24. $a = 0$; $w = \frac{1}{2}$; $n = 11$.
25. $a = -\frac{3}{4}$; $w = \frac{7}{8}$; $n = 25$.

-
26. $a = 6$; $n = 38$; $z = 2833$; $w = ?$
27. $a = 2$; $w = 8$; $z = 1002$; $n = ?$
28. $w = \frac{1}{4}$; $n = 16$; $z = 10^{3/4}$; $a = ?$
29. $a = 5$; $w = 3$; $z = 32$; $n = ?$ $s = ?$
30. $a = 100$; $n = 20$; $s = 860$; $w = ?$ $z = ?$
31. $a = 10$; $z = 100$; $n = 13$; $w = ?$ $s = ?$
32. $a = 15^{3/4}$; $z = -6$; $s = 146^{3/4}$; $n = ?$ $w = ?$
33. $w = 6$; $n = 5$; $s = -125$; $a = ?$ $z = ?$
34. $w = \frac{1}{2}$; $n = 16$; $z = 12,5$; $a = ?$ $s = ?$
35. $a = 9$; $w = \frac{5}{7}$; $s = 363$; $n = ?$ $z = ?$
36. $z = -37$; $w = -\frac{2}{3}$; $s = -1024$; $n = ?$ $a = ?$
37. $n = 41$; $z = 137$; $s = 2993$; $a = ?$ $w = ?$
38. $a = 8$; $w = 6$; $z = 122$; $s = ?$
39. $a = 7$; $n = 25$; $s = 325$; $w = ?$
40. Sammuwa järje algusliige on 3 ja 15. liige on 59. Kui fuur on wähe?
41. Kui fuur on sammuwa järje algusliige ja summa, sest et wiimne liige 24, wähe $\frac{5}{7}$ ja liigete arv 22 on?

42. Arva liigete arv ja summa wälja, kui esimene liige 3, wahel $\frac{3}{4}$ ja wiimne liige 48 on!
43. Sammuwa järje esimene liige on 16, wahel 32, summa 1600. Mitu liiget on sel järjel?
44. Üks 50^{me} liikmeline sammuw järg tuleb sünnitada, mille algusliige 5 ja summa 3925 on. Kui suur peab wahel olema ja wiimne liige?
45. 7^{me} ja 13^{me} wahel tuleb 8 liiget sädida, nii et üks sammuw järg ilmub. Misjughesed on need liikmed?
46. Sae järje 5, 17 j. n. e. iga kahe järjes seiswa liikme wahel 5 uut liiget, nii et järg sammuwaks jääb?
47. Jaota arv 36 nõnda 10^{netis} osaks, et iga järgmine osa eelmisest ikka $\frac{1}{3}$ suurem on;
48. Ühe sammuw järje 6. liige on 22 ja 18. liige on 70. Kui suur on selle järje esimene liige ja wahel?
49. Kui tutawad on : a, w, z, — kuis leitakse siis n ja s?
50. Antud on: n, z, s; otsida on: a ja w.

Tarwitatud ülesanded

1. Mitu pauku lööb tunnikell keskpäewast keskööni?
2. Keegi andis küsimise pääle: kui palju ta palka saab — kostujeks: „Müüd on minu palk 550 rbl.; aga ametisse astudes ei olnud see suurem kui 100 rbl., sain aga iga aasta ikka 30 rbl. rohkem.“ Mitu aastat on ta seega juba ametis olnud?
3. Teenijale makseti esimesel aastal 28 rbl. palka, iga järgmisel aastal aga ikka 3 rbl. enam kui eelmisel. Mitu rubla sai see teenija 11. aastal? Mitu rbl. kõige 11 aasta päält ühtekokku?
4. Raewu kaewamise ja ehitamise eest, mis 50 jalga sügaw, makseti esimese jala päält 2 rbl. 70 kop., iga järgmise jala päält ikka 5 kop. enam. Kui palju tuli see kaew maksma?
5. Kui üks koha esimesel ajamöödul $15\frac{1}{2}$ pikkuse möötu edasi liigub, iga järgmisel aga 31 pikkuse möötu rohkem kui eelmisel, kui pikk on siis 16^{ndel} ajamöödul ära käidud tee?

6. Üks keha langeb esimeses sekundis 7 küünart, igas järgmises 4 küünart rohkem kui eelminejas. Mitme sekundiga on ta 1375 küünart sügavasse langenud?
7. Koobi farnase maatüki pääle istutati noori puud, esimesesse renti 5 puud, igasje järgmisesse ifka 7 puud enam kui eelminejasje. Mitmendas rendis oli 117 puud?
8. Ratusse külje pääl on 21 renti katuse kiwa, igas järgmises rendis ifka 1 kiwi enam kui eelminejas, kofku 588 kiwi. Mitu kiwi on esimeses, mitu wiimses rendis?
9. Peremees hafas raha koguma; 100 rbl. oli tal juba tagawaraks; jenna juure lifas ta 9 aastat järgimööda 1. aastal 50 rbl. ja igal järgmisel aastal ifka 5 rbl. enam kui eelminejal. Kui rikas oli ta 9. aasta lõpul?
10. 680 kop. jaotati hulga waeste pääle selkombel ära, et esimene waene 80 kop. sai, ja iga järgmine eelminejast 5 kop. vähem. Mitu waest oli saamas ja mitu kop. sai kõige wiimne?
11. Kui 200 rbl. 5 protsendi pääle lihtkafu *) kandma pannakse ja iga aasta lõpul 300 rbl. kapitalile järjest juure lifatakse, kui palju kafu saadakse siis 20^{me} aastaga?
12. 2300 rbl. on 4 % pääl lihtkafu kandmas. Kui juur on see kapital 5^e aasta kafudega ühtekofku?
13. Kui fuur on kapital, mis 4 % pääl lihtkafu kandmas, jest et sellele iga aasta lõpul 300 rbl. juure pannakse ja 7. aasta lõpul kõik kapital ja kafud kofku 5296 rbl. wälja teewad?
14. 1300 rbl. panti lihtkafu kandma; iga aasta lõpul lifati sellele kapitalile 200 rbl. juure ja saadi selkombel 7. aasta lõpul kapitali ja kafusid kofku 3365 rbl. Mitme protsendi pääle oli see raha wälja laenatud?
15. Mitme aastaga kaswab 3500 rbl. 5 % pääl lihtkafu kandes, kui talle iga aasta lõpul 300 rbl. juure pannakse, kafudega kofku 6025 rublani?

*) Lihtkafu on kafu, mida kapitalile mitte lihanduseks ei jäeta, waid mis jätjest ära wõetakse. (Kui kafud kapitali lihanduseks jääwad, siis on kapital rentendi pääl).

- 16.** 800 rubla peab säetud tähtpäewadel ära maksetama, selkombel et 1. tähtpäewal 20 rbl., igal järgmisel ifka üks kindel jagu enam kui eelminejal, ja wiimisel tähtpäewal 80 rbl. maksetakse. Mitme tähtpäewaga saab see raha maksetud ja kui palju makseti järgmisel tähtpäewal ifka enam kui eelminejal?
- 17.** Wõlgnik lubas oma wõla, 1650 rbl. 15^{te} kuuga ära maksta: esimesel kuul 40 rbl., igal järgmisel ifka üks kindel jagu enam. Kui palju peab ta igal järgmisel kuul ifka enam maksma? Kui palju peab ta wiimisel kuul maksma?
- 18.** 6372 rbl. on 9. aasta algusel maksta (j. o. maksja wõib jelle raha 8 aastat ilma protsendi makfuta oma käes pidada), tahetakse aga warfi ära maksma hakata: 9 hoobiga, iga aasta algusel 600 rbl. Kui kõrge protsendi arw on sel maksmisel põhjaks?
- 19.** 2340 rbl. peab 5. aasta algusel ilma intresfita tagasi maksetama, tahetakse aga iga aasta algusel maksetawa ühefuuruste summadega ära tasuda. Kui fuur on see igaford maksetaw summa, kui 4% lihtkafu arwatakse?
- 20.** 2736 rbl. peab hulga aastate järele ilma kafudeta tagasi maksetama; jelle asemel aga tasutakse see wõlg 300 rubla kaupa, mis iga aasta algusel kuni terve wõla tasumise tähtpäewani maksetakse. Mitmenda aasta algusel on see tähtpäew, kui 4% arwatakse?
-
- 21.** Üks arw on kolme-kohaline, kohjade ükfitud numbrid sünnitawad ühe sammuga järje. Kui see arw tema ristsumma läbi jagatakse, siis on jagu 26; kui talle aga 198 juure arwatakse, siis ilmuwad needsamad numbrid ümberpöörduid järje mööda. Misfugune arw see on?
- 22.** Neli arwu sünnitawad ühe sammuga järje, nende arwude summa on 32, nende ruutide summa on 276. Misfugused on need arwud?
- 23.** Täiswinklise kolmnurga küljed sünnitawad ühe sammuga järje. Pikem winkljoon on 6 jalga pikk. Kui pikad on kaks teist külge?
- 24.** Täiswinklise kolmnurga küljed sünnitawad ühe sammuga järje; nende summa on 84. Kui pikk on iga külge?
- 25.** Täiswinklise kolmnurga küljed sünnitawad ühe sammuga järje. Kolnmurk on 216 □=jalga fuur. Kui pikk on iga külge?

- 26.** Koolmeister ostis raamatupoest 7 raamatut, mille hinnad sammumas järjes seisivad. See raamat, mis hinna poolest kõige odavamale kõige lähedamal seisib, maksis 80 kop., kõige kallim raamat maksis 2 rbl. 30 kop. Kui kallis oli iga raamat ja kui palju tuli raamatu-kaupmehele maksta?
- 27.** Töomes kaevab kaevu; saab esimese jala päält 8 kop., teise päält 10 kop. j. n. e. ikka 2 kop. järjest enam. 4 rbl. 50 kop. makseti talle ette. Kui sügavasse peab ta selle raha eest kaevama?
- 28.** Koobas taheti 15 jalga sügav kaevada. Töomes aga jättis, pääle selle kui ta 10 jalga oli kaevanud, töö teise hooleks. Kui palju teenis kumbki töomes, sest et esimese jala päält 10 kop., iga järgmise jala päält ikka 5 kop. enam makseti?
- 29.** Sulane ostis hobuse. Raup tehti nii, et ostja esimese kabjaraua naela eest 20 kop., teise eest 25 kop. ja nii iga järgmise naela eest ikka 5 kop. enam maksab. Kui palju maksis hobune, sest et kabja-naelu 32 oli?
- 30.** Koolmeister oli 20 aastaga 9750 rbl. palka saanud, ja selkombel, et igal järgmisel aastal ikka 25 rbl. enam kui eelmisel. Kui suur oli ta esimese ja kui suur 20^{nema} aasta palk?
- 31.** Gesti Aleksandri-kooli pääle lubasivad 3 wenda A, B ja D kofku 27 rbl. maksta ja nii et, nende maksud tõusewas sammumas järjes seisivad. Kuna D aga enne maksmist ära suri, wõtsivad A ja B ka tema maksu oma pääle sel möödul, nagu 3 : 2. Selle läbi oli terve A maks terve B maksu wastu nagu 4 : 5. Kui palju oli iga wend eestotsja lubanud?
- 32.** Mias kaswas 41 renti noori puid, kofku 2829 puud. Igas järgmises rendis oli ikka 3 puud enam kui eelmises. Mitu puud kaswas esimeses, mitu wiimises rendis?
- 33.** Tühja ruumi sees kufub keha esimeses sekundis 4,9 meetert ja igas järgmises sekundis 9,8 meetert enam kui eelmises. Mitu jalga on torn kõrge, mille otsast see 4^{ia} sekundiga maha kufub?
- 34.** Mitu meetert sügavasse kufub keha tühjas ruumis 60^{nemas} sekundis?
- 35.** Mitu silda sügavasse kufub keha tühjas ruumis 10^{ne} minutiga?
- 36.** Rahest linnast lähewad T ja U ühel ajal minema, tõiendisele wasta. T käib 1. päewal 1 penikoorma, 2. päewal 3 penikoormat, 3. päewal 5 penikoormat j. n. e. U käib 1. päewal

2 penifoormat, 2. päeval 4 penifoormat, 3. päeval 6 penifoormat j. n. e. Mitme päeva pärast jõuavad T ja U tõine-tõisega vastastikku kokku, sest et tõine linn tõisest 210 penifoormat kaugel on?

37. Rehale, mis esimesel ajamöödul 2 pikkuse möödu ja igal järgmisel ajamöödul ikka ühe pikkuse möödu enam kui eelminejal edasi ruttab, läheb 5 ajamöödu pärast tema minema-minemist tõine keha järele, mis esimesel ajamöödul 5 pikkusemöödu, igal järgmisel ajamöödul aga 0 pikkusemöödu enam edasi ruttab, kui eelminejal. Mitme ajamöödu järele jõuab tõine keha esimesele järele?

38. 20 soldatile, kes kõige esimesed kindlusesse tormajad, jaotati üks rahajumma nõnda ära, et iga järgmine eelminejast ikka ühepalju vähem sai. 5. ja 12. mees said kokku $6\frac{1}{4}$ rbl.; 16. ja 7. mees said kokku $4\frac{3}{4}$ rbl. Kui suur oli ära jaotatud rahajumma?

39. Sammuwal järjel on järgmised omadused: algusliige = 5; kõige liigete summa = 1050; järje esimese poole liigete summa = 275. Mitu liiget on sel järjel ja kui suur on viimne liige?

40. Kaks jänest hüppavad lagedal koerte eest mõtja poole. Esimene jänes hüppab ühistel ajamöödudel 1, 2, 3, 4 j. n. e. küünart; tõine hakkab siis alles hüppama, kui esimene juba 14 korda hüpanud, ja hüppab neis ühistes ajamöödudes 1, 3, 5, 7 j. n. e. küünart. Ta jõuab esimesele järele ja on siis kolme hüppamisega võsa ääres. Kui palju maad oli säält kohalt, kust jänesed hüppama hakkasid, võsa äärde ja kui kaugel oli esimene jänes võsa äärest sel filmapilgul, kui tõine senna jõudis?

B. Kordatavad järjed.

Seletused.

1) Kordatavad järjed on näituseks:

1 3 9 27 . . . ;

2 4 8 16

Arv, millega eelminejat liiget ikka kaskwatatakse, et järgmine liige ilmuks, on kaskwataja.

Kordav järg on tõusev, kui kaskwataja 1^{best} suurem on.

Kordav järg on wajuw, kui kaskwataja 1^{best} väiksem on.

Näituseks:	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7. liige.
I.	{	2	4	8	16	32	64 128.
	{	a	ak	ak ²	ak ³	ak ⁴	ak ⁵ ak ⁶ .
II.	{	128	64	32	16	8	4 2.
	{	a	ak	ak ²	ak ³	ak ⁴	ak ⁵ ak ⁶ .

Üleüldiselt tähendame:

Algusliige = a;

viimne liige = z;

liigete arv = n;

kasvatataja = k;

summa = s.

2) Näitus, kuidas kordava järje viimne liige (z) välja tuleb arvata, kui algusliige (a), kasvatataja (k) ja liigete arv (n) tuttavad:

1.	liige = a	1
2.	" = ak	1 · 2
3.	" = ak ²	1 · 2 ²
4.	" = ak ³	1 · 2 ³
.....
12.	" = ak ¹¹	1 · 2 ¹¹
n ^{bas}	" = ak ⁿ⁻¹	1 · 2 ¹²⁻¹
	z = ak ⁿ⁻¹	1 · 2 ¹²⁻¹ .

Sellest on näha, et kasvatataja kordaja (waata: 2. päät.) iga liikme juures ikka 1 vähem on, kui selle liikme koha=arw näitab. Kui nüüd liigete arv n on, siis on viimse liikme koha=arw n; seega peab selle liikme kasvatatajal kordajaks olema n-1.

Juht: $z = ak^{n-1}$.

See on: Kordava järje viimne liige (z) leitakse, kui kasvatataja (k) niimitmenda astme pääle tõstetakse, kui liigete=arw vähem üks (n-1) näitab, ja see aste algusliikmega (a) kasvatatakse.

Ülesanne. Järgmisel järjel on 10 liiget: 3, 6, 12, 24 ... ; kui suur on viimne liige?

Väljarehkendamine. $a = 3$; $k = 2$; $n = 10$.

$$z = 3 \times 2^{10-1}$$

$$z = 3 \times 2^9$$

$$z = 1536.$$

(Rehkenda ülesanded 1-5).

3) Näitus, kuidas kordava järje summa (s) wälja tuleb arwata, kui algusliige (a), wiimne liige (z) ja kawataja (k) tuttawad:

Järg olgu: 4, 12, 36, 108, 324; selle iga liiget kawatame järje kawatajaga (siin 3^{na}), siis saame uue järje, mille summa kolmewõrs niisuur, kui antud järje summa. Arwame nüüd antud järje summa kolme-kordsest summast maha, siis:

$$\begin{array}{r} s = 4 + 12 + 36 + 108 + 324 \\ 3s = \quad 12 + 36 + 108 + 324 + 972 \\ \hline 2s = -4 \qquad \qquad \qquad + 972 \\ \qquad \qquad \qquad 2s = 968 \end{array}$$

$$s = 484.$$

Üleülbje:

$$\begin{array}{r} s = a + ak + ak^2 + ak^3 \dots + ak^{n-1} \\ ks = \quad ak + ak^2 + ak^3 \dots + ak^{n-1} + ak^n \\ \hline ks - s = -a \qquad \qquad \qquad + ak^n \\ \qquad \qquad \qquad (k - 1)s = ak^n - a. \end{array}$$

ak^n ei ole aga muud midagi, kui kawataja (k) ja wiimse liikme (ak^{n-1}) kawatatus, ja wõime seda sellepärast lühemalt tähendada: kz.

Seadamööda: $(k - 1)s = kz - a.$

Juht: $s = \frac{kz - a}{k - 1}.$

See on: Kordava järje summa (s) leitakse, kui kawataja (k) wiimse liikmega (z) kawatatakse, sellest kawatusest esimeene liige (a) maha arwatatakse ja see ülejäädaw kawataja wähem üks (k - 1) läbi jagatakse.

Ülesanne. Kordaw järg algab liikmega 3 ja lõpeb liikmega 1536; kawataja on 2. Kui suur on selle järje summa?

Wäljarehkendamine. $a = 3$; $z = 1536$; $k = 2.$

$$s = \frac{2 \cdot 1536 - 3}{2 - 1} = 3069.$$

(Rehkenda ülesanded 6—10).

4) Juhatuse, kuidas kordava järje arwamises kolme tuttawa tüki waral kaks tundmata tükki tuleb wälja arwata.

a) $z = ak^{n-1}$ b) $s = \frac{kz - a}{k - 1}.$

Ülesanne. $k = 5$; $n = 3$; $s = 124$; $a = ?$ $z = ?$

Wäljarehkendamine. a) $z = a \cdot 5^{3-1}$.

$$a) 124 = \frac{5z - a}{5 - 1}.$$

$$b) 124 = \frac{5(a \cdot 5^{3-1}) - a}{5 - 1};$$

$$124 = \frac{125a - a}{5 - 1} = \frac{124a}{4} = 31a.$$

$$a = 4. \quad z = 4 \cdot 5^{3-1} = 100.$$

(Rehkenda ülesanded 11—25).

Tähendus. Ülesanded, mis kõrgema matemaatika sisse viivad, peame siin kõrwale jätma, näituseks liigete arvu (n) wõrdluse teel otsida, mis sistsi lihtkombel arwates ferge leida on, kui tõised tüfid tuttawad.

Ülesanded.

Kui suur on z , kui:

1. $a = 4$; $k = 3$; $n = 8$ 3. $a = \frac{1}{2}$; $k = 3$; $n = 5$?

2. $a = 2$; $k = 2$; $n = 7$? 4. $a = -3$; $k = 2$; $n = 7$?

5. Kui suur on kordawa järje 9. liige, kui jelle 1. liige 3 ja kawatataja 2 on?

Kui suur on s , kui:

6. $a = 3$; $k = 2$; $z = 192$? 8. $a = 4$; $k = 3$; $z = 78732$?

7. $a = 6$; $k = 2$; $z = 3072$? 9. $a = \frac{1}{2}$; $k = 3$; $z = 40\frac{1}{2}$?

10. Kui suur on kordawa järje summa, sest et jelle 1. liige 4, 2. liige 12 ja wiimne liige 8748 on?

Arwa z ja s wälja, kui:

11. $a = 4$; $k = 5$; $n = 2$. 14. $a = 2$; $k = -3$; $n = 5$.

12. $a = 4$; $k = 3$; $n = 10$. 15. $a = 4$; $k = \frac{3}{4}$; $n = 12$.

13. $a = 5$; $k = 4$; $n = 9$.

16. Kordaw järg algab 1^{ga}, kordab 2^{ga}, lõpeb 13. liikmega. Kui suur on wiimne liige? Kui suur on kõikide liigete summa?

17. $z = 3072$; $k = 2$; $n = 10$; $a = ?$

18. $a = 3$; $k = 2$; $s = 93$; $z = ?$

19. $k = 3$; $z = 78732$; $s = 118096$; $a = ?$

20. $a = 2$; $z = 128$; $s = 254$; $k = ?$

- 21.** $k = 5$; $n = 2$; $s = 24$; $a = ?$ $z = ?$
- 22.** $k = 3$; $n = 11$; $z = 413343$; $a = ?$ $s = ?$
- 23.** Kui sammuva järje algusliige 4, kasvataja 3 ja summa 13120 on, siis on viimne liige kui suur?
- 24.** Antud: a , n , k ; otsida: z .
- 25.** Kui k , s , z tuttavad, — kuidas leitakse siis a ?

Tarvitatud ülesanded.

- 1.** Kui suureks kasvab 300 rbl. 5% läbi rentrendi pääl 3^e aastaga?
- 2.** Kui suur kapital kasvab 3^e aastaga 5%^{aa} rentrendi pääl 578¹³/₁₆ rbl. kõrguseni?
- 3.** Tükk mõtja annaks praegu 800 kantsjülba puud; mitu kantsjülba annab ta 3^e aasta pärast, kui iga aasta 28,5 protsenti puud pääle kasvab?
- 4.** Teenija jättis oma palga — 90 rbl. aastas — peremehe kätte 5^e protsendiga rentrendi pääle; kui suur on sedamööda tema tagavara 12^{ne} aasta pärast?
- 5.** Kuue aasta pärast on kellelgi 375 rbl. pärida, mis jenna maale ühtegi kasu ei kanna. Kui palju saaks ta tänapäew, kui 4% rentrenti arvatakse?
- 6.** Kui õhku pumbates esimese tõmbamisega õhk kolmewõrs õhemaks jääb ja iga järgmise tõmbamisega ikka niisamawõrs, kui õhuke on siis õhk 10^{nema} tõmbamise järele?
- 7.** Kui walgus klaasruudist läbi tungides $\frac{1}{4}$ jõuetumaks jääb (j. o. et ta jõud siis veel kõiges 0,75 suur on), kui ta siis igast järgmisest ruudist läbi paistes ikka niisammawõrs kahaneb, — kui kange on siis walgus, mis 10^{nep} ruudist järgimööda läbi on paistnud?
- 8.** Sinnas mängis keegi raha pääle: esimesel korral pani ta 1 kop. wälja ja kaotas; ta wõttis nõuufs, iga järgmise mängu pääle ikka kolmewõrs niipalju wälja panna, kui eelmineja pääle, kummi õnn tema sülle hakkaks sadama. 9 õnnetuma mängu järele pidi ta mängimise seisma jätma, sest et tal kaasa toodud rahast

kõiges 2 kop. veel taskus oli. Mitu kopikat pani ta 9. mängu pääle wälja ja kui palju oli tal mängu algusel raha olnud?

9. Peremehel on kolm põldu, kokku 210 wakamaad; nende wakamaa=arwud seisawad kordawas järjes; kõige suurem põld on kõige wäiksemast 90 wakamaad suurem. Kui suur on iga põld?
10. Kaalu=nui on 8^{te} tükkist kokku pantud, kokku 51 $\frac{1}{4}$ *℔*; iga järgmine tükk on ikka kolm korda nii raske kui eelmineja. Kui raske on kõige kergem ja kõige raskem tükk?
11. Külamees läks laadale hobust ostma; ta filmas warfi looma, mis talle meele järele oli, ja hafas kauplema. Müüja ütles: „Praegu on minu hobusel paljalt 3 rauda all, tee pääl on tõine tagumine raud ära kadunud, tõises rauas, mis alles all, ei ole enam kui 4 kobja=naela; kumbki esimene raud on 8 naelaga täieste finni löödud. Matša mulle esimese naela päält 1 kopik, tõise päält 2, kolmanda päält 4 kop. ja nõnda ikka iga järgmise naela päält kahewõrs niipalju kui eelmineja päält, — ja hobune on sinu.“ Mees oli rõõmus, et hobuse nii odawalt omale saab; aga kuidas ehmatas ta, kui wiimati wälja arwas, mis hobune selkombel maksma oleks tulnud! Kui palju?
12. Sheran, üks Indiamaa kuningas — nõnda jutustab Arabia firjamees Mesjad — küsis Sessa käest, kes shahhi=mängu wälja mõtelnud, mis ta selle palgaks nõuab. Sessa ütles: „Minu mängulaud on, nagu ja näed, ruutidesse jaotatud, kokku on neid 64 ruuti. Anna mulle esimese ruudi eest 1 nisutera, tõise ruudi eest 2, kolmanda eest 4 tera ja ikka iga järgmise ruudi eest kahewõrs niipalju kui eelmineja ruudi eest.“ Kuningas ei arwanud jeda suuremaks asjaks, aga wälja arwates leiti tema suureks ehmatuseks, et nisuterade hulk, mis selkombel tuleks maksta, päratu suur. — Mitu nisutera pidi mänguwäljamõtteleja saama ja mitme □=penikoorma suuruse põllu päält oleks neid wõinud põimata, kui ühe □=tollu pääle 16 tera seemet ja 10^{ne} kordne lõikus arwatakse?

Wiimne päätükk.

Mõnesugused ülesanded.

- 1.** Kui waff ruffid 2,1 rbl. maksis, kaalus leib 5,4 *tt*; mitmenaelase leiba wõib pagar tõisel aastal jellejama hinna eest müüa, kui ruffi-waff 2,25 rbl. maksjab?
- 2.** 28 töömeeft kaewawad, kui nad päewas 10 tundi, nädalas 5½ päewa töös, 3½ nädalaga ühe 147 jalga pifa, 7 jalga sügawa, päält 11, alt 8 jalga laia kraawi walmis; mitu töömeeft on waja, kui kraaw 192 jalga pikk, 6 jalga sügaw, alt 10, päält 14 jalga lai peab saama ja kui 5 nädalat à 6 päewa à 8 tundi tööl olbafse?
- 3.** Wabrikus andfiwad 50 lampi iga 24^{ia} tunni kohta 6 tundi walguft, see maksis pooles aastas 250 rbl. hõb. Edaspidi tahetakse aga iga 24^{ia} tunni kohta paljalt 4,2 tundi tulewalgel tööd teha; aga 10 uut lampi ostetakse juure ja tehakse walgus juuremaks, nõnda et iga lamp ¼ oja õli enam ära põletab, kui enne jeda. Kui palju tuleb jalkombel wabriku walgustamine 8 kuu jees maksma?
- 4.** Seina pääle, mis 5 jülda pikk ja 3 jülda kõrge, fulub 6 waffa lupja ära. Mitu waffa lupja on jedamööda maja seinade lupjamiseks tarwis, mille kumbki küljesein 6 jülda pikk ja 2 jülda kõrge, ja mõlemad otjaseinad kofku ühe küljeseina pikkused?
- 5.** Antud töö jõuaks 1 mees 10^{ne}, aga 1 naene 15^{ne} päewaga walmis teha. Selle töö kallale astufiwad 2 meeft, ja kahe päewa pärast weel 4 naest. Mitu päewa fulub nüüd meestel naestega jeltfis tööd tehes ära?
- 6.** Linnas oli korteris jala- ning hobufe-mehi, kofku 2600 soldatit. Kuu päält makseti palga igale jala-mehele 2⅓ rbl., igale hobufe-mehele 3½ rbl. Mitu jala-, ning mitu hobufe-meest neid jeega oli?

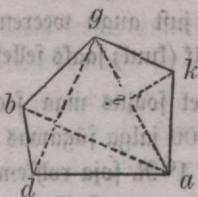
7. Napši fees on 37,8 protsenti selget piiritust, mis weel üle selle, on selge weel. Spiritus on raskuse poolest wee wastu, nagu 793 : 998. Mitu ℓ wet on seega 100 ℓ napši fees?

8. Neli maakonda A, B, D, E, annavad elanikkude arvu järele kroonule 1634 nekruuti. Mitu nekruuti annab iga maakond, sest oma inimeste hulga poolest on $A : B$ kohta, nagu 7 : 9; $A : D = 6 : 5$; $B : E = 5 : 3$?

9. 65 Wene jalga on 61 Prantsuse jalga; 37 Prantsuse jalga on 12 meetert; mitu Wene jalga on seega 183^e meetriga ühepikkused?

10. Tuhande aasta eest maksis üks härg Saksamaal 5 killingat. 11 killingat = 1 mark; 219 marka = 125 Wene naela; 45^{te} Wene naelast selgest hõbedast tehasse 1034 rbl. raha. Kui kallist seega härg sel ajal Saksamaal meie raha järele oli?

11. Wiimurgelisel põllul oli järgmine kuju:



$ab = 12\frac{1}{2}$ fülba; $ag = 12\frac{1}{2}$ fülba;
 d juurest algaw täpifeste joon $3\frac{3}{4}$ fülba;
 $ik = 4$ fülba;
 g juurest algaw täpifeste joon $7\frac{7}{8}$ fülba.
 Mitu \square = fülba oli see põld suur?

12. Weetõrre põhjas on ümmargune auk: 1,25 tolli läbi, mõõta; kui suureks peab see auk tehtama, et sellest ühel ajal wet kahe mõrs niipalju kui enne wälja jooksaks?

13. Seleta ja pane kirja juhid, mille järele wälja tuleb arvata järgmiste kehade kantjuurus ehk süu: a) kantil; b) kolmekandiline tulp; d) rull; e) neljakandiline torn; g) kolmekandiline tõmptorn; h) ümmargune torn; i) ümmargune tõmptorn; k) kuul.

14. Tuba on 6,2 meetert pikk, 4,75 meetert lai ja 2,88 meetert kõrg. Kui palju kaalub selles toas olew õhk, kui õhu raskus mee raskuse wastu on nagu 0,0013 : 1 ja kui 1 kantmeeter wet 2000 ℓ kaalub? Mitmeks tunniks ulatab see õhk 6^{te} täiskaswanud inimesele, kui inimene igas minutis 18 korda ja igakord 0,0005 kantmeetert õhku sisse hingab?

- 15.** Tamme pal'k on neljakandiline ja 4,6 arsfinat pikk; selle tüveots on 0,42 \square =arsfinat suur ja teine ots 0,25 \square =arsfinat suurem. Kui raske on see pal'k, kui tammepuu raskus wee raskuse vastu on nagu 0,69 : 1?
- 16.** Ruusjapp tahtis tamme hinda wälja arwata, mille wari praegu 24 arsfinat pikk oli, kuna jään kõrwal seiswal 1,2 arsfinat pikal kēpil 1,8 arsfina pikkune wari oli. Tüwe otjast oli tamm 3,6 arsfinat jame. Juured ja otjad arwab ta raiumise ja wedamise palgats. Mis tuleks see tamm maksma, kui kantarsfina puu hinnaks 14 rbl. arwatakse?
- 17.** Rootsimaal on koopaid, mis nii sügawad, et sisje-tukkuwa kiwi kompsatamine põhjast alles 25 sekundi pärast sisjewiskamist kõrwu kostab. Kui sügaw on üks niijugune koobas?
- 18.** Sinaleutise auk on 10 jalga pikk ja niifama lai ja ääre tafa wet täis; selle keskpaigas kaswab kõrkjas, mille ladwa ots ühe jala pikkuselt weest wälja ulatab. Selle kõrkja ots ulatas ühe külje keskpaiga kohta weerde tõmmates just augu weereni. Kui sügawalt oli ses augus wet? Kui jame till (kuul) saaks sellest weest?
- 19.** Järelekatsumise teel on teada saadud, et soojus maa sees mida sügawamas, seda suurem. Kui nüüd 200 jalga sügawas $9,5^{\circ}$ R. sooja on ja ikka 115 jalga sügawamas 1° R. soja rohkem, mitme jala järele tuleb siis keema wee soojus — 80° R. — wasta?
- 20.** Kui üks inimene 20 aastat aega oma kõlwatuma eeskuju läbi ehk ka meelega iga aasta kõiges ühe oma kaaswendadest kurja tee pääle efsitab, ja igaüks neist õnnetumatest aastas jällegi ühe ja see jällegi ühe j. n. e. oma õnnetusesse kaasa kifub, siis on kõikide nende õnnetumate arm, kellel kõikidel see efsimene kõlwatu hing suguisaks, 20^{ne} aasta järele kui suur?
- 21.** Raks arwu on tõinetõise vastu, nagu 2 : 3; kui kummalegi 4 juure arwatakse, siis on need summad tõinetõise vastu, nagu 5 : 7. Misjugused on need kaks arwu?
- 22.** Saota 91 nõnda kahels otjaks, et suuremat otja mõlemate wahel läbi jagades 7 ilmut!

- 23.** Saota 18 nõnda kahets ofaks, et kummagi ofa ruut-arvud tõinetõise wastu on nagu 25 : 16!
- 24.** Saota 14 nõnda kahets ofaks, et kui suuremat ofa wäiksema läbi, ja ka wäiksemat ofa suurema ofa läbi jagatakse, siis ilmunud jaod tõinetõise wastu on nagu 16 : 9!
- 25.** Misfugune arv see on, mille seitsmes ja kaheljas jagu tõinetõisega kaswatatud ja saadud kaswatus 3^e läbi jagatud, 298²/₃ jaoks annab?
- 26.** Kui üks arv 94^e juure ja 94^r maha arwatakse ja siis saadud summa ja wahet tõinetõisega kaswatatakse, siis ilmub kaswatus 8512. Misfugune on see arv?
- 27.** Ma mõtlen ühe arwu pääle; kui ma seda 2¹/₂^{ga} kaswatan, kaswatusetele 7 juure arwan, seda summa arwu enese 8-kordsesga kaswatan, nüüd 14^{ne} läbi jagan ja wiimaks praegu ilmunud jaost arwu enese 4^{na}-kordsse maha arwan, — siis ilmub 2520. Misfuguse arwu pääle ma mõtlen?
- 28.** Kaks arwu on niisugused, et kui nende wahet suurema arwuga kaswatatakse ja seda kaswatusst wäiksema arwu läbi jagatakse, siis jagu 24 ilmub; kui aga nende wahet wäiksema arwuga kaswatatakse ja kaswatusst suurema arwu läbi jagatakse, siis ilmub jagu 6. Misfugused on need kaks arwu?
- 29.** Kaks arwu on: kui suuremat wäiksema tõise astmega kaswatatakse, siis ilmub kaswatus 48; kui wäiksemat suurema tõise astmega kaswatatakse, siis ilmub kaswatus 36. Misfugune on kumbki arv?
- 30.** Misfugused kaks arwu need on, kelle ruutide summa 13001, ruutide wahel aga 1449 suur on?
- 31.** Misfugused kaks arwu on tõinetõise wastu, nagu 3 : 4, ja annawad oma ruutide-summaks 324900?
- 32.** Kaks arwu, tõinetõisest 8 suurem, annawad, kui neid tõinetõisega kaswatatakse, 240. Misfugused?
- 33.** Kaks arwu wahel on 9; nende summa suurema arwuga kaswatatud = 266. Need arwud?
- 34.** Misfuguse kaks arwu summa on 41, ja ruutide summa 901?
- 35.** Misfuguse kaks arwu wahel on 8, ja ruutide summa 544?
- 36.** Misfuguse kaks arwu kaswatus on 255, ja ruutide summa 514?

37. Kuis tuleb 16 kahetsi osaks teha, nii et mõlemate osade kaswatus nende ruut-armudega kokku arwatud 208 oleks?

38. Arwa, misjuguised on need kaks arwu: nende wahel on nende ruutide wahega kokku 150, ja nende summa on nende ruutide summaga kokku 330.

39. Mul on üks kolmekohaline arw teada, mis niisugune on, et üssikute numbrite ruudid — kui meie numbrite kohtade hinna pääle ei waata — kokku 104 on; keskmise numbri ruut aga on 4 juurem, kui esimese ja wiimse numbri kahelordne kaswatus; kui otsitawast armust 594 maha arwatakse, siis ilmuvad selle arwu kolm nummert ümber pöördud järge mööda. Misjuguine peaks see kolmekohaline arw olema?

40. $x : y = y : z$

$x + y + z = 126$

$xyz = 13824$.

Kui suur on x , y , z ?

41. Kindrali käsu all oli kolmewõrs niipalju jalawäge kui hobusewäge. Nende hulgast oli enne lahingit ära karanud 120 meest wähem, kui jalawäe $\frac{1}{12}$, ja 120 enam, kui hobusewäe $\frac{1}{12}$; terwe wäe $\frac{1}{4}$ jäi maha üht kantsi kaitsma ja $\frac{3}{8}$ jäi lahingist üle; kõik tõised saidwad muist wangi, muist surma. Arwatakse neile, kes wangi ja surma saidwad, 300 meest juure, siis oleks nende hulk pool nii suur, kui eestotsa jala-meeste arw. Mitu meest oli selle kindrali käsu all?

42. Samburi käest riisusiwad ära karanud soldatid esimesest puhku tema karja $\frac{1}{4}$ ja $\frac{1}{4}$ lammast, tõist puhku ülejäänud lammaste arwu $\frac{1}{3}$ ja $\frac{1}{3}$ lammast, kolmat puhku neist, mis nüüd weel alles oliwad, $\frac{1}{2}$ osa ja $\frac{1}{2}$ lammast. Nüüd oli kõiges 25 lammast weel lamburile jäänud. Kui suur oli tema kari esite olnud?

43. Keegi wõitis mängides kahewõrra niipalju raha, kui tal ise oli, selle pääle kaotas ta 16 kop., siis kaotas ta jälle $\frac{4}{5}$ sellest, mis tal weel oli, ja wõitis wiimaks niipalju, kui tal eestotsa raha oli olnud. Nüüd oli tal 80 kop. raha. Kui palju oli tal mängu algusel raha olnud?

- 44.** Kullassepp sai hõbe-karika eest, mis 100 rbl. väärt oli, niipalju hõbedat, kui karikas kaalus, ja pääle selle veel $37\frac{1}{2}$ rbl. — Ühefõrgust hinda mööda sai ta ühe hõbe-karbi eest, mis 1 z kaalus, 64 solotnikku hõbedat ja 28 rbl. raha. Kui raste oli karikas ja kui kalliks arvati 1 solotnik riistadeks tehtud ja toorest hõbedat?
- 45.** Sõjalaewa pääl oli madrustid ja soldatid. Kolme suure-tükki pääle tuli ikka 22 madrust ja pääle selle veel 10 meest. Kõiki mehi kokku oli 5 forda niipalju, kui soldatid ja suuri-tükka ühtekokku. Kui mere-lahingis, kus surma oliwad leidnud elamajääjate arwu $\frac{1}{4}$, 5 meest vähem oleks surmatud, siis tuleks nüüd veel kaks suure-tükki kohta ikka 13 meest. Mitu suurt-tükki, madrust ja soldatid oli esialgulsel selle laewa pääl?
- 46.** Beremees tappis sügise oma lamba-karja $\frac{1}{4}$ ära ja ostis selle pääle 3 lammas juure; siis tappis ta nüüdse lammaste arwu $\frac{1}{3}$ ära ja ostis siis 2 lammas juure; viimaks tappis ta veel neist, mis tal nüüd oli, $\frac{1}{7}$ ära, ja selkõnbel jäi talle üle-talwe pidada 12 lammas. Mitu oli tal lambaid olnud?
- 47.** Kaupmees wõttis omaist kauba-rahast iga aasta algusel 500 rubla maja-pidamise tarwis; rahale, millega ta kauples, kaswas iga aasta selle $\frac{1}{3}$ juure. Selle läbi leidis ta kolmanda aasta lõpul, et ta kahewõrra nii rikkaks oli saanud, kui kolme aasta eest. Kui palju oli tal 3^{me} aasta eest raha olnud?
- 48.** Kaupmees ostis aami wiina 1440 rbl. eest; ta müüis sellest 12 toopi enam kui $\frac{3}{4}$ aami 25% kasuga ära. Mis üle oli jäänud, müüis ta nii kõrge hinna eest, et ta see läbi terve aami päält läbistikkü arwatud 60% kasu sai. Kui ta kõige wiina wiimselt saadud hinna eest oleks müünud, siis oleks ta 175% kasu saanud. Mitu toopi oli see aam suur?
- 49.** Mõisa rentnik wahetas 12 tsetwertit nisu 8 tsetwerdi odra ja 56 rbl. raha vastu. Selsamal korral pakkus ta wahetada hulga nisu niisama suure hulga odre wasta, kui odradele 75 rubla raha kõrwale pannakse, ehk kui talle nisude eest 200 rbl. puhast raha antakse. Kui kalliks oli kummagi wilja tsetwert?
- 50.** Kaks poissi mängiswad kaarda; terwes mängus oli 52 kaardi. Esite tõstis A, siis B. Kaardide arw, mis pääle A tõstmise laua pääle jäiwad, oli nende kaardidega, mis B ära tõstis,

kokku 50; neid kaarda, mis pääle kummagi tõstnise laua pääle jääwad, oli kokku 64 enam, kui neid kokku, mis kumbki ära oli tõstnud? Mitu kaardi oli kumbki ära tõstnud?

51. Rahel raha-mehel oli kummalgi oma kapital. A wõidab omaga 1500 rbl.; B kaotab omaga 500 rbl. Nüüd oli A raha B raha wastu, nagu 3 : 2. Kui aga A 500 rbl. kaotamud ja B 1000 rbl. wõitnud oleks; siis oleks A raha B raha wastu olnud, nagu 5 : 9. Kui ritas oli kumbki eest otja olnud?

52. Rahaga kaupleja wõtab 8000 rbl. laenuks, mis eest ta laenajale oma jao protsenti maksab; ta laenab aga 23000 rbl. kõrgema protsendi pääle wälja, nii et ta aastas 905 rbl. kasu enam saab, kui ta enesele laenuks wõetud raha eest ise maksab. Sarnaste tingimistega wõtab ta tõist-puhku 9400 rbl. laenuks ja laenab 17500 rbl. wälja, mis läbi ta jällegi aastas 539½ rbl. enam kasu saab, kui ta ise maksab. Mitme protsendi pääle ta raha laenuks wõttis ja wälja laenas?

53. Mõisa neljanurgelise rohu-aia nurgas on kala-tiik, mis niifama neljanurgeline ja mille küljed pikkuse ja laiuse poolest tõinetõise wastu niifama, kui aia küljed; tiigi pinna ruut-suurus on aga aia ruut-suuruse 9^{as} jagu ja tiigi 4^a külje pikkus kokku on 600 jalga lühem, kui aia külgede pikkus kokku. Kui aid tõise-pidi 9, tõise-pidi 15 jalga laiem oleks, siis oleks aid tiigist 5805 □-jalga suurem. Kui pikk ja lai on see rohu-aid?

54. Kirikumõisas jagati waestele iga nädal üks jagu raha. Üks nädal oli waeste arv just nii suur, kui jagatava raha arwu ruudipõhi; tõine nädal oli 2 waest enam tulnud, mis läbi iga waene 1½ kop. vähem jai. Kui palju oli seda raha, mis waestele iga nädal jagati?

55. Müürissepp ja puussepp oliwad kumbki ühepikkuse aja, aga mitte ühesuuruse päewapalga pääle töösse tellitud. Müürissepp wiitis 4 tööpäewa ära ja sai wiimaks 18 rbl. 49 kop. tööpalka. Puussepp wiitis 7 tööpäewa ära ja sai 16 rbl. Kui müürissepp 7 ja puussepp 4 tööpäewa ära oleks wiitnud, siis oleksiwad mõlemad ühewõrs palka saanud. Mitmeks päewaks oliwad nad töösse tellitud ja kui suur oli kummagi päewapalk?

56. Kaks perenaest A ja B wiisivad kofku 100 muna turule ja müüsiwad tõine omad munad odawama, tõine omad kallima hinna eest ära ja saiwad ühewõrs raha. Kui A oleks B munad müünud, siis oleks ta 36 kop. raha saanud; kui aga B oleks A munad müünud, siis oleks ta kõiges 16 kop. saanud. Mitu muna wiis kumbki turule?

57. Külamees ostis linnast kolme-seltsi kaupa, kofku 55 rbl. 25 kop. eest. 1 \mathcal{Z} igast seltsist maksis niimitu kopikat, kui mitu naela ta sellest seltsist ostis. Ta ostis aga tõist-seltsi $1\frac{1}{3}$ korda nii palju kui esimest, ja kolmandat seltsi $3\frac{1}{2}$ korda nii palju, kui tõist-seltsi kaupa. Mitu naela ta igast seltsist ostis?

58. Aidnik peab neli ühesarnast lillepeenart tegema: iga peenar olgu kolmenurgeline, ühe täiswinkluga. Peendra ruut-suurus olgu nii mitu \square =jalga, kui mitu jalga peendra küljed kofku mõõdavad, ja kahe winteljoone summa ruut-arw olgu lahjoone ruut-arwust nii palju suurem, kui nende arwude kaswatuse pool, mis peendra ruut-suurust ja tõise winteljoone pikkust tähendavad. Kui pifa peab aidnik iga peendra iga külje tegema?

59. A ja B oliwad ühtlasi kaubeldes 180 rbl. kasu saanud. A oli oma raha 12^{nets} kuuks jelle kauplemise tarwis andnud; ta sai raha ja kasu ühtekofku 260 rbl. tagasi, B oli 300 rbl. 16^{nets} kuuks andnud. Mitu rbl. oli A kauplemise tarwis andnud?

60. Pärisperemees müüs ühe karja lehmi 300 rbl. eest ära; kui ses karjas 6 lehma enam oleks olnud, siis oleks iga lehm 5 rbl. odawam olnud. Mitu lehma müüs ta ära?

61. Kahe ruudi-sarnase pörmandu prügimiseks kulub 2120 tahutud kiwi, iga kiwi tahutud kül on 1 \square =jalg suur; tõine pörmand tõisest kumbkit pidi 12 jalga laiem. Kui pikk ja lai on kumbki pörmand?

62. Nätsapp ostis 12 rbl. eest riidet; 15 küünart pidas ta omale, kõif muu riide müüs ta 10 rbl. 80 kop. eest ära ja wõttis iga küünra päält 2 kop. kasu. Mitu küünart ta ostis ja mis ta küünra eest ostes maksis?

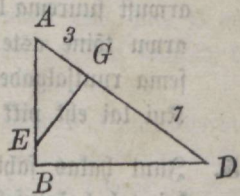
- 63.** Seltsfond mehi istus kõrtsis ja kastis keelt. Võpeks oli kõrtsi-mehele $87\frac{1}{2}$ kop. hob. maksta. Enne seda aga olivad kaks meest oma teed läinud, ja selle läbi tuli tõistel igal mehel 5 kop. enam maksta. Mitu meest neid esiteks oli?
- 64.** Jhand ostis kahte jeltsi kalewid. Peenema kalewi arsin oli 1 rbl. kallim kui jämedama arsin. Peenema kalewi eest makjab ta kofku 90 rbl.; jämedama eest, mida 2 küünart rohkem oli kui peenemat, 80 rbl. Mitu arsinat ostis ta kumbki ja mis maffis kummagi kalewi arsin?
- 65.** Keegi kostis, kui ta wanadust ta käest päriti: „Minu ema oli 20 aastat wana, kui mina sündisün; tema ja minu wanaduse kaswatus läheb meie wanaduste summast 2500 üle.“ Kui wana ta oli?
- 66.** Kaks kangrut müüsiwad linast riiet: A 40, B 90 arsinat; jaiwad ühtekofku 42 rbl. A andis ühe rbl. eest $\frac{1}{3}$ arsinat enam kui B. Kui kallilt müüs kumbki oma riiet?
- 67.** Kaks käfjalga reisiwad kahest linnast, mis tõinetõijest 247 penifoormat kaugel, tõinetõijele wastu. A jõidab päewas 9 penifoormat ja päewade arw, mis kumbki jõidab, enne kui tõijele wastu jõuab, on 3 suurem, kui penifoormate arw, mis B päewas edasi jõidab. Kui palju maad oli kumbki ära jõitnud, kui ta tõijega kofku jai?
- 68.** A hakkab D-linnast reisisma ja läheb päewas 7 penifoormat edasi. Kui ta juba 32 penifoormat on edasi jõudnud, hakkab B E-linnast reisisma ja läheb päewas terve tee 19^{nema} jao edasi. Kui B niimitu päewa on reisiinud, kui mitu penifoormat ta päewas edasi läheb, jõuab ta A^{le} wastu. Kui kaugel on D-linn E-linnast?
- 69.** Kolm kaupmeest A, B ja D panewad raha kofku, kauplewad ühtlasi ja saawad kasu 800 rbl. wähem, kui raha-summa, misga kauplemine algas. A saab kasurahast 600 rbl.; tema oli 170 rbl. enam kauplemisjeks andnud, kui B; B ja D olivad kofku 2350 rbl. andnud. Mitme rublaga oli igamees tõiste jeltsis kauplema hakanud?
- 70.** A ja B olivad kofku 4160 rublaga kauplema hakanud, A raha oli 9 kuud, B raha 6 kuud kauba-tallituses olnud. Kasudega kofku jai tagasti A 2280 rbl., B 2520 rbl. Mitme rublaga oli kumbki kauplema hakanud?

- 71.** Kaupmees ostis mitu kangast kahte-seltsi südi-riiet. Kummastki seltsist ostis ta niimitu tükki ja maksis iga künna eest pool niimitu rubla, kui mitu künna üs sedaseltsi kangas pikk. Üleüldse ostis ta 19 kangast ja maksis 921 $\frac{1}{2}$ rubla. Mitu kangast ta kummastki seltsist ostis?
- 72.** Wina-kaupmees ostis 54 ankrut kallimat ja hulga ankruid odavamalt joodawat wiina. Kallima wiina ankrud eest maksis ta niimitu rubla, kui mitu ankrud ta odavamalt wiina ostis; wiimne ankrud oli 8 rbl. odavam. Ta segas mõlemad wiinad kokku, pidi aga segaduse ankrud 30 rbl. eest ära müüma ja kaotas seeläbi üleüldse 252 rubla. Mitu ankrud oli ta odavamalt wiina ostnud ja mis ta ankrud eest maksis?
- 73.** Kõrtsimees müüb 7 pangi toop-õlut ja 12 pangi pudel-õlut kokku 10^{ne} rubla eest. 2^{se} rbl. eest annab ta 3 pangi toop-õlut enam, kui ta 1 rbl. 20 kop. eest pudel-õlut annab. Kui kallilt müüb ta pangi kumbki õlut?
- 74.** Perenaesel oli 2 waibast, kumbki kumbki-pidi ühe-laiune, tõine oli teisest kumbki-pidi 2 jalga laiem. Kui wäiksema □-jalgade arwust suurema laiuse arw maha arwatakse, siis on nõnda ilmuwa arwu tõine aste 88 suurem, kui arw, mis ilmub, kui wäiksema ruutjalgade arwust wäiksema laiuse arw maha arwatakse. Kui lai ehk pikk on kumbki waip?
- 75.** Suut hakas jahkerdama; ta sai esimese aastaga niipalju kasu, kui tal hakatusel raha oli olnud. Teise aastaga sai ta kasu 5 rbl. enam, kui selle raha-arwu ruudipõhi, mis tal esimese aasta lõpul oli. Müüd oli ta 2256 rbl. rikas. Kui palju oli tal hakatusel raha olnud?
- 76.** Külamees ostis hobuse; warsti müüs ta tema jälle ära 144 rbl. eest ja sai seeläbi just nii palju protsenti kasu, kui hobune tal ise oli maksma tulnud. Kui kallilt oli ta hobuse ostnud?
- 77.** Kaupmees müüs kolm kangast linast riiet ära; tõine oli 3, kolmas 5 künna pikem kui esimene. Esimese kanga künna maksab niipalju kopikaid, kui ta künna pikk on; teise kanga künna on 10, kolmanda künna 15 kop. kallim, kui esimese künna. Kõigis kokku sai ta 95 rbl. 30 kop. Kui pikk oli esimene kangas?

78. Raupmees tellib ühe kanga riidet ja saab selle hinna ühes kaasa, maksab aga pääle selle veel 4 % woori-raha. Ta müüb pärast selle kanga ära ja saab selle eest 390 rbl.; selle kauba wahel wõitis ta protsentisi niipalju kui ostu-hinna $\frac{1}{12}$. Kui kõrge hinna eest oli ta selle kanga ostnud?

79. Kirikuline jagas kiriku ukse ees waestele raha 3 rbl. 24 kop. Waesid oli mehi, naesi ja lapsi. Iga naene sai 1 kopik enam, kui iga laps; iga mees sai 1 kopik enam, kui iga naene. Naesi oli $\frac{5}{4}$ korda niipalju kui mehi; lastearw oli meeste- ja naeste-armu wahel kahelordse ruundi suurune. Kui iga laps niipalju oleks saanud, nagu iga naene sai, siis oleks kõik raha, mis lapsed nõnda oleksiwad saanud, ja meestele ja naestele jagatud summade 9-kordne wahel kokku 1 rbl. 96 kop. olnud. Kui palju oli jääl mehi, naesi, lapsi ja kui palju sai keegi?

80. Kolm küla: A, B, D. Iga külast läheb õige tee kummassegi teise. B-külast minejad 2 teed sünnitawad täiswinkli. A- ja B-küla wahel on talu E, ja A- ja D-küla wahel on talu G. E-talust läheb G-talusse ka õige tee, mis A=D-tee pääle risti (täiswinklis) wälja läheb. G-talu on A-külast 3, ja D-külast 7 wersta kaugel. Kes B-külast mitte õiget teed A-külasse ei taha minna, waid E- ja G-talu kaudu, selle kõwer tee on õigest teest B-D-küla tee meerandi pikem. Kui kaugel on A- ja D-küla B-külast?



R66 2. -

Raamatud,

mis J. Kurrik kirja pannud:

Turnimise raamat. I. Hind: 36 kop.

Laste arituvõlv. I. Arvamine A-B-D.

(Arvupäir 1—100). Hind: 25 kop.

Laste arituvõlv. II. Täisarvud. Hind:

25 kop.

Arituvõlv. I. Algebra — oma algusõpe-

tustega. Hind: 60 kop.

Arituvõlv. II. Neljaliikme ja ruumi ar-

vamine ning sõrdlused ruut- ja järg-

arvudega. Hind: 65 kop.

Arituvõlva võti. I. Kostused algebra ja

selle algusõpetuste õlesannete kohta.

Hind: 40 kop.

Arituvõlva võti. II. Kostused neljaliikme

ja ruumi arvamine ning ruut- ja järg-

arvude õlesannete kohta. Hind: 25 kop.

